

УДК 534.87

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ПРИ ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ТРАЕКТОРИИ ПУЛИ

Р.В. БЫКОВ, С.Р. ГЕЙСТЕР

Военная академия Республики Беларусь
Минск-57, 220057, Беларусь

Научно-исследовательский институт Вооруженных сил Республики Беларусь
Калиновског 4, Минск, 220103, Беларусь

Поступила в редакцию 29 февраля 2012

На основе линейной аппроксимации траектории пули, летящей со сверхзвуковой скоростью, разработана модель пространственной структуры (фронта) баллистической волны. Разработанная модель позволила получить аналитические выражения для направлений и времени прихода дульной и баллистической волн в точку приема с учетом действия силы тяжести. Линейная аппроксимация траектории обеспечивает снижение вычислительных затрат по определению местоположения стрелка. Приводятся результаты экспериментальной проверки разработанной модели.

Ключевые слова: баллистическая волна, сверхзвуковая скорость, пуля.

Введение

Необходимость своевременного обнаружения и определения координат огневых точек противника (ОТП), способного поражать живую силу и технику со значительных расстояний (от нескольких сот метров до нескольких километров), появилась давно. Одним из ярких примеров является война СССР с Финляндией [1]. В этой войне финская сторона успешно использовала снайперов, для борьбы с которыми выделялось большое количество личного состава и техники [1]. В настоящее время массового использования высокоточного оружия своевременное обнаружение ОТП является актуальной задачей, направленной на предотвращение гибели людей как в ходе боевых действий, так и при совершении террористических актов.

Использование дорогостоящих оптико-электронных устройств обнаружения и измерения координат ОТП не всегда оправдано (высокий уровень ложных тревог, применение оптических прицелов с низким коэффициентом переотражения и пр.). При этом применение сравнительно недорогих звукометрических систем позволяет решать задачи обнаружения и определения координат ОТП по первому выстрелу.

В [2] предложен метод определения координат ОТП в однопозиционной системе по задержкам и направлениям прихода фронтов баллистической (БВ) и дульной (ДВ) волн. В реальных условиях современного общевойскового боя с высокой интенсивностью стрельбы обнаружение ДВ выстрела из стрелкового оружия является сложной задачей. Однако восстановление формы БВ по результатам измерений в многопозиционной звукометрической системе позволяет определить координаты ОТП без учета параметров ДВ. Поэтому далее рассматривается порядок построения поверхности, образованной баллистической волной (ПБВ) при полете пули со сверхзвуковой скоростью (СС), а также определяется задержка и направление прихода фронта БВ в точке расположения акустического приемника измерительного устройства (ИУ).

Построение пространственной структуры БВ

У основных типов используемого на сегодняшний день стрелкового оружия (винтовка, автомат, пулемет) начальная скорость полета пули V_0 значительно превосходит скорость звука a_c . При этом в пространстве формируется БВ, которая описывается так называемым конусом Маха [3]. После формирования БВ распространяется со скоростью звука. Угол у вершины конуса Маха определяется мгновенной скоростью полета пули и скоростью звука

$$\psi_k = \arcsin[M^{-1}(t_k)] = \arcsin[a_c/V_p(t_k)], \quad (1)$$

где $M(t_k) = V_p(t_k)/a_c$ – число Маха в момент времени t_k ; $V_p(t_k)$ – скорость пули, м/с; $a_c = \sqrt{\gamma RT}$ – скорость звука, м/с; $\gamma = 1,4$ – показатель адиабаты для воздуха; $R = 287,053$ Дж/кг·К – удельная газовая постоянная; $T = 273,15^\circ\text{C}$ – абсолютная температура воздуха, К.

В полете на пулю, выпущенную под углом Θ_0 (угол бросания), действуют [4]: сила лобового сопротивления X_p , сила тяжести \bar{q} и подъемная сила Y_p , которой с учетом малого угла атаки пули можно пренебречь. При этом значение угла траектории Θ пули в СК стрелка $OX_s Y_s Z_s$ вследствие воздействия силы тяжести постоянно изменяется.

В предположении того, что в полете на пулю не действуют боковые силы, траекторию полета пули (см. рис. 1) в СК стрелка $OX_s Y_s Z_s$ с учетом ограничений [4], отмеченных выше, можно описать системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{V}_p = -X_p m_p^{-1} - g_0 \sin \Theta; \\ \dot{\Theta} = -g_0 V_p^{-1} \cos \Theta; \\ \dot{x}_p = V_p \cos \Theta; \dot{y}_p = V_p \sin \Theta; \dot{z}_p = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где V_p – скорость полета пули; X_p – значение силы лобового сопротивления пули; m_p – масса пули; $g_0 = 9,8$ м/с² – ускорение свободного падения; x_p и y_p – текущие значения прямоугольных координат (ПК) пули.

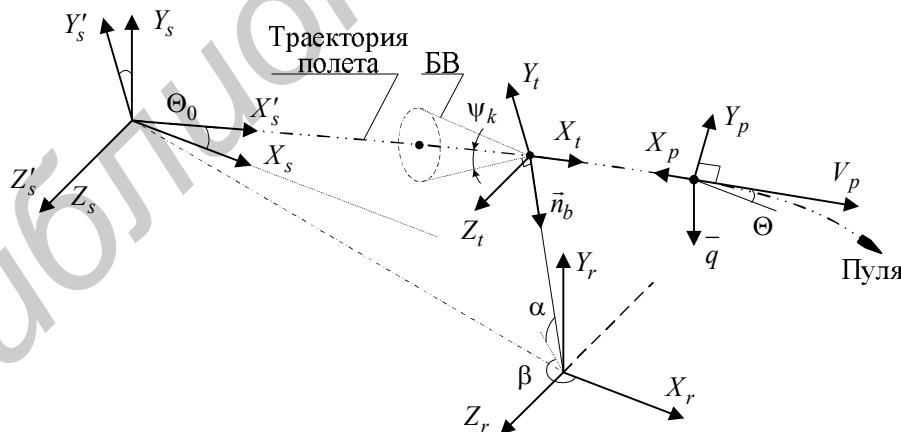


Рис. 1. К определению основных соотношений

На рис. 1 введены следующие обозначения: $O'_s X'_s Y'_s Z'_s$ – СК, образованная параллельным переносом СК пули $O X_t Y_t Z_t$ в начало СК $O X_s Y_s Z_s$; $O X_r Y_r Z_r$ – прямоугольная СК ИУ, которая представляет собой параллельный перенос СК стрелка; \bar{n}_b – нормаль к поверхности БВ, направленная в центр координат ИУ; α и β – углы направляющих косинусов нормали \bar{n}_b к фронту БВ в СК $O X_r Y_r Z_r$, причем угол α лежит в плоскости, образованной осью $O Y_r$ и нормалью \bar{n}_b , и отсчитывается от проекции нормали на плоскости $O X_r Z_r$, а угол β лежит в плос-

кости OX_r, Z_r и отсчитывается от оси OX_r . Заметим, что углы α и β определяют направление прихода фронта БВ в СК ИУ OX_r, Y_r, Z_r .

Решение системы уравнений (2) возможно только с помощью численных методов. Однако, при углах бросания не более 20° ($|\Theta_0| \leq 20^\circ$), в первом уравнении системы (2) можно пренебречь вторым слагаемым. В этом случае изменение скорости и дальности полета пули от времени можно описать в виде [2]:

$$V_p(t) = (U_p t + V_0^{-3/5})^{-5/3} \text{ и } R(t) = 1,5 U_p^{-1} \left[V_0^{2/5} - (U_p t + V_0^{-3/5})^{-2/3} \right], \quad (3)$$

где $U_p = 0,0315 \pi \rho d^2 m_p^{-1} a_c^{2/5}$ – постоянный коэффициент; V_0 – начальная скорость пули, м/с; ρ – плотность воздуха, кг/м³; d – диаметр (калибр) пули, м.

Второе уравнение системы (2) можно представить как

$$\cos^{-1} \Theta d\Theta = -g_0 V_p^{-1}(t) dt. \quad (4)$$

Справедливо полагаем, что угол Θ , при условии $|\Theta_0| \leq 20^\circ$, изменяется незначительно. Это позволяет сделать допущение, что значение $\cos(\Theta_0 + \delta\Theta) \approx \cos \Theta_0$. В этом случае, решение уравнения (4) относительно Θ с использованием (3) принимает вид:

$$\Theta(t) = \Theta_0 + 0,375 g_0 U_p^{-1} \left[V_0^{-1,6} - (U_p t + V_0^{-0,6})^{8/3} \right] \quad (5)$$

Решение третьего, четвертого и пятого уравнений системы (2) с использованием (3) и (5) является трудоемкой задачей, приводящей к необходимости численного интегрирования. Однако, как видно из результатов математического моделирования (ММ), которые представлены на рис. 2, можно воспользоваться линейной аппроксимацией ПК пули в виде:

$$\begin{cases} x(t) = R(t) \cos \Theta_0; \\ y(t) = R(t) \sin \{0,4[\Theta(t) - \Theta_0] + \Theta_0\}; \\ z(t) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 2 представлены зависимости ошибок определения ПК пули δ_x и δ_y от дальности R_k . Для расчета δ_x и δ_y использованы однотипные выражения

$$\delta_x [\%] = x_p^{-1} (x_p - \hat{x}_p) 100\%; \quad \delta_x [\text{м}] = x_p - \hat{x}_p,$$

где x_p – значение ПК пули по оси $O_s X_s$, полученное численным интегрированием из системы выражений (2); \hat{x}_p – значение ПК пули по оси $O_s X_s$, полученное аналитически с помощью (6).

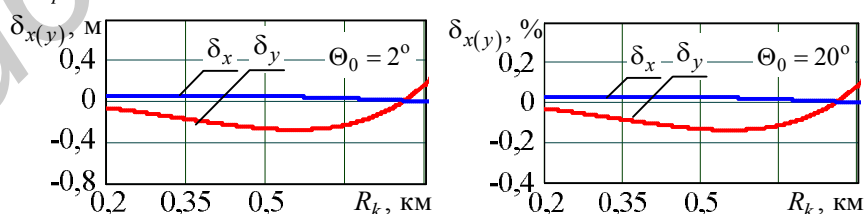


Рис. 2. Зависимость отклонения ПК пули

Как видно из результатов ММ (см. рис. 2) для углов бросания $5^\circ < \Theta_0 \leq 20^\circ$ ошибки δ_x и δ_y не превышают 0,5 %, а при $\Theta_0 \leq 5^\circ$ – не превышают 0,4 м. Ввод ограничения $0 \leq |\Theta_0| \leq 20^\circ$ позволяет использовать линейную аппроксимацию координат x_p и y_p .

Используя соотношения (1), (3) и (5) с учетом (6) можно построить поверхность БВ (ПБВ) пули, которая в любой момент времени t_M в СК $O_s X_s Y_s Z_s$ будет описываться системой аналитических выражений

$$\begin{cases} x_M(t_\varphi, \vartheta) = [(t_M - t_\varphi) a_c \sin \psi_k(t_\varphi) + R(t_\varphi)] \cos \Theta(t_\varphi) - [(t_M - t_\varphi) a_c \cos \psi_k(t_\varphi) \cos \vartheta] \sin \Theta(t_\varphi); \\ y_M(t_\varphi, \vartheta) = [(t_M - t_\varphi) a_c \cos \psi_k(t_\varphi) \cos \vartheta] \cos \Theta(t_\varphi) + [(t_M - t_\varphi) a_c \sin \psi_k(t_\varphi) + R(t_\varphi)] \sin \Theta(t_\varphi); \\ z_M(t_\varphi, \vartheta) = (t_M - t_\varphi) a_c \cos \psi_k(t_\varphi) \sin \vartheta, \end{cases} \quad (7)$$

где $t_\varphi = \{0; t_M\}$ и $\vartheta = \{-\pi; \pi\}$ – параметры уравнения, которые изменяются в пределах от 0 до t_M и от $-\pi$ до π , соответственно.

В качестве примера на рис. 3 представлены сечения ПБВ плоскостью $O X_s Y_s$ с учетом воздействия на пулю силы тяжести и сопротивления воздуха. Эти сечения получены с помощью ММ для следующих исходных данных: калибр $d = 7,62$ мм; масса пули $m_p = 9,6$ г; начальная скорость пули $V_0 = 830$ м/с; температура воздуха 15°C ; плотность воздуха $\rho = 1,25$ кг/м³; время $t_M = 1,736$ с. Заштрихованные области являются областями одновременного прихода фронтов БВ и ДВ.

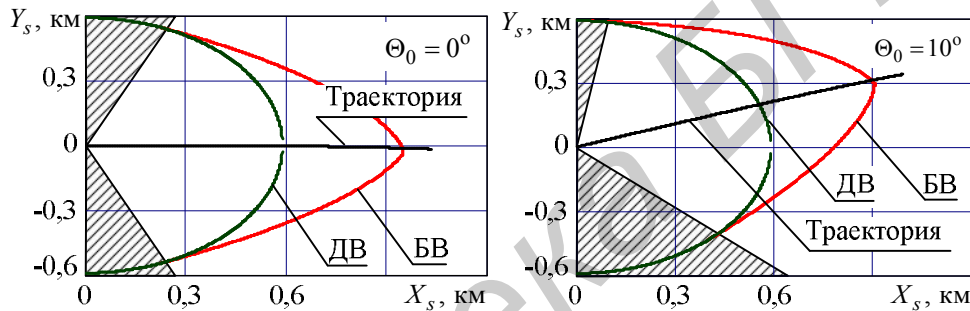


Рис. 3. Вид сечения ПБВ

Теперь, зная уравнение ПБВ, можно определить уравнение нормали к этой поверхности из любой точки пространства заданной ПК в СК стрелка $\{x_u; y_u; z_u\}$.

Определение направления и задержки прихода фронта БВ

Уравнение нормали можно получить по известным ПК двух точек в пространстве. Одной из точек является центр ИУ с координатами $\{x_u; y_u; z_u\}$, а координаты второй точки $\{x_b; y_b; z_b\}$, принадлежащей ПБВ и являющейся началом нормали \vec{n}_b (рис. 1), можно определить путем нахождения кратчайшего расстояния до этой поверхности. Расстояние от точки с ПК $\{x_u; y_u; z_u\}$ до всех точек, принадлежащих ПБВ, будет определяться в виде

$$R_b(t_\varphi, \vartheta) = \sqrt{[x_u - x_M(t_\varphi, \vartheta)]^2 + [y_u - y_M(t_\varphi, \vartheta)]^2 + [z_u - z_M(t_\varphi, \vartheta)]^2} \quad (8)$$

Кратчайшее расстояние R_{b_min} от ИУ до поверхности, образованной БВ, можно определить из решения дифференциального уравнения $\frac{d^2}{dt_\varphi d\vartheta} R_b(t_\varphi, \vartheta) = 0$ относительно параметров t_φ и ϑ . Однако аналитическое решение этого уравнения является сложной задачей. Поэтому значения параметров t_φ и ϑ целесообразно найти численно из (8). Полученные таким путем величины \hat{t}_φ и $\hat{\vartheta}$ используются в (7) для определения координат $\{x_b; y_b; z_b\}$, причем $x_b = x_M(\hat{t}_\varphi, \hat{\vartheta})$, $y_b = y_M(\hat{t}_\varphi, \hat{\vartheta})$, $z_b = z_M(\hat{t}_\varphi, \hat{\vartheta})$.

Значения угла места α и азимута β прихода фронта БВ могут быть определены как

$$\alpha = \arctg \frac{y_b - y_u}{\sqrt{(x_b - x_u)^2 + (z_b - z_u)^2}}; \beta = \arctg \frac{z_b - z_u}{x_b - x_u} - \gamma \quad (9)$$

где γ – угол поворота СК ИУ относительно оси OY_r .

Разность времен прихода фронтов БВ и ДВ будет определяться в виде

$$\Delta t_z = \hat{t}_\varphi + a_c^{-1} \left[\sqrt{[x(\hat{t}_\varphi) - x_u]^2 + [y(\hat{t}_\varphi) - y_u]^2 + [z(\hat{t}_\varphi) - z_u]^2} - \sqrt{x_u^2 + y_u^2 + z_u^2} \right]. \quad (10)$$

При стрельбе по настильной траектории ($\Theta_0 \rightarrow 0^\circ$ и $y_s \approx y_u$) на небольшие дальности (несколько сот метров) высота подъема (снижения) траектории по оси OY_s не превышает нескольких десятков сантиметров. В этом случае силой тяжести, действующей на пулю, можно пренебречь, а систему выражений (7) можно представить в виде

$$\begin{cases} x_M(t_\varphi) = (t_M - t_\varphi) a_c \sin \psi_k(t_\varphi) + R(t_\varphi); \\ z_M(t_\varphi) = (t_M - t_\varphi) a_c \cos \psi_k(t_\varphi). \end{cases} \quad (11)$$

Система (11) описывает линию, образованную сечением ПБВ плоскостью $OX_s Z_s$. При этом значение \hat{t}_φ , как и для (8), определяется численно из (11). Значения углов α , β и разность будут определяться в соответствии с выражениями (9) и (11), в которых $y(\hat{t}_\varphi) = 0$ и $y_u = 0$.

Экспериментальные исследования разработанной модели

Для подтверждения справедливости полученных результатов проведено экспериментальное исследование, в ходе которого определялись относительные задержки и направления прихода фронтов БВ и ДВ. В ходе эксперимента, схема которого представлена на рис. 4,а, из снайперской винтовки Драгунова (СВД) по настильной траектории выполнено 5 выстрелов. При этом использован патрон 7,62×54 R калибра $d = 7,62$ мм с массой пули $m_p = 9,6$ г, имеющей начальную скорость $V_0 \approx 830$ м/с. Акустические сигналы (АС) этих выстрелов регистрировались измерительным комплексом (ИК), структура которого представлена на рис. 4,б.

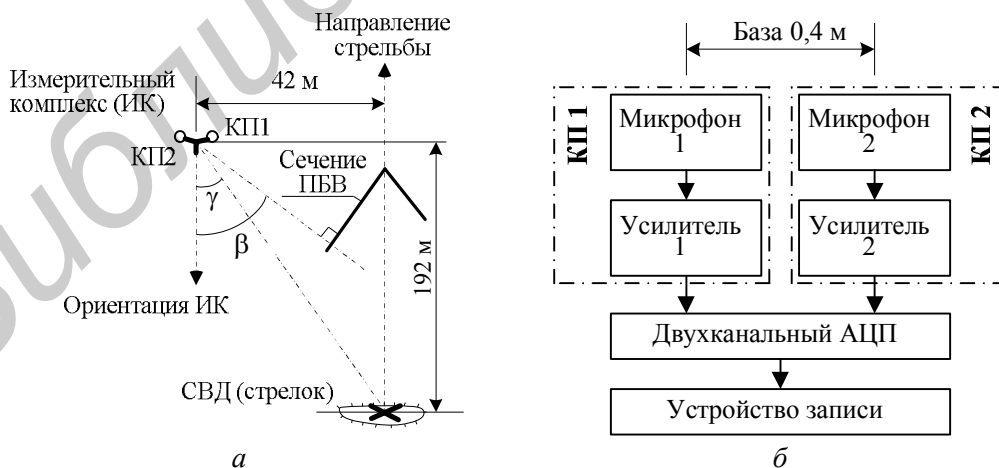


Рис. 4. Схема проведения эксперимента: а – схема местности; б – структура измерительного комплекса

Измерительный комплекс включал: два канала приема – КП 1 и КП 2, разнесенных на базу $b = 0,4$ м; внешний двухканальный аналого-цифровой преобразователь (АЦП); устройство записи преобразованных АС. Каждый КП включал чувствительный элемент (микрофон) и усилитель. Аналого-цифровое преобразование электрических сигналов с выходов двух КП

осуществлялось с частотой $F_d = 48$ кГц. С выхода АЦП сигналы записывались на жесткий диск персональной вычислительной машины. Центр базы «КП 1–КП 2» в СК стрелка имел координаты $\{x_u; y_u; z_u\} = \{192 \text{ м}; 0 \text{ м}; -42 \text{ м}\}$. Температура воздуха имела значение $t^\circ = 2^\circ \text{C}$ (скорость звука $a_c = 332,58$ м/с), а плотность воздуха принята равной $\rho = 1,25$ кг/м³.

В качестве примера на рис. 5 представлен фрагмент временной структуры сигнала первого выстрела на выходе КП 1. Оценка направлений прихода фронтов БВ и ДВ осуществлялась в соответствии с однотипными выражениями

$$\hat{\beta} = \arcsin(a_c \delta_{ib} b^{-1}) \text{ и } \hat{\gamma} = \arcsin(a_c \delta_{id} b^{-1}),$$

где $\delta_{ib(id)} = t_{b2(d2)} - t_{b1(d1)}$ – разность времен прихода фронта БВ (ДВ) на вход КП 1 и КП 2, соответственно; $t_{b1(b2)}$ и $t_{d1(d2)}$ – время прихода фронта БВ и ДВ на вход КП 1 (КП 2).

Определение задержки прихода фронта ДВ относительно времени прихода фронта БВ $\Delta \hat{t}_z$ осуществлялось в соответствии с выражением

$$\Delta \hat{t}_z = t_{b1} - t_{d1} - 0,5(\delta_{ib} - \delta_{id}).$$

Основные результаты эксперимента, полученные по пяти записям сигналов выстрелов из СВД, сведены в таблицу. Математическое ожидание M_p и среднеквадратическое отклонение σ_p измеряемого параметра p вычислялись в соответствии с общепринятыми выражениями [5].

Основные результаты экспериментальных исследований

Номер выстрела	Определяемый параметр				
	$\Delta \hat{t}_z$, с	δ_{ib} , мс	$\hat{\beta}$, град	δ_{id} , мс	$\hat{\gamma}$, град
1	-0,2298	1,0	58,079	0,25	11,997
2	-0,2239	1,02	60,01	0,25	11,997
3	-0,2251	1,02	60,01	0,2708	13,014
4	-0,2298	1,0	58,079	0,25	11,997
5	-0,2275	1,02	60,01	0,2708	13,014
M_p (σ_p)	-0,2272 (0,00269)	1,012 (0,011)	59,237 (1,06)	0,258 (0,011)	12,404 (0,557)

В результате расчетов, проведенных с использованием (11) в соответствии с условиями эксперимента, для момента времени $t_M = 0,3$ с построены профили БВ и ДВ, представленные на рис. 6. Относительная задержка прихода фронта ДВ и БВ в соответствии с (10) составила $\Delta t_z = -0,2273$ с, а направления прихода фронтов ДВ и БВ в соответствии с (9) составили $\gamma = 12,34^\circ$ и $\beta = 60,12^\circ$.

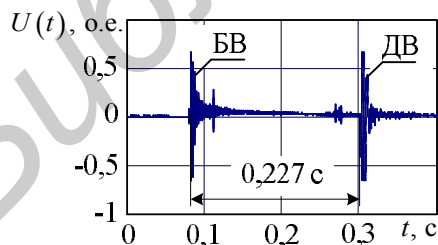


Рис. 5. Фрагмент временной структуры акустических сигналов БВ и ДВ

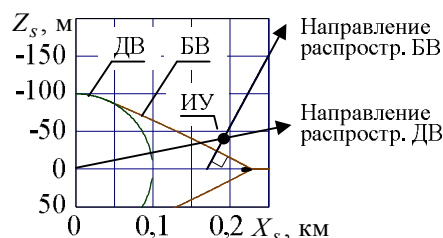


Рис. 6. Сечение БВ и ДВ применительно к условиям проведения эксперимента

Ошибки (табл.) в определении относительного времени задержки δ_{t_z} и направлений прихода фронтов БВ δ_β и ДВ δ_γ (различия между расчетными и экспериментальными результатами) составили, соответственно:

$$\delta_{t_z} = \Delta t_z^{-1} (\Delta t_z - M_{\Delta t_z}) 100\% = 0,044 \%; \delta_\beta = \beta^{-1} (\beta - M_\beta) 100\% = -1,47 \%;$$

$$\delta_\gamma = \gamma^{-1}(\gamma - M_\gamma)100\% = -0,53\%,$$

где $M_{\Delta t}$, M_β и M_γ – математические ожидания измеренных значений разности времен прихода фронтов БВ и ДВ, направления прихода фронта БВ и фронта ДВ.

Незначительные отличия экспериментальных и расчетных результатов в определении направлений прихода фронтов БВ и ДВ в основном обусловлены низкой частотой дискретизации (48 кГц) принятого сигнала. Для такой частоты и выбранной базы ИУ при определении направления на источник АС, находящегося под углом 60° относительно ИУ, ошибки в определении направления прихода фронта могут достигать 2° , т.е. 2...3%. Ошибки в определении относительного времени задержки прихода фронтов БВ и ДВ находятся в пределах введенных ограничений при выводе аналитических выражений.

Таким образом, результаты экспериментальных исследований подтверждают справедливость аналитических выражений, разработанных для построения поверхности БВ.

Выводы

Использование линейной аппроксимации траектории полета пули со сверхзвуковой скоростью в однопозиционной системе определения координат ОТП позволяет значительно снизить временные затраты на восстановление фронта баллистической волны по сравнению с численными методами. Аналитические выражения для описания фронта баллистической волны, полученные на основе линейной аппроксимации траектории полета пули, могут быть использованы в многопозиционной системе обнаружения – измерения координат ОТП. Это позволит исключить использование дульной волны, что ускорит процесс определения координат ОТП, а также снизит уровень ложных срабатываний в условиях высокой интенсивности огня.

SPATIAL STRUCTURE OF BALLISTIC WAVE IN CASE OF LINEAR APPROXIMATION OF BULLET FLIGHT PATH

R.V. BYKOV, S.R. HEISTER

Abstract

Model of spatial structure of ballistic wave is developed in terms of linear approximation of flight path of bullet that flies with supersonic speed. The model allows getting analytic statements for direction and time of arrival of muzzle and ballistic waves to the receiving point in consideration of gravity. Linear approximation of the flight path provides reduction of computational costs for shooter position fixing. The results of experimental verification of the model are provided.

Список литературы

1. *Потапов А.А.* Искусство снайпера. М., 2005.
2. *Быков Р.В., Гейстер С.Р.* // Наука и военная безопасность. 2011. №4(32). С. 50–53.
3. *Кун А.А., Лукьянов В.Ф., Шабан С.А.* Основы построения систем управления ракетами. Минск, 2001.
4. *Беневольский С.В., Бурлов В.В., Казаковцев В.П.* Баллистика. Пенза, 2005.
5. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М., 2002.