

УДК 621.396.96

СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ, ОСНОВАННЫХ НА КРИТЕРИИ НЕЙМАНА-ПИРСОНА И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КРИТЕРИИ ОТНОШЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

А.С. ХРАМЕНКОВ, С.Н. ЯРМОЛИК

Военная академия Республики Беларусь
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 18 марта 2013

Рассмотрена возможность использования последовательного критерия отношения вероятностей Вальда в интересах решения задачи радиолокационного обнаружения сигналов. Приведены условия, позволяющие производить сравнение эффективности функционирования процедур обнаружения, основанных на критерии Неймана-Пирсона и последовательном критерии Вальда. Показано, что рассматриваемые критерии принятия решений обладают оптимальными свойствами, однако средняя длительность последовательной процедуры обнаружения оказывается меньше, чем заранее фиксированная длительность процедуры обнаружения для критерия Неймана-Пирсона. Отмеченный факт позволяет оптимизировать время радиолокационного обзора, при сохранении требуемых характеристик обнаружения. Реализация адаптивного просмотра пространства радиолокационного наблюдения предполагает использование принудительного ограничения максимального времени на принятие решения.

Ключевые слова: последовательный критерий отношения вероятностей (ПКОВ) Вальда, критерий Неймана-Пирсона, радиолокационное обнаружение.

Введение и постановка задачи

Задача радиолокационного обнаружения заключается в установлении факта наличия или отсутствия цели в элементе разрешения пространства наблюдения. Решение о наличии (A_1^*) или отсутствии (A_0^*) цели принимается при двух взаимоисключающих условиях: A_0 – присутствие только помеховых колебаний или A_1 – присутствие аддитивной смеси сигнала с помехой. Последствия принимаемых решений могут быть весьма различными, поэтому каждому решению соответствует определенная плата (цена) [1]: C_{11}, C_{00} – цены правильных обнаружения и необнаружения соответственно, C_{01}, C_{10} – цены пропуска цели и ложной тревоги. Систему обнаружения характеризуют средним риском, который определяет среднее значение ожидаемых потерь: $R = C_{11}P(A_1)D + C_{01}P(A_1)\hat{D} + C_{10}P(A_0)F + C_{00}P(A_0)\hat{F}$, где $P(A_1), P(A_0)$ – априорные вероятности наличия и отсутствия цели; D, \hat{D} – условные вероятности правильного обнаружения и пропуска цели; F, \hat{F} – условные вероятности ложной тревоги и правильного необнаружения.

Выбор оптимального решающего правила производится путем минимизации величины среднего риска. Устройство обнаружения, оптимальное по критерию минимума среднего риска, для принятия решения об обнаружении должно формировать отношение правдоподобия (ОП) [1] $\Lambda(\mathbf{f}) = p_1(\mathbf{f})/p_0(\mathbf{f})$ и сравнивать его с порогом $\Lambda_* = \frac{P(A_0)(C_{10} - C_{00})}{P(A_1)(C_{01} - C_{11})}$ (где $p_0(\mathbf{f}), p_1(\mathbf{f})$ – плотности вероятностей выборки, формируемой при отсутствии и при

наличии полезного сигнала соответственно). Если $\Lambda(\mathbf{f}) \geq \Lambda_*$, то принимается решение о наличии цели (A_1^*), если $\Lambda(\mathbf{f}) < \Lambda_*$ – решение об ее отсутствии (A_0^*). Оптимальность рассмотренного решающего правила не нарушится, если ОП заменить монотонной функцией (например, функцией логарифма): $\ln \Lambda(\mathbf{f}) = \ln[p_1(\mathbf{f})/p_0(\mathbf{f})]$, при соответствующей коррекции порога обнаружения ($\ln \Lambda_*$). Таким образом, ОП или его монотонная функция определяют структуру обнаружителя и алгоритм оптимальной обработки реализации принятого сигнала.

Следует отметить, что имеющуюся априорную неопределенность при расчете порога обнаружения преодолеть можно использованием частных критериев оптимальности [1]. Применительно к устройствам радиолокационного обнаружения наиболее распространен критерий Неймана-Пирсона. Данный критерий предполагает обеспечение фиксированного значения вероятности ложной тревоги $F = \text{const}$ (ошибки первого рода α) путем соответствующего выбора порога обнаружения. Рассматриваемый критерий обеспечивает наибольшую условную вероятность правильного обнаружения $D = 1 - \beta$ (где β – вероятность ошибки второго рода или вероятность пропуска цели) из всех обнаружителей, у которых условная вероятность ложной тревоги не больше заданной вероятности F . Отметим, что использование критерия Неймана-Пирсона предполагает обеспечение фиксированной длительности процедуры принятия решения. Вместе с этим, определенный интерес для радиолокации представляет последовательный алгоритм обнаружения Вальда [2], позволяющий в ряде случаев минимизировать время принятия решений. Целесообразно рассмотреть возможность использования последовательного критерия отношения вероятностей (ПКОВ) Вальда в интересах решения задачи радиолокационного обнаружения сигналов. При этом необходимо сравнить эффективность функционирования процедур обнаружения, основанных на критерии Неймана-Пирсона и последовательном критерии Вальда.

Последовательный критерий отношения вероятностей

В рамках последовательного анализа наиболее важным является ПКОВ, предложенный А. Вальдом [2]. Особенность последовательной процедуры обнаружения Вальда заключается в том, что количество наблюдений, необходимых для принятия решения, не фиксируется заранее, а определяется ходом реализации наблюдаемого процесса [2, 3]. Испытания проводятся последовательно до момента выполнения условия завершения эксперимента. Процедура испытаний на каждом шаге наблюдения предполагает вычисление ОП $\Lambda(\mathbf{f})$ и сравнение его с двумя пороговыми уровнями – останавливающими границами (рис. 1).

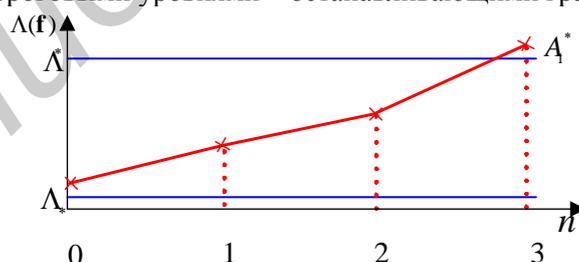


Рис. 1. Последовательная процедура принятия решения на основе критерия Вальда

Нижний и верхний пороги обнаружения определяются требуемыми вероятностями ложной тревоги и пропуска цели [2]: $\Lambda_* = \beta/(1 - \alpha)$, $\Lambda^* = (1 - \beta)/\alpha$.

В случае выполнения неравенства $\Lambda(\mathbf{f}) \geq \Lambda^*$ наблюдение прекращается принятием решения о наличии цели в элементе разрешения: A_1^* . Решение об отсутствии цели (A_0^*) принимается в случае неперевышения нижнего порога обнаружения: $\Lambda(\mathbf{f}) \leq \Lambda_*$. Если сформированное значение ОП находится между верхним и нижним пороговыми уровнями ($\Lambda_* < \Lambda(\mathbf{f}) < \Lambda^*$), осуществляется переход к расчету значения ОП для расширенного входного вектора наблюдаемых отсчетов $\mathbf{f}' = \{\mathbf{f}, f_{n+1}\}$ и испытания повторяются до принятия окончательного решения. Необходимо отметить, что при вычислении решающей статистики

переход к использованию логарифма ОП ($\ln \Lambda(\mathbf{f})$) позволяет операцию умножения заменить более простой операцией суммирования.

При обработке радиолокационных сигналов решение о наличии или отсутствии цели в элементе разрешения принимается на основании анализа случайной величины Z_n – квадрата модуля корреляционного интеграла (КИ), зависящего от реализации принятого сигнала и монотонно связанного с логарифмом ОП [1]. ПКОВ может быть применен в радиолокационных обнаружителях, где в качестве достаточной статистики используется случайная величина Z_n . В этом случае пороги, предложенные Вальдом [2], требуют

соответствующей коррекции: $Z_* = \ln \Lambda_* - a$, $Z^* = \ln \Lambda^* - a$, где $a = \ln \frac{\det(\mathbf{R}^c)}{\det(\mathbf{R}^{c+\phi})}$ – смещение,

обусловленное переходом к использованию достаточной статистики; \mathbf{R}^ϕ – корреляционная матрица радиолокационного фона; $\mathbf{R}^{c+\phi}$ – корреляционная матрица аддитивной смеси сигнала и радиолокационного фона.

Примером реализации ПКОВ в рамках радиолокационного обнаружителя флукутирующих сигналов может служить обобщенная схема, представленная на рис. 2.

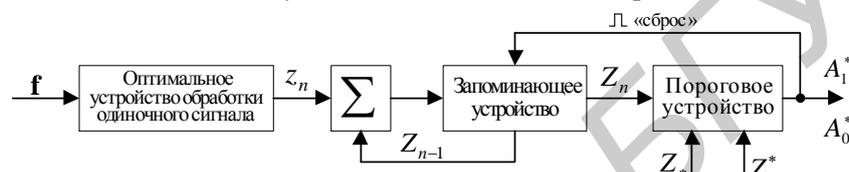


Рис. 2. Схема последовательного радиолокационного обнаружителя

На вход устройства оптимальной обработки сигналов последовательно поступают принимаемые случайные реализации \mathbf{f} . В общем случае их количество определяется ходом процедуры обнаружения и является случайным.

После 1-го шага процедуры обнаружения на выходе устройства оптимальной обработки формируется случайная величина z_1 – текущее значение решающей статистики, пропорциональное логарифму ОП. На выходе запоминающего устройства (ЗУ) формируется накопленное значение статистики: $Z_1 = z_1$. Пороговое устройство принимает решение: принять окончательное решение с остановкой процесса наблюдения или произвести следующее наблюдение. В случае продолжения наблюдений с останавливающими порогами сравниваются накопленные значения логарифма ОП, рассчитываемые на последующих шагах наблюдения: $Z_2 = Z_1 + z_2$, $Z_3, \dots, Z_n = Z_{n-1} + z_n$. Проверка продолжается до пересечения решающей статистикой одного из останавливающих порогов обнаружения. В этом случае импульсом «сброс» обнуляется ЗУ.

Следует отметить, что рассматриваемая процедура последовательного обнаружения представляет собой аналог некогерентного накопления случайного числа результатов оптимальной обработки.

Сравнение эффективности функционирования радиолокационных обнаружителей, основанных на критерии Неймана-Пирсона и последовательном критерии Вальда

Качество функционирования обнаружителя определяется обеспечиваемыми характеристиками обнаружения. Характеристики радиолокационного обнаружения это зависимости вероятностей правильных решений от величины отношения сигнал-помеха, рассчитываемые при обеспечении фиксированного значения вероятности ложных тревог [1]. Кроме вероятностных показателей качества важной характеристикой последовательного обнаружителя является среднее время принимаемых решений [2].

Условные вероятности принимаемых последовательных решений могут быть определены следующим образом: $\beta = \int_{-\infty}^{Z_*} p_1(Z_n) dZ_n$, $\alpha = \int_{Z^*}^{\infty} p_0(Z_n) dZ_n$, где $p_1(Z_n)$ ($p_0(Z_n)$) –

закон распределения результирующей статистики при наличии (отсутствии) полезного сигнала в принятой реализации. Геометрическая интерпретация условных вероятностей для одномерного случая с точностью до постоянного коэффициента a представлена на рис. 3.

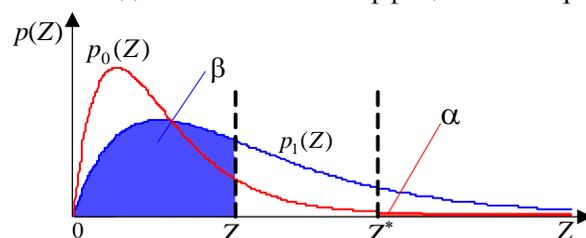


Рис. 3. Геометрическая интерпретация вероятностей принимаемых решений

Аналитический расчет условных вероятностей принимаемых решений предполагает интегрирование законов распределения случайных величин, лежащих в основе принимаемых решений. В общем случае получение квадрата модуля КИ сводится к когерентному весовому суммированию дискретных значений принятой реализации, образованию квадрата модуля полученной суммы и некогерентному накоплению протектированных результатов когерентной обработки. При этом закон распределения результирующей статистики Z_n определяется рядом факторов [1]:

- законом распределения слагаемых (z_n);
- количеством накапливаемых случайных величин (n);
- коэффициентом взаимной корреляции слагаемых (r_{z_n}).

При рассмотрении нормальных распределений отраженного сигнала и помех на входе устройства обработки, закон распределения слагаемых z_n характеризуется распределением Эрланга, порядок которого определяется количеством накапливаемых случайных величин n .

Количество накапливаемых случайных величин n определяется длительностью последовательной процедуры. Ее увеличение приводит к нормализации результирующего закона распределения. При наличии сильной корреляции слагаемых ($r_{z_n} \rightarrow 1$) закон распределения суммы определяется законом распределения отдельных слагаемых. По мере снижения коэффициента корреляции происходит эволюционный процесс нормализации результирующей суммы.

С учетом вышеизложенного очевидно, что законы распределения результирующей статистики $p_0(Z_n)$ и $p_1(Z_n)$ характеризуются различными средними значениями и отличаются порядком распределения.

Сложность аналитического определения закона распределения результирующей статистики обуславливает целесообразность использования методов математического моделирования для сопоставления эффективности процедур обнаружения, основанных на критерии Неймана-Пирсона и последовательном критерии Вальда. Проводимый анализ предполагает обеспечение одинаковых условий функционирования рассматриваемых обнаружителей. Следует предположить, что наличие преимуществ у последовательного обнаружителя способно проявиться следующим образом [4]:

- сокращение среднего объема выборки для ПКОВ по сравнению с критерием Неймана-Пирсона при одинаковых значениях вероятностей ложной тревоги, пропуска цели и расчетного значения отношения сигнал-шум;
- уменьшение требуемого отношения сигнал-шум для ПКОВ при фиксированных значениях вероятностей ложной тревоги и пропуска цели, когда средний объем выборки равен фиксированному объему выборки для критерия Неймана-Пирсона.

Наиболее предпочтительным для радиолокации является сокращение длительности процедуры обнаружения. В связи с этим покажем справедливость 1-го утверждения.

Для простоты анализа предположим, что на всем интервале наблюдения осуществляется исключительно когерентная обработка принятой реализации. В этом случае закон распределения величины z_n характеризуется экспоненциальным законом распределением.

Рассмотрим обнаружитель радиолокационных флуктуирующих сигналов, основанный на критерии Неймана-Пирсона, который обеспечивает вероятность правильного обнаружения $D_{\text{пн}} = 1 - \beta_{\text{пн}}$ и вероятность ложной тревоги $F = \alpha_{\text{пн}}$. Указанные вероятности обеспечиваются использованием требуемого порога обнаружения Z_* и формированием необходимого отношения сигнал-помеха $\rho = N \cdot \gamma$ на выходе когерентного накопителя (где $N \cdot dt$ – фиксированная длительность процедуры обнаружения, γ – отношение сигнал-помеха по одиночному радиоимпульсу).

Обеспечение идентичности характеристик последовательного обнаружителя Вальда предполагает создание соответствующих условий функционирования. С этой целью верхний останавливающий порог $Z^*(\alpha_{\text{в}})$ выбирается так, чтобы обеспечить заданную вероятность ошибки первого рода $\alpha_{\text{в}} = \alpha_{\text{пн}} = F$. При этом рассматриваемый верхний порог Вальда совпадает с выбранным порогом обнаружения Неймана-Пирсона $Z^*(\alpha_{\text{в}}) = Z_*$.

Нижний останавливающий порог $Z_*(\beta_{\text{в}})$ в последовательной процедуре выбирается так, чтобы обеспечить требуемое значение вероятности ошибки второго рода $\beta_{\text{в}} = \beta_{\text{пн}} = 1 - D_{\text{пн}}$ для текущего отношения сигнал-помеха γ . Необходимо отметить, что изменение γ в процессе наблюдения приводит к соответствующим изменениям $D_{\text{пн}}$, что обуславливает соответствующую корректировку нижнего порога (рис. 4).

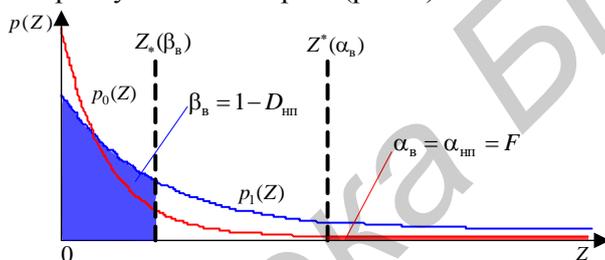


Рис. 4. Выбор порогов обнаружения при использовании последовательного критерия

С учетом вышеизложенного, для сравнения последовательного обнаружителя с обнаружителем Неймана-Пирсона использована следующая схема (рис. 5).

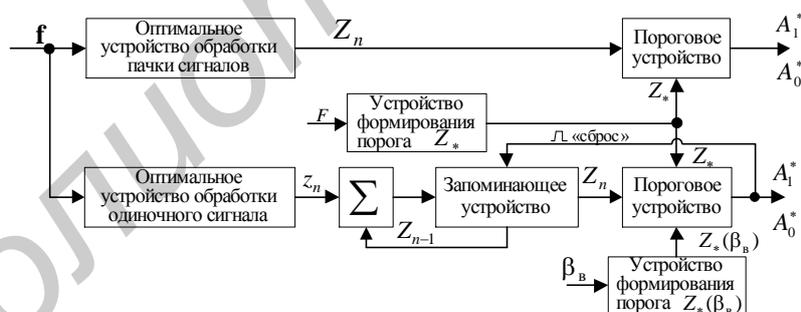


Рис. 5. Схема сравнения обнаружителя Неймана-Пирсона и обнаружителя Вальда

Методом математического моделирования процедуры последовательного обнаружения с указанными останавливающими порогами были получены расчетные значения характеристик обнаружения (рис. 6). Полученные графики полностью аналогичны характеристикам обнаружения для критерия Неймана-Пирсона, что обусловлено идентичностью условий функционирования сравниваемых обнаружителей.

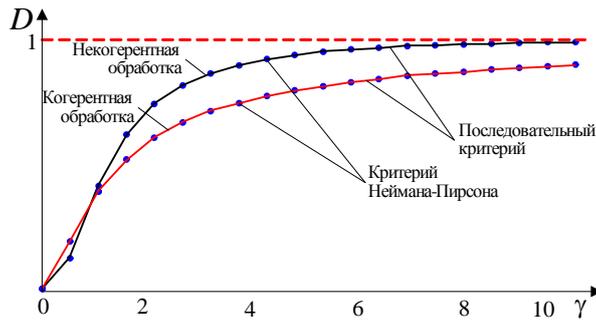


Рис. 6. Характеристики обнаружения последовательного критерия и критерия Неймана-Пирсона

Аналогичные результаты получаются и при использовании некогерентного накопления. Отличия заключаются лишь в форме кривой обнаружения (рис. 5).

Таким образом, ПКОВ, как и процедура обнаружения с фиксированным объемом выборки, обладает оптимальными свойствами. При этом оценка средней длительности последовательной процедуры при отсутствии цели (\bar{n}_0) оказывается меньшей, чем фиксированная длительность выборки (N) для эквивалентного по вероятностям ошибок критерия Неймана-Пирсона (рис. 7). Наличие выигрыша в средней продолжительности процедуры принятия решений обусловлено трансформацией закона распределения квадрата модуля КИ Z_n . При этом величина выигрыша зависит от числа накапливаемых сигналов n_i . Отмеченный результат согласуется с утверждением о временном преимуществе последовательного критерия, приведенным в [5], поскольку при радиолокационном обзоре в подавляющем большинстве элементов разрешения цель отсутствует.

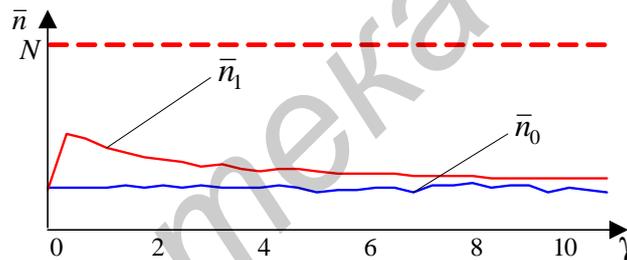


Рис. 7. Средняя длительность последовательной процедуры ($N = 6$)

Полученная зависимость средней длительности процедуры при наличии полезного сигнала $\bar{n}_1(\gamma)$ имеет характерный максимум (рис. 7), называемый резонансом длительности [5]. Необходимо отметить, что в районе точки резонанса длительность последовательной процедуры в ряде опытов может оказаться больше, чем фиксированная длительность N процедуры Неймана-Пирсона (рис. 8).

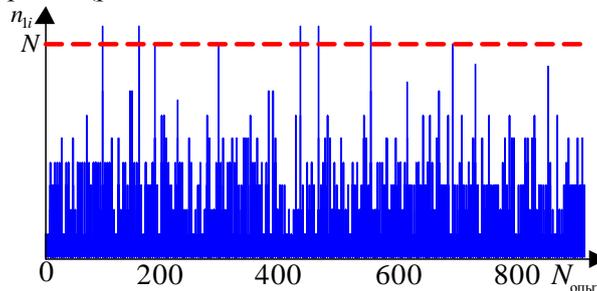


Рис. 8. Оценка мгновенных значений длительности последовательной процедуры ($N = 6$)

Отмеченная особенность неизбежно приведет к затягиванию процедуры радиолокационного обнаружения. В таких случаях возникает необходимость прерывания процедуры наблюдения на определенном шаге с принятием результирующего решения в пользу наличия или отсутствия цели в анализируемом элементе разрешения. Рассматриваемую процедуру называют усечением последовательного анализа [2]. Следует отметить, что на

практике, прежде всего из-за ограниченности времени наблюдения, в устройствах радиолокационного обнаружения могут применяться только усеченные последовательные процедуры. При этом единого мнения в получении оптимальных методов усечения последовательной процедуры обнаружения пока не существует. Вместе с этим, достаточно эффективными для практического использования являются методы усечения С. Айвазяна и метод Г. Лордена [6, 7].

Заключение

В работе рассмотрена возможность применения последовательного критерия отношения вероятностей Вальда в радиолокационных обнаружителях. Показаны преимущества рассматриваемого критерия относительно критерия Неймана-Пирсона, отмечены его недостатки, связанные с возможностью затягивания радиолокационного обзора, и предложены способы их устранения. Рассмотрены условия, при которых возможно сопоставление двух анализируемых критериев. Методом математического моделирования показано, что в рабочем диапазоне значений отношений сигнал-шум при идентичных характеристиках обнаружения средняя длительность последовательной процедуры меньше, чем длительность процедуры с фиксированным объемом выборки. Показана целесообразность использования последовательных процедур радиолокационного обнаружения с усечением.

Следует отметить, что последовательный критерий отношения вероятностей может использоваться при решении задач радиолокационного распознавания наблюдаемых объектов. В этом случае процедура усечения позволяет последовательно исключать из рассмотрения классы объектов, принадлежность наблюдаемой реализации к которым наиболее сомнительна. Последовательное накопление информации позволяет повысить достоверность результатов классификации объектов. Полученные результаты показывают целесообразность использования методов последовательного анализа при решении задач радиолокационного наблюдения.

THE COMPARATIVE ANALYSIS OF RADAR-TRACKING SEARCHERS BASED ON NEIMAN-PIERSON CRITERION AND SEQUENTIAL PROBABILITY RATIO TEST

A.S. KHRAMENKOV, S.N. YARMOLIK

Abstract

Use capability the sequential probability ratio test for radar detection is consider. Necessary conditions for comparison Neiman-Pierson criterion and sequential probability ratio test are given.

Список литературы

1. *Охрименко А.* Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Ч.1. Основы радиолокации. М., 1983.
2. *Вальд А.* Последовательный анализ. М., 1960.
3. *Фу К.* Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин. М., 1971.
4. *Сколник М.* Справочник по радиолокации в 4 томах. Том 1. Основы радиолокации. М., 1976.
5. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А., и др.* Теория обнаружения сигналов. М., 1984.
6. *Айвазян С.А.* // Теория вероятностей и ее применения. 1965, №4. С 713–725.
7. *Гродзенская И.С.* // Автореферат дис. канд. техн. наук: 05.12.04. М., 2006.