

УДК 62-236

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛОСЫ ПРОЗРАЧНОСТИ РЕЖЕКТОРНОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ

АРЕБИ МАЖЕД АЛИ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 14 марта 2011*

Решена двухкритериальная задача оптимизации полосы прозрачности режекторного фильтра, с помощью которого формируется усеченный спектр контура. Полученное решение является единственным, Парето-оптимальным.

*Ключевые слова:* оптимизация полосы прозрачности, режекторный фильтр, замкнутый контур.

### Введение

Обычно изображения, сформированные различными информационными системами, искажаются действием помех. Это затрудняет как их визуальный анализ человеком-оператором, так и автоматическую обработку в ЭВМ. При решении некоторых задач обработки изображений в роли помех могут выступать те или иные компоненты самого изображения.

Ослабление действия помех достигается фильтрацией. При фильтрации яркость (сигнал) каждой точки исходного изображения (контура), искаженного помехой, заменяется некоторым другим значением яркости, которое признается в наименьшей степени искаженным помехой.

Задача заключается в том, чтобы найти такую рациональную вычислительную процедуру, которая позволяла бы достигать наилучших результатов. Общепринято при решении этой задачи опираться на использование вероятностных моделей изображения и помехи, а также на применение статистических критериев оптимальности.

Идея режекторной фильтрации замкнутых контуров, обеспечивающая не только сокращение объема обрабатываемых данных, но и инвариантность ряда классифицирующих признаков к числу точек в описании контура, основана на особом свойстве спектров замкнутых контуров: норма контура в основном определяется несколькими боковыми составляющими спектра, вклад в величину нормы центральных составляющих мал.

В статье предложена двухэтапная процедура распознавания дефектов односвязных контуров планарных объектов с принятием решений по принципу максимальной корреляции в пространстве признаков. На первом этапе осуществляется распознавание класса предъявленного объекта с использованием в качестве классифицирующего признака вектора составляющих нормированного усеченного спектра. На втором реализуется распознавание типа дефекта в выявленном классе. Выбор признаков здесь зависит от принятого на первом этапе решения о классе объекта. Определены признаки, с использованием которых принимается однозначное решение о типе дефекта в каждом классе.

### Оптимизация полосы прозрачности режекторного фильтра

Покажем сначала, что сама идея режекторной фильтрации замкнутых контуров, обеспечивающая не только сокращение объема обрабатываемых данных, но и инвариантность ряда

классифицирующих признаков к числу точек в описании контура, основана на особом свойстве спектров замкнутых контуров: норма контура в основном определяется несколькими боковыми составляющими спектра, вклад в величину нормы центральных составляющих мал.

$$H_v = \Phi(v-1) - \Phi(v-N-1) + \Phi(v-K-N), \quad (1)$$

имеет полосу режекции шириной  $K-2N$  пикселей, или две полосы прозрачности, разделенные зоной режекции, каждая шириной  $N$  пикселей. При этом величина полосы прозрачности во всех случаях формирования признаков и распознавания дефектов принималась одинаковой и равной 10 пикселям. В этом параграфе решается задача оптимизации полосы прозрачности режкторного фильтра (1).

Пусть  $d1k$  – исходный массив, описывающий некоторый дефектный контур, включающий  $K$  точек;  $s1v$  – спектр этого контура,  $v = 1, 2, \dots, K-1$ ; спектр на выходе режкторного фильтра  $SH(v, N) = H(v, N) s1v$ .

Определим:

- квадрат нормы контура в полосе прозрачности фильтра

$$W1^2(N) = \frac{1}{K} \sum_{v=1}^{K-1} |SH(v, N)|^2; \quad (2)$$

- квадрат нормы контура в полосе режекции фильтра

$$W2^2(N) = \frac{1}{K} \sum_{v=1}^{K-1} [1 - H(v, N)] |s1v|^2. \quad (3)$$

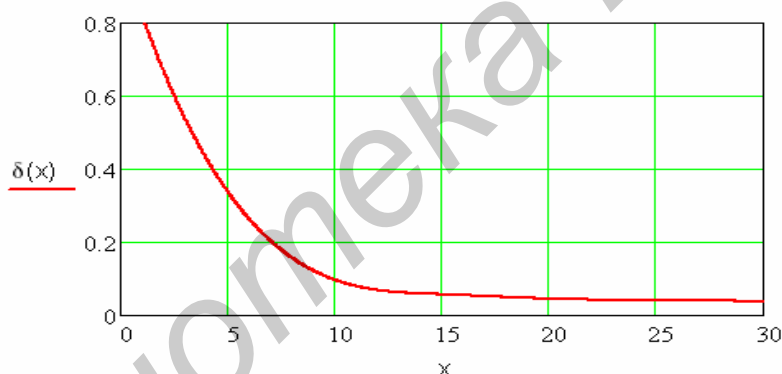


Рис. 1. К обоснованию режкторной фильтрации

График распределения относительной доли (в процентах) квадрата нормы (3) к квадрату нормы (2) для дефектного контура  $d1$  (центральный выступ)

$$\delta(N) = \frac{100W2^2(N)}{W1^2(N)}, \quad (4)$$

рассчитанный с применением кубической сплайн-интерполяции, представлен на рис. 1. Из рисунка следует, что при  $N \geq 10$  составляющие спектра в полосе режекции составляют не более 0,1% в квадрате нормы контура.

Оптимизацию полосы прозрачности фильтра осуществим по критерию минимизации ошибки восстановления контура по данным с выхода режкторного фильтра. Чтобы обеспечить единообразный подход к заданию сравниваемых данных, исходный контур с центральным расположением определим через обратное преобразование Фурье от его спектра

$$D1_k = \frac{1}{K} \sum_{v=1}^{K+1} s1v \exp\left\{i \frac{2\pi}{K} k v\right\}. \quad (5)$$

Контур после режкторного фильтра определяется соотношением:

$$D2(k, N) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K+1} SH(v, N) \exp \left\{ i \frac{2\pi}{K} k v \right\}. \quad (6)$$

Среднеквадратическая ошибка представления исходного контура (5) сглаженным контуром (6) имеет следующий вид:

$$\eta(N) = \sqrt{\frac{1}{K+1} \sum_{k=1}^{K+1} |D1_k - D2(k, N)|^2} \quad (7)$$

График, рассчитанный по этой формуле с последующей кубической сплайн-интерполяцией, представлен на рис. 2. Согласно графику, при  $N \geq 10$  среднеквадратическая ошибка сглаживания практически не зависит от  $N$ .

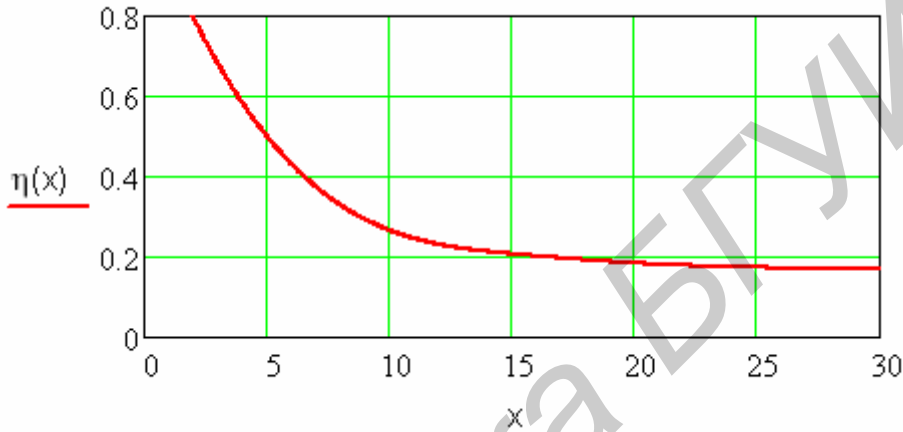


Рис. 2. Среднеквадратическая ошибка сглаживания контура

При оптимизации полосы прозрачности помимо минимизации  $\eta(N)$ , достигаемой за счет выбора  $N$ , необходимо одновременно минимизировать и саму полосу  $N$ . Таким образом, в данном случае имеем двухкритериальную (векторную) задачу оптимизации с формальной постановкой вида:

$$\begin{cases} \eta(x) \rightarrow \min_x, \\ \xi(x) = x \rightarrow \min_x, \end{cases} \quad (8)$$

где варьируемая переменная  $x$  отождествляется с полосой прозрачности  $N$  и в соответствии с рис. 1 и 2 промежуток изменения этой переменной (область варьирования) [1–3], с этим промежуток совпадает, как это следует из второго соотношения системы (8), и промежуток изменения второй целевой функции задачи. Промежуток изменения первой целевой функции находим по графику на рис. 2: [0,5; 0,25]. Как видим, диапазоны изменения обеих целевых функций  $\eta$  и  $\xi$ , существенно различаются. Различно и смысловое содержание целевых функций, несмотря на то, что обе они формально являются безразмерными. Для корректного решения задачи оптимизации необходимо нормализовать целевые функции. Нормализацию, следуя [2], осуществим по правилам:

$$\eta_1(x) = c1 \eta(x) + f1, \quad (9)$$

$$\xi_1(x) = c2 \xi(x) + f2, \quad (10)$$

$$c1 = \frac{1}{\eta^+ - \eta^-}, \quad f1 = -\frac{\eta^-}{\eta^+ - \eta^-}, \quad (11)$$

$$c2 = \frac{1}{\xi^+ - \xi^-}, \quad f2 = -\frac{\xi^-}{\xi^+ - \xi^-}, \quad (12)$$

причем

$$\eta^+ = \max \eta, \quad \eta^- = \min \eta, \quad (13)$$

$$\xi^+ = \max \xi, \quad \xi^- = \min \xi. \quad (14)$$

На рис. 3 приведены графики нормированных целевых функций.

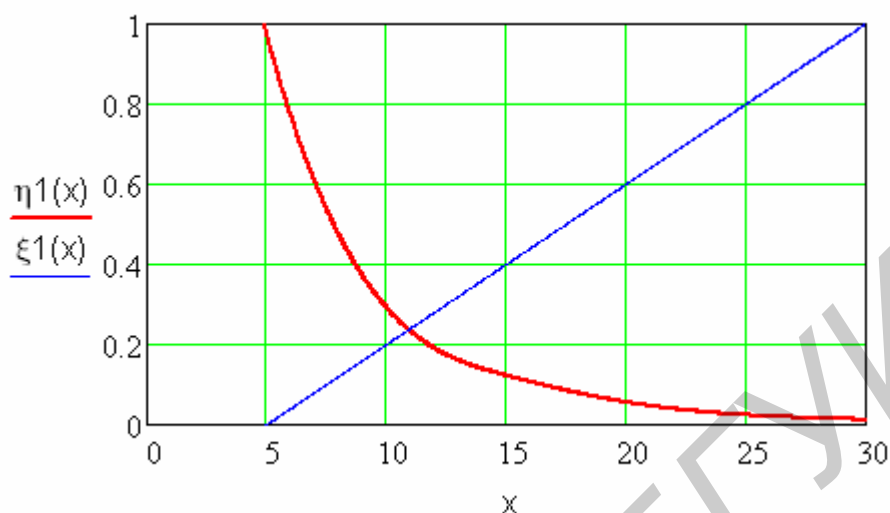


Рис. 3. Графики изменения целевых функций

Точка пересечения кривых на рисунке определяет решение  $x^*$ , не улучшаемое одновременно по обоим критериям, или решение, оптимальное по Парето [2]. Действительно, при попытке уменьшить  $\eta_1$  по сравнению с  $\eta_1(x^*)$  получаем увеличение  $\xi_1$  по сравнению с  $\xi_1(x^*)$ . Наоборот, при уменьшении  $\xi_1$  получаем увеличение  $\eta_1$  по сравнению с  $\eta_1(x^*)$ .

Таким образом, решение  $x^*$  определяет полосу прозрачности  $N^* = x^*$  режекторного фильтра, оптимальную по обоим критериям (8). Расчеты показали, что ближайшее целое число к оптимальному решению  $x^*$  равно 11. Этот оптимум характерен для рассматриваемого класса (напомним, для центрального выступа). Для дефектов других классов величина  $x^*$  несколько отличается от значения, найденного для дефекта указанного класса, и, как правило, в меньшую сторону. Поэтому с целью обеспечить единообразный подход к распознаванию дефектных объектов с небольшими вариациями их размеров и характера выбрано значение полосы прозрачности режекторного фильтра, близкое к указанному оптимуму:  $N = 10$ .

### Заключения

Представлено решение задачи оптимального формирования усеченного спектра контура и оптимизации полосы прозрачности режекторного фильтра. В качестве целевых функций были использованы среднеквадратическая ошибка представления исходного контура сглаженной моделью и полоса прозрачности режекторного фильтра. Показано, что для контуров, рассматриваемых в статье, оптимальная полоса прозрачности режекторного фильтра составляет,  $N_{opt} = 10 \dots 12$  и она практически не зависит от класса и типа дефекта.

# OPTIMIZATION BAND TRANSPARENCY REJECTING FILTER FOR CLOSED CIRCUIT CONTOUR

AREBI MAJED ALI

## Abstract

Double criterion task of band transparency rejecting filter optimization with help of which is transformed reduced spectrum contour was solved. Decision presents like unique, Pareto-optimal, are received.

## Литература

1. *Батищев Д.И.* Методы оптимального проектирования. М., 1984.
2. *Фурман Я.А.* Введение в контурный анализ. Приложения к обработке изображений и сигналов. М., 2003.
3. *Фурман А.Я.* Распознавание Радиотехника и электроника. 2010. Т.55, №6.

Библиотека БГУИР