

# СИНТЕЗ ПРОФИЛЕЙ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР, РЕАЛИЗУЮЩИХ ТРЕБУЕМЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

В.П. Шестакович

Кафедра вычислительных методов и программирования,  
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
Минск, Республика Беларусь  
E-mail: shestakovich@bsuir.by

В докладе рассматриваются два метода синтеза профилей круглых нерегулярных электродинамических структур, реализующих заданные на определенном уровне пространственные распределения азимутально-симметричных ТН-полей представленных рядом Фурье. Первый метод основан на численном решении дифференциального уравнения 1-го порядка, второй метод сводится к последовательному решению нелинейного уравнения вдоль оси электродинамической структуры с произвольным, но достаточно малым, шагом. Рассмотрены особенности алгоритма численной реализации методов синтеза.

## ВВЕДЕНИЕ

Возросший в последние годы интерес к электровакуумным приборам СВЧ большой мощности стимулирует расширение исследовательских и конструкторских работ направленных на создание приборов с улучшенными характеристиками [1,2]. Одним из важных инструментов улучшения характеристик приборов является оптимизация пространственного распределения электромагнитных полей и волн в электродинамических структурах, что достигается путем выбора соответствующих профилей электродинамических структур.

### 1. МЕТОДЫ СИНТЕЗА ПРОФИЛЕЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Совершенствование старых и разработка новых приборов СВЧ в ряде случаев приводит к необходимости синтеза профилей нерегулярных электродинамических структур, реализующих заданные, оптимальные по тому или иному критерию качества, пространственные распределения электромагнитных СВЧ полей. В работе [3] был предложен метод синтеза профиля нерегулярного круглого резонатора, реализующего заданные на определенном уровне пространственные распределения азимутально-симметричных ТЕ-полей. В настоящей работе рассматриваются методы синтеза для нерегулярных азимутально-симметричных ТН-полей, компоненты которых представляются в виде ряда Фурье

$$E_r = \sum_{n=0}^N C_n J_1(a_n r) \frac{n\pi}{l} \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right),$$

$$E_z = \sum_{n=0}^N C_n a_n J_0(a_n r) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z\right),$$

$$H_\phi = j\omega\epsilon_0 \sum_{n=0}^N C_n J_1(a_n r) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z\right),$$

$$a_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2}, \quad k = \frac{\omega}{c}.$$

где  $N$  – количество членов ряда Фурье,  $C_n$  – коэффициенты ряда Фурье,  $l$  – длина резонатора. Тангенциальная составляющая электрического поля  $E_r$  на боковой поверхности резонатора  $b(z)$  должна равняться нулю

$$E_r(b(z)) = E_r(b(z))\sin(\alpha) + E_z(b(z))\cos(\alpha) = 0,$$

здесь  $\alpha$  – угол между касательной к профилю резонатора и положительным направлением оси  $z$ . С учетом того, что

$$\sin(\alpha) = \frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}} = \frac{\frac{db}{dz}}{\sqrt{1 + \left(\frac{db}{dz}\right)^2}},$$

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{db}{dz}\right)^2}},$$

выражение для тангенциальной составляющей электрического поля на боковой поверхности резонатора принимает вид

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{db}{dz}\right)^2}} \left( \sum_{n=0}^N \frac{db}{dz} C_n J_1(a_n b) \frac{n\pi}{l} \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right) + \sum_{n=0}^N C_n a_n J_0(a_n b) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z\right) \right) = 0. \quad (1)$$

На основе этой формулы были разработаны два метода синтеза профиля резонаторов. Первый метод сводится к решению дифференциального уравнения 1-го порядка полученного из выражения (1)

$$\frac{db}{dz} = - \frac{\sum_{n=0}^N C_n a_n J_0(a_n b) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z\right)}{\sum_{n=0}^N C_n J_1(a_n b) \frac{n\pi}{l} \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right)} \quad (2)$$

с начальным условием  $b(0) = b_0$ , , получаемым из решения нелинейного уравнения

$$\sum_{n=0}^N C_n a_n J_0(a_n b_0) = 0. \quad (3)$$

на входе в резонатор при  $z=0$ . Следует отметить, что при реализации метода численного решения дифференциального уравнения (2) при возможном попадании в точки  $z$ , в которых значения знаменателя в уравнении (2) равны нулю возникает переполнение разрядной сетки компьютера, что приводит к возникновению исключительной ситуации. Избежать возникновения исключительной ситуации можно изменением шага решения. От этого недостатка избавлен второй метод, который сводится к решению нелинейного уравнения получившегося из уравнения (1) в котором производная  $\frac{db}{dz}$  была выражена через конечные разности  $\frac{db(z)}{dz} = \frac{b(z) - b(z-h)}{h}$

$$\sum_{n=0}^N \frac{b(z) - b(z-h)}{h} C_n J_1(a_n b) \frac{n\pi}{l} \sin\left(\frac{n\pi}{l} z\right) + \sum_{n=0}^N C_n a_n J_0(a_n b) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z\right) = 0.$$

Для численной реализации метода последнее уравнение удобнее представить в виде

$$(b_m^i - b_{m-1}^i) \sum_{n=0}^N C_n J_1(a_n b_m^i) \frac{n\pi}{l} \sin\left(\frac{n\pi}{l} z_m\right) + h \sum_{n=0}^N C_n a_n J_0(a_n b_m^i) \cos\left(\frac{n\pi}{l} z_m\right) = 0 \quad (4)$$

Алгоритм вычисления профиля резонатора следующий. Решив уравнение (3) на входе в резонатор при  $z=0$ , последовательно проходим по длине резонатора, находя корни  $b_m^i$  нелинейного уравнения (4) в котором  $z_m = mh$ ,  $b_m^i = b(z_m)$ ,  $h$  – шаг сетки,  $m$  – номер узла сетки,  $i$  – номер корня нелинейного уравнения (4). Очевидно, что задача синтеза профиля резонатора неоднозначна, поскольку корней нелинейного уравнения (3) имеется бесконечное множество. Практический интерес представляют, конечно, первые корни соответствующие профилям резонаторов наименьших диаметров. Наличие бесконечного количества простых корней нелинейных уравнений (3) и (4) обуславливает специфику численной реализации разработанных автором методов синтеза

профилей резонаторов. Если при использовании 1-го метода при решении нелинейного уравнения (3) в качестве начального значения принимается значение 1-го корня уравнения (3), то численное решение дифференциального уравнения (2) даст профиль резонатора наименьшего диаметра. Соответственно, при использовании в качестве начального значения 2-го и последующих корней нелинейного уравнения (3) численное решение дифференциального уравнения (2) даст значения профилей большего диаметра. Аналогично, при численной реализации 2-го метода необходимо учитывать наличие множества решений. Выбрав начальное значение  $b_0$  в начальной точке после численного решения нелинейного уравнения (3) во всех последующих узлах сетки при решении уравнения (4) относительно  $b_m^i$  в качестве начального приближения значения корня следует использовать полученное в предыдущем узле сетки значение  $b_{m-1}^i$  чтобы избежать перескока на другой профиль резонатора.

## II. ВЫВОДЫ

Разработанные автором методы синтеза профилей нерегулярных резонаторов, реализующие требуемые пространственные распределения азимутально-симметричных электромагнитных ТН-полей, заданных рядом Фурье, легко реализуются любыми широко известными численными методами решения нелинейных и дифференциальных уравнений. При реализации автором вышеописанных методов синтеза профилей резонаторов использовались метод «золотого сечения» для решения нелинейных уравнений и методы Хемминга и Адамса 4-го порядка для решения дифференциальных уравнений. Оба метода дают одинаковые в пределах заданной точности решения.

1. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ / М. П. Батура [и др.]. – Мн.: БГУИР, 2006. – 275 с.
2. Численные методы оптимизация в задачах электроники СВЧ / А. А. Кураев [и др.]. – Мн.: Наука и техника, 1975. – 295 с.
3. Кураев, А. А. Оптимизированные по КПД профили выходных резонаторов, обеспечивающие повышенный запас устойчивости гироклистронов / А. А. Кураев, Ф. Г. Шевченко, В. П. Шестакович // Радиотехника и электроника, –1974. – № 5. – С. 1047–1055.
4. Теория поля / Л. Д. Ландау [и др.]. – М.: Наука, 1967. – 350 с.
5. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн [и др.]. – М.: Наука, 1974. – 835 с.