

УДК 621.391; 621.395.44

МНОГОКАНАЛЬНЫЙ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ АДАПТИВНЫЙ ФИЛЬТР НА ОСНОВЕ ДВОЙНОГО СМЕЖНО-ГРУППОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Д.Л. ХОДЫКО, С.Б. САЛОМАТИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 20 апреля 2012

Рассматривается многоканальный частотно-временной адаптивный фильтр с быстрой сходимостью. Для снижения времени адаптации используется двойное смежно-групповое спектральное преобразование. Приведены сравнения предлагаемого фильтра с известным адаптивным фильтром.

Ключевые слова: частотно-временной адаптивный фильтр, двойное спектральное преобразование

Введение

Работа систем спутниковой передачи информации, систем спутниковой связи с кодовым или частотным разделением в условиях действия помеховых сигналов приводит к ухудшению качества принимаемой информации. Одним из методов помехозащищенного приема сигналов на фоне модулированных помех с учетом априорной неопределенности их параметров является частотно-временная адаптивная фильтрация.

Коэффициенты частотной характеристики оптимального фильтра могут быть получены на основе градиентного поиска [1]:

$$\tilde{\mathbf{w}}(m+1) = \tilde{\mathbf{w}}(m) + \frac{\mu}{2}(-\nabla), \quad (1)$$

где $\tilde{\mathbf{w}}(m)$ – коэффициенты адаптивного фильтра, $\tilde{\mathbf{w}}(m) = \{\tilde{w}(m, k), k = 0..L-1\}$, k – дискретный индекс частоты; L – длина фильтра; m – номер итерации процесса адаптации; μ – шаг сходимости; $\nabla = \text{grad}(\mathbf{J})$ – градиент стоимостной функции \mathbf{J} .

Применение оценки градиента $\hat{\nabla}(m) = -\tilde{\mathbf{\epsilon}}(m)\tilde{\mathbf{Y}}(m)$ в выражении (1) дает рекурсивный алгоритм вычисления коэффициентов фильтра [1]:

$$\tilde{\mathbf{w}}(m+1) = \tilde{\mathbf{w}}(m) - 2\mu\tilde{\mathbf{\epsilon}}(m)\tilde{\mathbf{Y}}(m), \quad (2)$$

где $\tilde{\mathbf{\epsilon}}(m)$ – дискретный Фурье-спектр ошибки $\tilde{\mathbf{\epsilon}}(m) = \{\tilde{\epsilon}(m, k), k = 0..L-1\}$; $\tilde{\mathbf{Y}}(m)$ – Фурье-образ выборки входного процесса $\mathbf{y}(m)$, $\tilde{\mathbf{Y}}(m) = \{\tilde{Y}(m, k), k = 0..L-1\}$.

Выборка процесса $\mathbf{y}(m)$ в виде вектора-столбца смеси сигнала и помехи определяется выражением $\mathbf{y}(m) = \{y(t_{m,n}), n = 0..L-1\}$, где $t_{m,n} = T_d(n + mL) = t_n + T_d mL$, T_d – интервал дискретизации, n – дискретный индекс времени.

Недостатки адаптивного алгоритма (2) аналогичны недостаткам адаптивного алгоритма во временной области [2] – большое время сходимости при подавлении модулированных сигналов. Уменьшение времени сходимости достигается введением параметра в алгоритм адапта-

ции, обладающего большей информативностью о помехе, чем шаг сходимости, выбираемый из собственных значений корреляционной матрицы (КМ). Таким параметром может выступать выборочная корреляционная матрица спектра помехи или спектральное преобразование помехи.

Целью работы является построение многоканального адаптивного фильтра в спектральной области с быстрой сходимостью на основе спектральных преобразований.

Многоканальный частотно-временной адаптивный фильтр

Применим к входному процессу $\mathbf{y}(m)$ смежно-групповое спектральное преобразование [3]:

$$\mathbf{F}_T^{(q)}(m) = F^{(q)}\{\mathbf{y}(m)\} = \mathbf{W}(n, k) \mathbf{U}^{(q)} \mathbf{y}(m),$$

где $\mathbf{F}_T^{(q)}(m)$ – спектр процесса $\mathbf{y}(m)$ в q -ом смежном классе, $\mathbf{F}_T^{(q)} = \{F_T^{(q)}(k), k = 0..L-1\}$,

$q = 0..Q-1$; $\mathbf{W}(n, k) = \left\{ \exp\left(\frac{-j2\pi nk}{L\tilde{Q}}\right), n, k = 0..L-1 \right\}$ – матрица преобразования

Фурье; $\mathbf{U}^{(q)} = \text{diag} \left\{ \exp\left(\frac{-j2\pi qn}{L\tilde{Q}}\right), n = 0..L-1 \right\}$ – диагональная матрица размерности $L \times L$

С учетом КМ спектра $\hat{\mathbf{R}}^{(q)}(m)$ и выражения (2) получим многоканальный рекурсивный алгоритм адаптивной фильтрации

$$\tilde{\mathbf{w}}^{(q)}(m+1) = \tilde{\mathbf{w}}^{(q)}(m) - 2\mu \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(q)}(m) F^{(q)}\{\mathbf{y}(m)\} \frac{\hat{\mathbf{R}}^{(q)}(m)}{\text{tr}(\hat{\mathbf{R}}^{(q)}(m))}, \quad (3)$$

где $\hat{\mathbf{R}}^{(q)}(m) = \mathbf{M}\{\mathbf{F}_T^{(q)}(m)(\mathbf{F}_T^{(q)}(m))^H\}$; $(\)^H$ – транспонирование и комплексное сопряжение;

$\mathbf{M}\{\ \}$ – математическое ожидание; $\text{tr}(\)$ – след матрицы; $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(q)}(m)$ – спектр ошибки,

$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(q)}(m) = F^{(q)}\{\mathbf{x}(m)\} - F^{(q)}\{\mathbf{y}(m)\} \cdot (\tilde{\mathbf{w}}^{(q)}(m))^*$; $\mathbf{x}(m)$ – выборка эталонного сигнала; $(\)^*$ – комплексное сопряжение.

След матрицы используется для нормализации КМ, а μ – шаг адаптации, регулирующий устойчивость схождения адаптивного алгоритма, выбирается из разброса собственных значений КМ $\hat{\mathbf{R}}_m^{(q)}$. Выходной канал \tilde{Q} -канального адаптивного фильтра выбирается по минимуму дисперсии ошибки: $\hat{q} = \arg \min_q (\tilde{\sigma}^{(q)}(m))$, где $\tilde{\sigma}^{(q)}(m)$ – дисперсия ошибки $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(q)}(m)$.

Сформируем матрицу следующего вида из спектральных преобразований входного процесса:

$$\mathbf{V}_m^{(q)} = \left[\begin{array}{c} F^{(q)}\{F^{(q)}\{\mathbf{y}(m)\}\} \\ F^{(q)}\{F^{(q)}\{\mathbf{y}(m-1)\}\} \\ \dots \\ F^{(q)}\{F^{(q)}\{\mathbf{y}(m-L+1)\}\} \end{array} \right]^T$$

и подставим ее в выражение (3) вместо $\hat{\mathbf{R}}_m^{(q)}$. Получим многоканальный частотно-временной адаптивный фильтр с двойным спектральным преобразованием.

Вычислительная сложность спектрального преобразования, применяемого в матрице $\mathbf{V}_m^{(q)}$, при использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) по основанию 2 длиной $L = 2^n$ требует $L \log_2(L)$ операций сложения, $0,5L \log_2(L) + L$ операций комплексного умножения, включая умножение на $\mathbf{U}^{(q)}$.

Моделирование работы частотно-временного адаптивного фильтра

Выберем в качестве помеховых сигналов модели кодофазоманипулированного (КФМ) сигнала и линейно-частотно-модулированного (ЛЧМ) сигнала:

$$J_{WB}(t) = \frac{A_J}{\sqrt{2}} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{N_{PN}} d_J(k) \text{rect}(t - (k-1)T_{PN} - (p-1)T_0),$$

$$J_{NB}(t) = A_J \cos(\omega_j t + \pi f_M t^2 / T_0),$$

где $d_J(k)$ – символ кода ПСП; N_{PN} – число элементов ПСП; $\text{rect}(t)$ – закон модуляции дискрета; T_{PN} – длительность дискрета; T_0 – период повторения сигнала; p – число периодов помехового сигнала; ω_j – начальная частота; f_M – девиация частоты.

Полезным сигналом $S(t)$ является КФМ-сигнал, элементами ПСП которого выбраны значения кода Голда $N_{PN} = 1023$ [4]. Параметры моделирования для КФМ-помехи: $N_{PN} = 1023$, $T_{PN} = 1$ мкс, $d_J(k)$ – элементы комплиментарной последовательности [5], интервал дискретизации $T_d = 0,5T_{PN}$; для ЛЧМ-помехи: $\omega_j = 0$, $f_M = 200$ кГц, $T_0 = 1$ мс. Параметры преобразования: длина преобразования Фурье $L = 128$, число смежных классов $\tilde{Q} = 4$. Амплитуда помех $A_J = 20$ В, мощность шума 0,025 Вт.

Дисперсию ошибки фильтрации с учетом временного интервала дискретизации определим как

$$\xi^{(q)}(t_m) = \frac{1}{L-1} \sum_{n=0}^{L-1} (S(t_{m,n}) - \varepsilon^{(q)}(t_{m,n}))^2,$$

где $S(t_{m,n})$ – отсчеты сигнала, $S(t_{m,n}) = \{S(t_{m,n}), n = 0..L-1\}$; $\varepsilon^{(q)}(t_{m,n})$ – значения ошибки во временной области, $\varepsilon^{(q)}(t_{m,n}) = \{\varepsilon^{(q)}(t_{m,n}), n = 0..L-1\}$.

На рис. 1 показаны результаты моделирования адаптивного алгоритма (2) при подавлении ЛЧМ-помехи и КФМ-помехи.

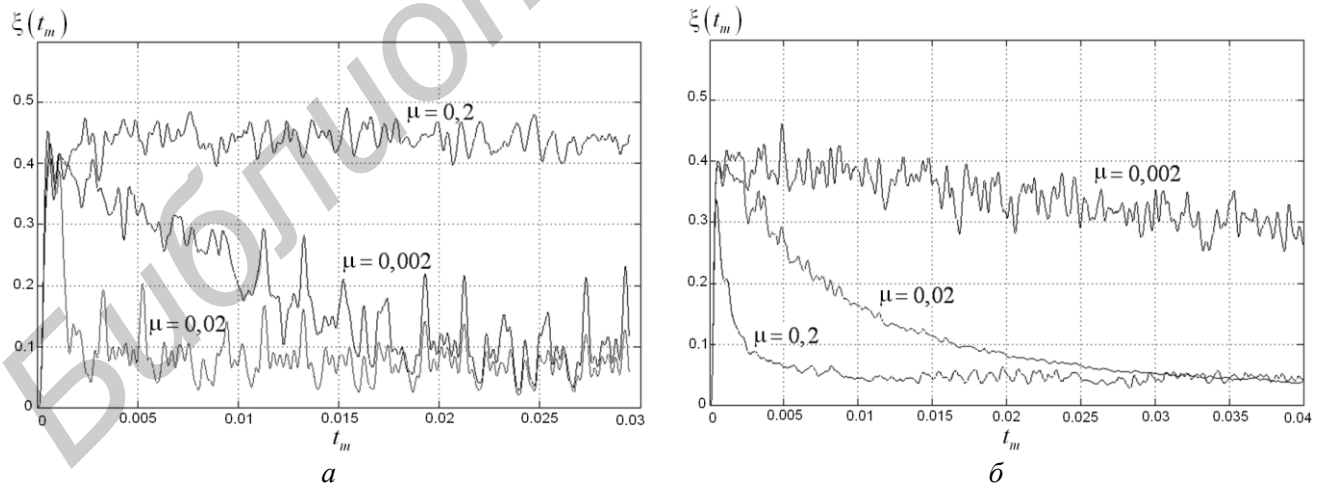


Рис. 1. Дисперсия ошибки фильтрации при подавлении: а – ЛЧМ-помехи; б – КФМ-помехи при различных μ

Из рис. 1 а видно, что быстрая сходимость адаптивного фильтра (2,5 мс) обеспечивается при $\mu = 0,02$. Среднее значение дисперсии в установившемся режиме 0,025. При подавлении КФМ помехи (рис. 1 б), быстрая сходимость (10 мс) соответствует $\mu = 0,2$. Однако точность фильтрации в установившемся значении составляет 0,01 при $\mu = 0,02$, что в 5 раз ниже, чем для $\mu = 0,2$.

Вместо КМ $\hat{\mathbf{R}}_m^{(q)}$ может быть использована матрица ее собственных векторов. На рис. 2 показана дисперсия ошибки фильтрации КФМ-сигнала на фоне структурной помехи с использованием матрицы собственных векторов КМ $\hat{\mathbf{R}}_m^{(q)}$ в адаптивном алгоритме (3).

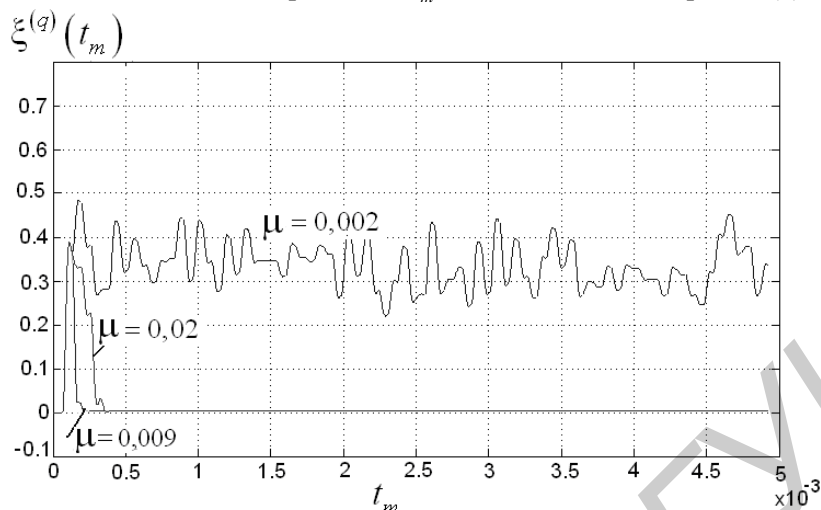


Рис. 2. Дисперсия ошибки фильтрации при подавлении КФМ-помехи при различных μ с использованием матрицы собственных векторов

Из рис. 2 видно, что быстрая сходимость обеспечивается при $\mu = 0,009$. Время сходимости составляет $0,25$ мс, что в 40 раз быстрее по сравнению с результатом на рис. 1 б. Дисперсия ошибки фильтрации равна $4 \cdot 10^{-3}$. Значение $q = 0$. Вычислительные затраты итерационного алгоритма метода вращений Якоби численного определения собственных векторов на одну ротацию пропорциональны $4L^2k$, где k – число итераций. Дополнительно потребуется затратить $6L$ операций на вычисление собственных векторов, что приводит к суммарной вычислительной сложности до $20L^3$ при $k \leq 10$. Метода Хаусхолдера требует $4L^3/3$ арифметических операций [6]. Для $L = 128$ выигрыш в вычислительной сложности алгоритма БПФ с двойным спектральным преобразованием составляет примерно $28 \cdot 10^3$ раз по сравнению с алгоритмом Якоби и в $2 \cdot 10^3$ раз по сравнению с методом Хаусхолдера.

На рис. 3 показаны результаты моделирования работы адаптивного фильтра с использованием матрицы двойного спектрального преобразования при значении $q = 0$.

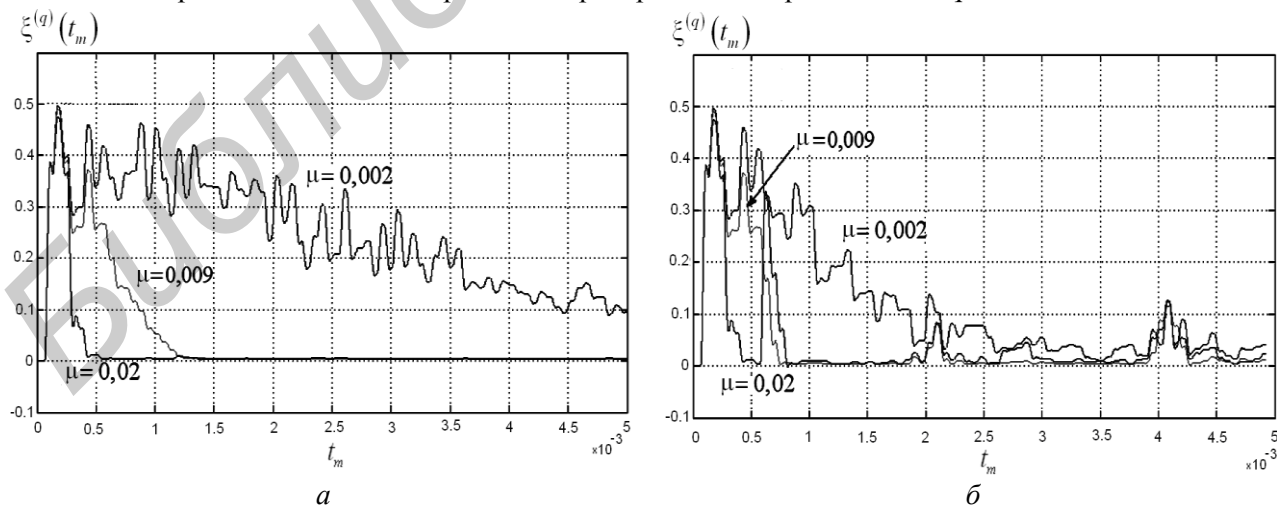


Рис. 3. Дисперсия ошибки фильтрации при подавлении КФМ-помехи (а); ЛЧМ-помехи (б) при различных μ с использованием двойного спектрального преобразования

При подавлении КФМ-помехи время сходимости для $\mu = 0,02$ составляет $0,5$ мс (рис. 3 а), что в два раза дольше по сравнению с результатом на рис. 2. Подавление ЛЧМ-помехи алгоритмом (3) с двойным спектральным преобразованием не дает удовлетворитель-

ных результатов. Улучшение характеристик фильтрации достигается путем обучения адаптивного фильтра на подавление КФМ-помехи. Дисперсия ошибки фильтрации на рис. 3 б. Обучение длилось с 0 до 0,5 мс. Сравнивая результаты работы фильтров на рис. 1 а и рис. 3 б видно, что во втором случае сходжение выполняется менее чем за 1 мс при $\mu = 0,02$ и $0,009$, при этом точность фильтрации на 6 дБ выше.

На рис. 4 а–в приведены сравнения дисперсий ошибок фильтрации КФМ-сигнала на фоне структурной помехи, полученных рекурсивным методом наименьших квадратов (РМНК) [2] и частотно-временным адаптивным алгоритмом (3) с двойным спектральным преобразованием.

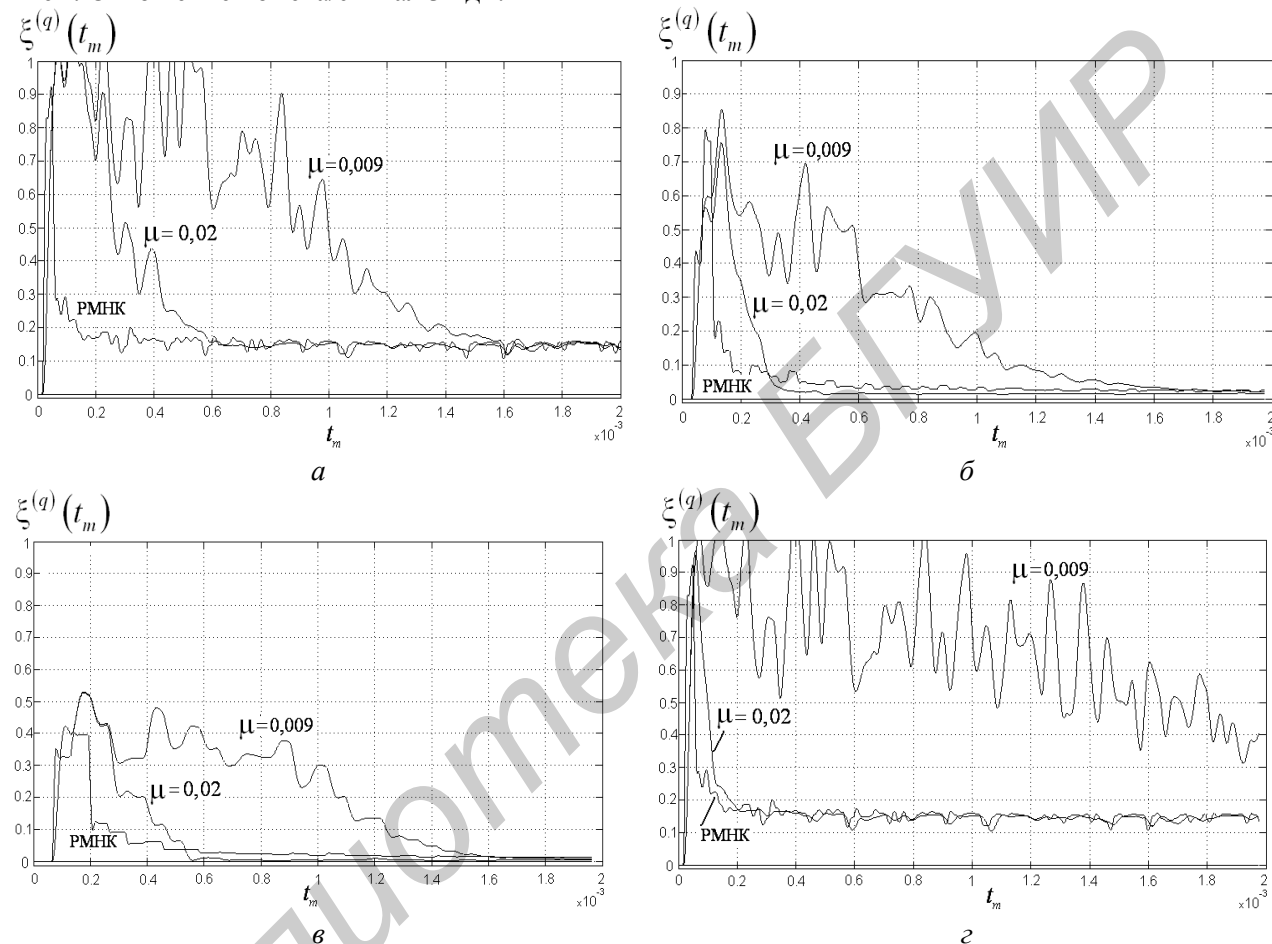


Рис. 4. Сравнение дисперсий ошибок фильтрации при подавлении КФМ-помехи фильтром по алгоритму РМНК и частотно-временным адаптивным фильтром с двойным спектральным преобразованием порядка а – 32; б – 64; в – 128; г – собственными векторами порядка 32

Из рис. 4 а видно, что при порядке фильтра 32 точность фильтрации у обоих фильтров одинаковая, но у РМНК время сходимости в 3 раза меньше по сравнению с частотно-временным фильтром с $\mu = 0,02$. При размерности фильтра 64 и 128 время сходимости двух адаптивных фильтров и точность фильтрации практически одинаковы. На рис. 4,г представленные сравнения дисперсий ошибок фильтрации адаптивного алгоритма по методу РМНК и частотно-временного фильтра при использовании матрицы собственных векторов при порядке фильтра 32. Видно, что время сходимости адаптивного фильтра с использованием матрицы собственных векторов сравнялось со временем сходимости РМНК. Вычислительная сложность РМНК метода пропорциональна L^2 .

Определим эффективность подавления помехи на фоне шума адаптивным фильтром через коэффициент подавления K_s как отношение суммы мощности помехи P_j и шума σ^2 к эквивалентной мощности шума на выходе адаптивного фильтра. На рис. 5 показаны зависимости коэффициента подавления помехи K_s от отношения мощности помехи и шума на входе

адаптивного фильтра при различных алгоритмах адаптивной фильтрации и порядке фильтров 128. Мощность внутреннего шума выбрана 0,1 Вт.

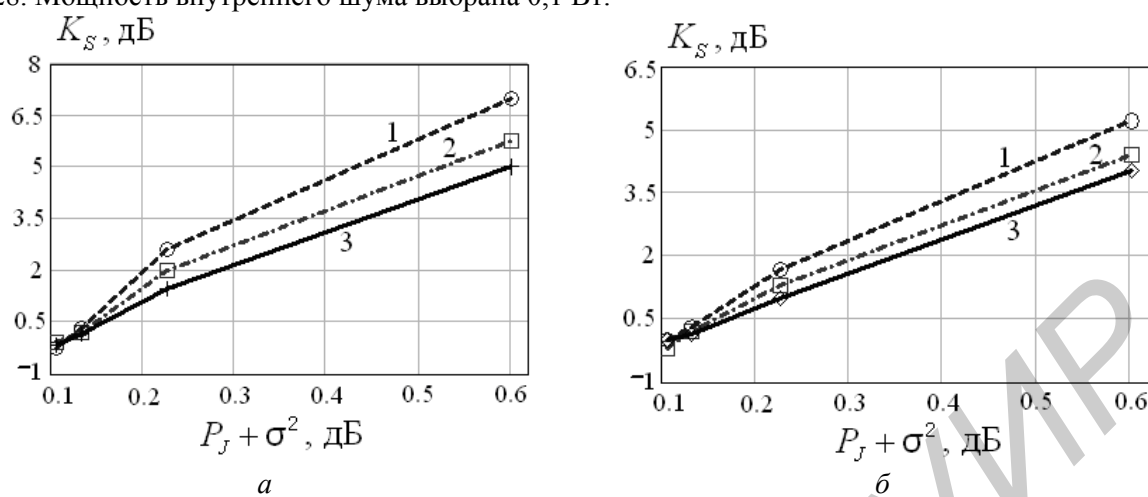


Рис. 5. Зависимость коэффициента подавления помехи от суммы мощностей помехи и шума на входе адаптивного фильтра для: *a* – ЛЧМ-помехи; *б* – КФМ-помехи
1 – адаптивный фильтр по РМНК; 2 – частотно-временной адаптивный фильтр с двойным спектральным преобразованием; 3 – частотно-временной адаптивный фильтр по алгоритму (2)

Из рис. 5 *a, б*, видно, что из рассмотренных адаптивных фильтров большей эффективностью обладает адаптивный фильтр по РМНК. Эффективность подавления ЛЧМ-помехи и КФМ-помехи предлагаемым методом находится между эффективностью РМНК и частотно-временным адаптивным алгоритмом (2). С уменьшением мощности помехи эффективность подавления уменьшается и при $P_j < \sigma^2$ значения K_s приближаются к 0 дБ для двух помех.

Заключение

Предложен многоканальный алгоритм частотно-временной адаптивной фильтрации с двойным спектральным преобразованием. Для повышения времени сходимости используется матрица с двойными смежно-групповыми спектральными преобразованиями входной смеси сигнала, шума и помехи. Вычислительная сложность спектрального преобразования соизмерима с вычислительной сложностью алгоритма быстрого преобразования Фурье, что выгодно отличает предложенный частотно-временной алгоритм адаптивной фильтрации. Получен выигрыш по времени сходимости предлагаемого алгоритма фильтрации с двойным спектральным преобразованием по сравнению с известным частотным адаптивным фильтром в 20 раз при подавлении КФМ помехи и в 5 раз при подавлении ЛЧМ-помехи, причем точность фильтрации на 6 дБ выше для узкополосной помехи. Подавление ЛЧМ-помехи выполняется через обучение к подавлению КФМ-помехи. Сравнение результатов фильтрации РМНК и предлагаемого алгоритма показало, что предлагаемый алгоритм уступает РМНК по времени сходимости в 3 раза при порядке фильтра 32. При порядке фильтра 64 и 128 характеристики фильтрации двух алгоритмов практически совпадают. Эффективность подавления ЛЧМ- и КФМ-помех предложенного частотно-временного адаптивного фильтра практически одинакова с РМНК.

MULTICHANNEL TIME-FREQUENCY ADAPTIVE FILTER BASED ON DOUBLE-CROSS-GROUP TRANSFORMATIONS

D.L. KHODYKO, S.B. SALOMATIN

Abstract

We consider a multi-channel time-frequency adaptive filter with fast convergence. To reduce the time used to adapt a dual-group adjacent spectral transform. The comparison of the proposed filter with a known adaptive filter is given.

Список литературы

1. *Hayes M.H.* Statistical Digital Signal Processing and Modeling . New York, 1996.
2. *Уидроу Б, Стирнз С.Д.* Адаптивная обработка сигналов. М., 1989.
3. *Ходыко Д.Л., Саломатин С.Б.* // Труды 61 научной сессии, посвященной дню радио. 2006. С. 80–82.
4. *Kaplan Elliott D., Hegarty Christopher J.* London, 2006.
5. *Sivaswamy R.* // IEEE Trans. on Information Theory. 1978, Vol. IT-24, № 5. P. 546–552.
6. *Уилкинсон Дж. Х.* Алгебраическая проблема собственных значений. М., 1970.