

УДК 621.391

АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО СТРУКТУРНОГО СИГНАЛА

Д.Л. ХОДЬКО, С.Б. САЛОМАТИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 20 марта 2012

Рассматривается алгоритм формирования нестационарного структурного сигнала из составных сигналов на основе функциональных преобразований корреляционной матрицы. Приводятся результаты моделирования адаптивной фильтрации нестационарного структурного сигнала.

Ключевые слова: адаптивная фильтрация, нестационарный структурный сигнал, корреляционная матрица.

Введение

В нестационарной сигнально-помеховой обстановке воздействие помех приводит к снижению количественных показателей радиоэлектронной системы со сложными сигналами. Одним из методов снижения влияния помеховых сигналов является частотно-временная адаптивная фильтрация. На этапе проектирования к адаптивным фильтрам (АФ) предъявляются требования ко времени адаптации и дисперсии ошибки фильтрации при воздействии нестационарных сигналов. Известно, что постоянная времени адаптации АФ зависит от разброса собственных значений корреляционной матрицы [1] процесса. Это свойство может быть использовано при формировании сигналов для исследования характеристик АФ и проверки сходимости.

Предлагаемый алгоритм исследования АФ основан на формировании нестационарных сигналов из функционально преобразованных корреляционных матриц помехового сигнала.

Алгоритм формирования нестационарного сигнала

Алгоритм является многошаговым и включает следующие действия.

1. Определяется оценка корреляционной матрицы (КМ) $\hat{\mathbf{R}}$ исходного сигнала.
2. Полученная матрица $\hat{\mathbf{R}}$ подвергается функциональному преобразованию.
3. Формирование сигнала из преобразованной матрицы осуществляется на основании дискретного преобразования Карунена-Лоэва.
4. Нестационарный сигнал строится из исходного и сформированных сигналов, упорядоченных определенным образом.

Алгоритмы преобразования корреляционных матриц

Пусть исходная корреляционная матрица размерности L является действительной симметричной матрицей, тогда для нее существует ортогональная матрица \mathbf{V} , такая что

$$\mathbf{V}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda},$$

где $\mathbf{\Lambda}$ – диагональная матрица собственных значений, $()^H$ – транспонирование и комплексное сопряжение. Преобразование КМ выполним на основе ортогональной трансформации мат-

рицы собственных векторов \mathbf{V} , используя QR-декомпозицию [2]: $\tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{Q}^H \mathbf{V} \mathbf{Q}$, где \mathbf{Q} – ортогональная матрица, состоящая из произведения матриц отражения. Изменение разброса собственных значений $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ КМ достигается отражением Хаусхолдера [2] вектора собственных значений. Полученная КМ имеет вид

$$\mathbf{R}_1 = \tilde{\mathbf{V}}^H \tilde{\mathbf{\Lambda}} \tilde{\mathbf{V}}, \quad (1)$$

где $\tilde{\mathbf{\Lambda}}$ – матрица собственных значений после преобразования Хаусхолдера. Вычислительные затраты приведения КМ к диагональному сдвигу по итерационному алгоритму метода вращений Якоби пропорциональны $4L^2k$, где k – число итераций, затраты на QR разложения пропорциональны L^3 .

Другой алгоритм преобразования КМ основан на перераспределении энергии корреляционной функции (КФ) в спектральной области. В качестве корреляционной функции \mathbf{r} используется первый столбец КМ $\hat{\mathbf{R}}$. Выражение параметрического спектрального преобразования имеет вид [3]:

$$\mathbf{F}_T^{(q,i)} = \mathbf{D}^i \mathbf{W} (\mathbf{D}^i \mathbf{U}^{(q)}) \mathbf{r}, \quad \mathbf{r}' = L^{-1} (\mathbf{D}^m \mathbf{U}^{(q)})^H \mathbf{W}^{-1} \mathbf{F}_T^{(q,i)}, \quad (2)$$

где \mathbf{W} – матрица преобразования Фурье размерности L , \mathbf{D} – матрица циклического сдвига, $\mathbf{U}^{(q)}$ – диагональная матрица элементов $\exp\left(\frac{-j2\pi qn}{L\tilde{Q}}\right)$ размерности L , $n = 0..L-1$, \tilde{Q} – число смежных классов, $q = 0..\tilde{Q}-1$.

Изменяя параметры преобразования i, m и q можно циклически сдвигать спектр КФ и вносить в КФ фазовые искажения, что приводит к изменению локализации энергии корреляционной функции в частотной области. Преобразованная КФ \mathbf{r}' используется для построения теплолицевой КМ \mathbf{R}_2 . Параметр i можно выбрать таким, чтобы обеспечивался максимум частотного расстояния между максимумами спектров КФ \mathbf{r} и \mathbf{r}' .

Вычислительные затраты пропорциональны $\log_2(L)$ при использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье степени 2.

Непосредственным преобразованием КМ, например, является использование обратной КМ:

$$\mathbf{R}_3 = \hat{\mathbf{R}}^{-1} \quad (3)$$

или матрицы с обратной главной диагональю:

$$r_4(m, p) = \left\{ \sum_{\substack{i, j=0 \\ i \neq j}}^{N-1} r(i, j) \delta(i-m, j-p) \cup (-diag(\hat{\mathbf{R}})) \right\}, \quad r(i, j) \in \hat{\mathbf{R}}, \quad r_4(m, p) \in \mathbf{R}_4, \quad (4)$$

где $r_1(i, j)$ – элементы корреляционной матрицы; $i, j = 0..N-1$, N – размерность матрицы $\hat{\mathbf{R}}$; $\delta(i, j)$ – двумерная дельта-функция; $diag(\hat{\mathbf{R}})$ – главная диагональ матрицы $\hat{\mathbf{R}}$; $m, p = 0..N-1$; \cup – символ объединения.

Вычислительные затраты обращения симметричной матрицы пропорциональны L^2 .

Сигнал из КМ \mathbf{R}_p , $p = 1..4$ восстанавливается согласно дискретному преобразованию Карунена-Лоэва:

$$\tilde{\mathbf{J}} = \sum_i \mathbf{q}_i \mathbf{c}_i,$$

где \mathbf{q}_i – i -собственные вектора корреляционной матрицы \mathbf{R}_p ; c_i – коэффициенты разложения, $M \{c_i^2\} = \lambda_i$, M – оператор математического ожидания; λ_i – собственные значения \mathbf{R}_p .

Модель бинарного сигнала

Зададим модель исходного сигнала в виде нелинейно уплотненной (объединенной) кодовой последовательности

$$J(t_n) = \text{sign} \left(\prod_{i=1}^M k_i d_{J_i}(nT_{PNi}) \right), \quad d_{J_i}(nT_{PNi}) \in \{\pm 1\}, \quad (5)$$

где t_n – дискретное время, $t_n = T_{PN} n$; n – дискретный индекс времени; sign – операция жесткого ограничения k_i – амплитудный коэффициент, такой что $k_i \in \mathbf{k}^M$; $\mathbf{k}^M \in \mathbf{K}$, \mathbf{k}^M – M -мерный вектор коэффициентов усиления, \mathbf{K} – некоторое заданное множество значений k_i , T_{PNi} – длительность дискрета каждой псевдослучайной последовательности (ПСП), причем $T_{PNi} \in \mathbf{T}_{PN}^M$; $\mathbf{T}_{PN}^M \in \mathbf{T}$, \mathbf{T}_{PN}^M – M -мерный вектор длительностей дискретов ПСП, \mathbf{T} – множество допустимых значений длительностей дискретов ПСП, причем $f_i = 1/T_{PNi}$, $\mathbf{f}^M = 1/\mathbf{T}_{PN}^M$; d_{J_i} – i -ая уплотняемая ПСП.

Управляя параметрами \mathbf{T}_{PN}^M и \mathbf{k}^M можно формировать сигнал с заданной спектрально-корреляционной характеристикой.

Пример моделирования сигналов. Выберем в качестве исходной ПСП d_j комплиментарную последовательность [4]. Сформируем два исходных бинарных сигнала $J_1(t_n)$ и $J_2(t_n)$ по модели (5) со следующими параметрами: $T_{PN1} = 1/(1 \cdot 10^6)$ с, $T_{PN2} = 1/(0,5 \cdot 10^6)$ с, $k_1 = k_2 = 0,5$ и $T_{PN1} = 1/(1 \cdot 10^6)$ с, $T_{PN2} = 1/(0,14 \cdot 10^6)$ с, $k_1 = k_2 = 1$.

На рис. 1 представлены модули нормированных корреляционных функций сигналов $J_1(t_n)$ и $J_2(t_n)$. Отношение максимального и минимального собственных значений $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ для $J_1(t_n)$ и $J_2(t_n)$ составляет 740 и 115 соответственно.

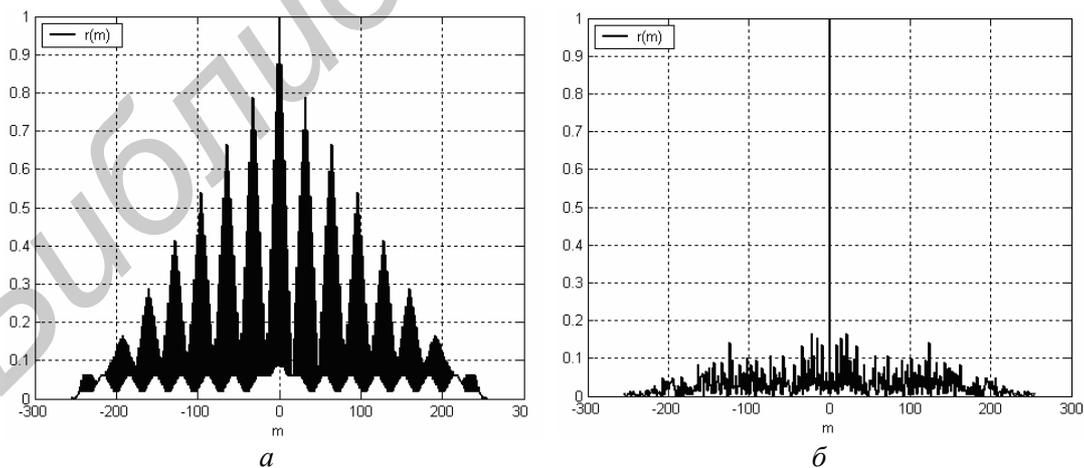


Рис. 1. Модуль нормированной автокорреляционной функции сигналов $J_1(t_n)$ – (а) и $J_2(t_n)$ – (б)

Из рис. 1 видно, что интервал корреляции у сигнала $J_2(t_n)$ с игольчатой корреляционной функцией будет меньше по сравнению с сигналом $J_1(t_n)$. На рис. 2 показан модуль корреляционной функции сформированных сигналов $\tilde{J}_p(t_n)$, $p=1..4$ из $J_1(t_n)$ по алгоритмам (1)–(4)

соответственно. Размер выборки сигнала для КФ составляет 256. Отношение $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ для $\tilde{J}_p(t_n)$, $p = 1..4$ составляет 41, 89, 740 и 56 соответственно.

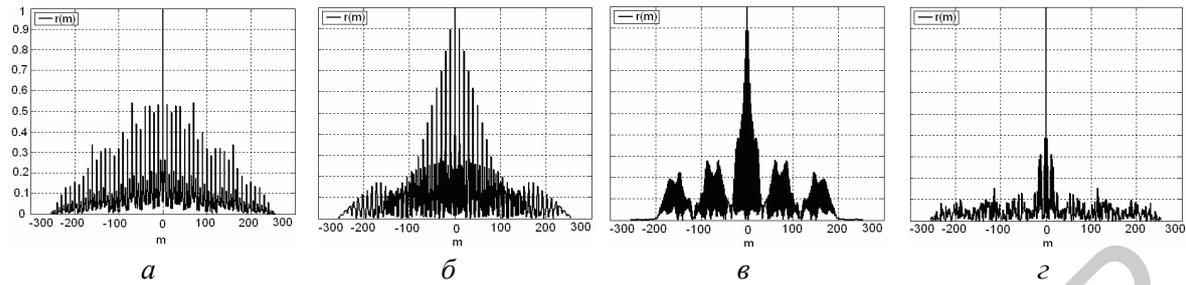


Рис. 2. Автокорреляционная функция сигналов $\tilde{J}_p(t_n)$, $p=1..4$, полученных по алгоритмам ортогональной трансформации (а), спектрального преобразования (б), обратной матрицы (в) и обратной диагонали (г)

На рис. 3 показаны модуль корреляционной функции сформированных сигналов $\tilde{J}_p(t_n)$, $p = 5..8$ из $J_2(t_n)$ по алгоритмам (1)–(4) соответственно. Отношение $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ для этих помех равно 53, 16, 115 и 80 соответственно.

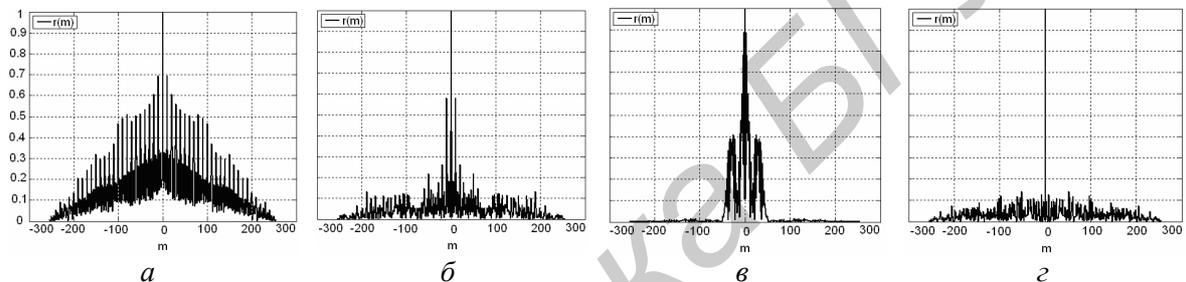


Рис. 3. Автокорреляционная функция сигналов $\tilde{J}_p(t_n)$, $p = 5..8$, полученных по алгоритмам ортогональной трансформации (а), спектрального преобразования (б), обратной матрицы (в) и обратной диагонали (г)

Преобразование (3) не изменяет обусловленности корреляционной матрицы, преобразование (2, 4) является нелинейным с понижением разброса собственных значений КМ. Снижение разброса собственных значений корреляционной матрицы обусловлено повышением randomness отсчетов помехового сигнала. Составные сигналы $J_i(t_n)$, $\tilde{J}_j(t_n) \in \mathbf{S}$, $i=1,2$; $j=1..8$ используются для построения реализаций нестационарного во времени сигнала:

$$\mathbf{s}_m \{J_i(t_n), \tilde{J}_j(t_n)\} := G \{ \mathbf{S} \}, \quad m = 1, 2, \dots$$

где $\mathbf{s}_m(t_n)$ – подмножество реализаций нестационарного сигнала из составных сигналов; G – оператор выбора и упорядочивания составных сигналов.

Адаптивная фильтрация структурного сигнала

Выберем адаптивный фильтр по критерию минимума наименьших квадратов (МНК), который содержит два канала. На каждый вход подается сигнал и белый гауссовский шум. Отношение помеховый сигнал/шум – 30 дБ. Размер корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ равен 50. Число смежных классов в алгоритме спектрального преобразования равнялось 4.

Проведенные исследования показали, что дисперсия ошибки на выходе АФ возрастает только при переключении помехи с большим отношением $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ на меньшее. При обратной очередности следования дисперсия ошибки не изменяется. На основании описанного свойства упорядочивание G формализуется как последовательное упорядочивание по значениям

$\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$ в сторону их уменьшения. Следующая реализация $s_{m+1}(t_n)$ начинается с временной паузы, необходимой для включения сигнала с большим $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$.

На рис. 4,а показана дисперсия ошибки фильтрации АФ с порядком 50 при воздействии сформированной последовательности сигналов из $J_i(t_n)$, $i = 1, 2$ и $\tilde{J}_j(t_n)$, $j = 3, 4, 7$. Длительность каждого сигнала составляет 0,05 с. Мощность шума по 1 мВт в каждом канале.

В установившемся режиме дисперсия шума на выходе адаптивного фильтра равна удвоенной мощности шума [1, 5] – 2 мВт. Из рис. 4,а видно, что минимальная дисперсия ошибки адаптивного фильтра составляет 10 мВт, что в 5 раз превышает требуемое значение. Максимальное значение дисперсии ошибки составляет 50 мВт, что в 25 раз превышает значение в установившемся режиме. На рис. 4,б показаны дисперсии ошибки фильтрации адаптивных фильтров по методам МНК и рекурсивного МНК (РМНК) с неравномерным временным воздействием структурных помех. Шаг сходимости $\mu = 0,3$ и выбирался из критерия близости по времени сходимости алгоритмов МНК и РМНК. Видно, что РМНК обладает устойчивостью к структурной нестационарной помехе. Максимальное значение дисперсии ошибки составляет 52 мВт и приходится на сигналы по алгоритму (2). Необходимо отметить, что сформированные помеховые сигналы нормировались и подавались на вход АФ с постоянным коэффициентом усиления, в отличие от сигналов для рис. 4,а, здесь сигналы были не нормированы. Управление коэффициентом усиления помеховых сигналов повышает дисперсию ошибки фильтрации АФ в момент смены структуры помеховых сигналов на 30–50%.

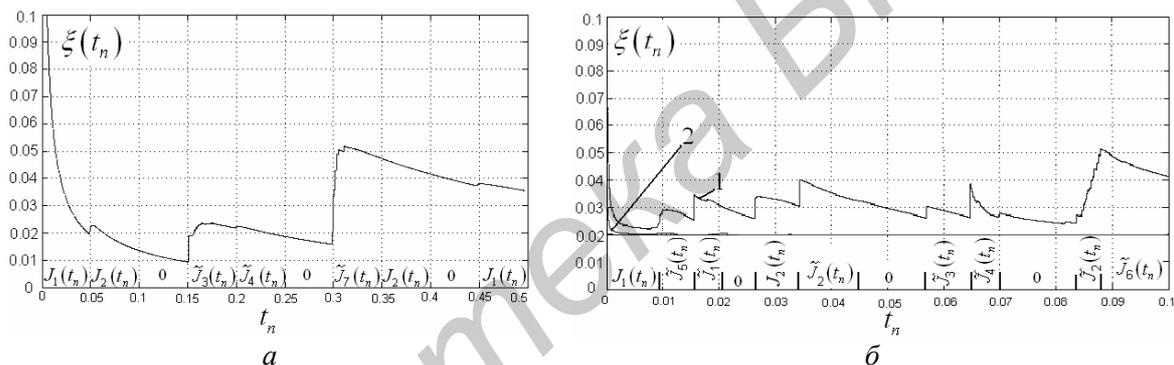


Рис. 4. Дисперсия ошибки адаптивного фильтра при мощности шума 1 мВт, порядке фильтра 50 (а) и мощности шума 10 мВт, порядке фильтра и КМ 10 (б); алгоритмы: 1 – МНК, 2 – РМНК

Для снижения дисперсии ошибки в режиме обучения дополнительно используется второй АФ. В [6] используется каскадное включение одноканальных адаптивных фильтров для подавления узкополосных и гармонических помех. Недостатком является предварительная настройка полосовых фильтров на помехи для получения эталонных сигналов. В [7] рассмотрен двухкаскадный пропорционально нормализующий АФ для подавления мешающих отражений. Коэффициенты второго АФ зависят от сглаженных абсолютных коэффициентов первого, что может привести к ухудшению качества фильтрации в переходном процессе. Предлагается использовать параллельное включение независимых АФ, как показано на рис. 5.

Шумы $v_1(t_n)$ и $v_2(t_n)$ статистически независимы. Сигнал ошибки $\varepsilon_i(t_n)$ подается на устройство вычитания следующего $i + 1$ адаптивного фильтра.

На рис. 6 показаны зависимости дисперсии ошибки от количества параллельно включенных АФ длиной 50. Видно, что при смене сигналов с $J_1(t_n)$ на $J_2(t_n)$ дисперсия ошибки фильтрации в два раза меньше для двух параллельно включенных АФ по сравнению с одним АФ.

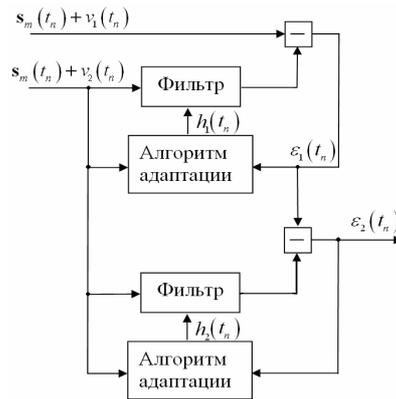


Рис. 5. Параллельное включение адаптивных фильтров

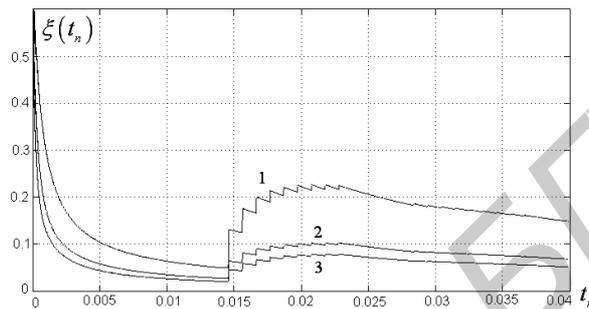


Рис. 6. Дисперсия ошибки фильтрации параллельно включенных адаптивных фильтров: 1 – один фильтр, 2 – два фильтра, 3 – три фильтра

Включение третьего АФ уменьшает дисперсию незначительно.

Выводы

Рассмотрен алгоритм формирования нестационарного структурного сигнала на основе функциональных преобразований корреляционной матрицы исходного сигнала. Алгоритмы функционального преобразования КМ позволяют формировать многообразие составных тестовых сигналов. Спектральное параметрическое преобразование для КМ обладает минимальной вычислительной сложностью, что делает его удобным в практической реализации. Воздействие составных сигналов на адаптивную фильтрацию, упорядоченных по уменьшению значения обусловленности корреляционной матрицы, приводит к эффекту увеличения дисперсии ошибки и, следовательно, к увеличению времени сходимости. Величина дисперсии ошибки в 25 раз превышает значение дисперсии в установившемся режиме. Параллельное включение двух АФ снижает дисперсию ошибки в 2 раза. Исследование воздействия составных сигналов с заданным упорядочиванием может быть перенесено с частотно-временной на пространственно-временную адаптивную обработку. Структурные сигналы могут найти применение в радиоэлектронной борьбе для подавления работы АФ.

ADAPTIVE FILTERING A NON-STATIONARY STRUCTURAL SIGNAL

D.L. KHODYKO, S.B. SALOMATIN

Abstract

The algorithm of formation of a non-stationary structural signal from composite signals is considered. The composite signals have combined through functional transformation of the correlation matrixes. The results of modeling of influence of a non-stationary signal on an adaptive filtration are resulted.

Список литературы

1. Уидроу Б., Стернз С.Д. Адаптивная обработка сигналов. М., 1989.
2. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. М., 2001.
3. Ходыко Д.Л., Саломатин С.Б. // Докл. БГУИР. 2008. №1(31). С. 16–21.
4. Sivaswamy R. // IEEE Trans. on Information Theory. 1978. Vol. IT-24, №5. P. 546–552.
5. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., 1981.
6. Richard W. Harris Channelized serial adaptive filter processor: пат. 4480236 США, МПК H03H 7/01, H03H 7/46. New York; заявл. 01.06.1982. опубл. 30.10.1984.
7. Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез, обработка СПб., 2005.