

УДК 621.372.512

СИНТЕЗ ЦЕПЕЙ С НАРАСТАЮЩЕВОЛНОВОЙ ФУНКЦИЕЙ ПЕРЕДАЧИ

В.Н. ШАШОК

*Военная академия Республики Беларусь
Минск–57, 220057, Беларусь**Поступила в редакцию 24 октября 2011*

Предлагается применение нарастающеволевой функции в качестве аппроксимирующей при решении задач синтеза цепей широкополосного согласования и фильтрации в целях уменьшения вносимых ими искажений широкополосных и сверхширокополосных сигналов в трактах радиотехнических систем. Приводится пример синтеза низкочастотного фильтра-прототипа и на его основе полосового фильтра с нарастающеволевой функцией передачи.

Ключевые слова: нарастающеволевая функция передачи, синтез цепей широкополосного согласования и фильтрации, низкочастотный фильтр-прототип.

Введение

Важнейшим этапом аналитического решения задач синтеза цепей широкополосного согласования, аналоговых и цифровых БИХ-фильтров является выбор способа аппроксимации их функции передачи. Процедурой выбора полиномов, аппроксимирующих частотные характеристики данных устройств, задают вносимые ими искажения сигналов, что особенно актуально при проектировании трактов широкополосных и сверхширокополосных сигналов, эффективность применения которых в радиотехнических системах существенно зависит от сохранения их амплитудно-частотной и фазочастотной структуры [1]. Для уменьшения данных искажений необходимо в пределах полосы пропускания максимально приблизить модуль функции передачи цепей широкополосного согласования и фильтрации к равномерной форме, а функцию ее аргумента – к линейному виду. Кроме выполнения данных требований, должен обеспечиваться высокий коэффициент подавления вне полосы пропускания. Наиболее полно указанным требованиям удовлетворяют широко применяемые на практике равноволевая, максимально плоская и эллиптическая аппроксимации [2, 3]. Однако и для данных функций указанные требования являются противоречивыми. Таким образом, существует потребность нахождения класса аппроксимирующих функций, позволяющих синтезировать цепи широкополосного согласования и фильтрации, одновременно обладающие малыми вносимыми амплитудными и фазовыми искажениями, а также высоким коэффициентом подавления вне полосы пропускания.

Низкочастотные фильтры-прототипы с нарастающеволевой функцией передачи

Применение нарастающеволевой функции, предложенной в [4], в качестве аппроксимирующей при решении задач синтеза цепей широкополосного согласования и фильтрации позволяет повысить равномерность АЧХ данных цепей при одновременном повышении линейности их ФЧХ в полосе пропускания [5, 6].

Предлагаемая нарастающеволевая функция передачи мощности порядка $2n$ имеет на плоскости комплексной переменной $s = \sigma + j\omega$ вид

$$K(-s^2, n, m, \varepsilon) = \frac{k^2}{1 + \varepsilon^2 (-1)^{n-m} s^{2(n-m)} T_{Cheb}^2(m, s)}, \quad (1)$$

где $k \leq 1$ – константа, характеризующая максимальный уровень передачи; ε – коэффициент неравномерности функции в полосе пропускания; $T_{Cheb}(m, s)$ – обобщенный полином Чебышева первого рода порядка m .

В s -области нарастающе-волновая функция передачи мощности (1) образует поверхность. На рис. 1 приводится вид данной поверхности в левой половине s -области при $n=5$, $m=3$, $\varepsilon=0,509$ (1 дБ) и представлено ее сечение вертикальной плоскостью $s = j\omega$ ($\sigma=0$). Данное сечение представляет собой квадрат амплитудно-частотной характеристики цепи, реализующей указанную функцию передачи.

Описание полюсов нарастающе-волновой функции передачи мощности приведено в [7]. Их положение является промежуточным относительно полюсов равноволновой и максимально плоской функций.

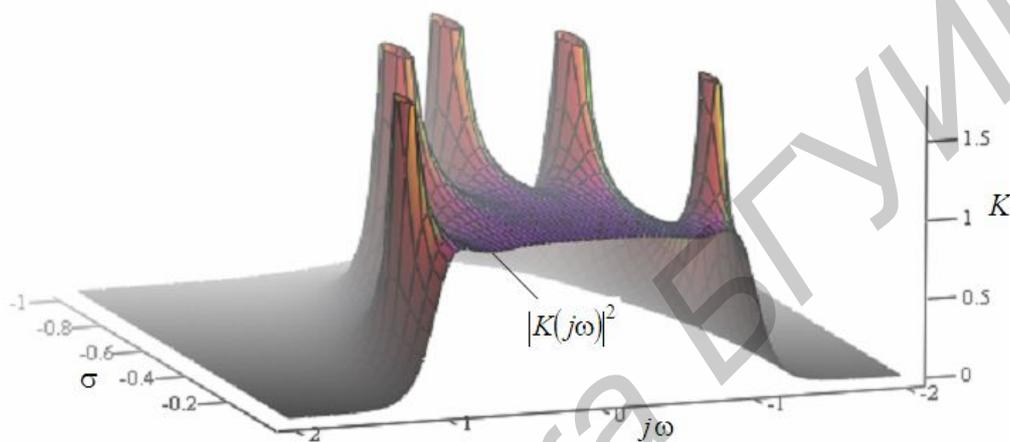


Рис. 1. Сечение поверхности $K(-s^2, 5, 3, 0,509)$ вертикальной плоскостью $s = j\omega$ в области s -переменной

Нарастающе-волновая функция обладает повышенной равномерностью коэффициента передачи в полосе пропускания. За пределами полосы пропускания с увеличением частоты расстройки обеспечивается равномерное уменьшение коэффициента передачи [4]. Учитывая, что при $|\omega| \gg 1$ можно принять

$$T_{Cheb}(m, s) \approx 2^{m-1} \omega^m,$$

затухание, вносимое цепями с нарастающе-волновой функцией передачи, за пределами полосы пропускания выраженное в децибелах, равно

$$\alpha = 20 \lg \varepsilon + 20n \lg \omega + 6(m-1).$$

Для выбранных выше условий при десятикратной расстройке относительно граничной частоты затухание фильтра с нарастающе-волновой аппроксимацией составляет 106,132 дБ, в то время как при максимально плоской и равноволновой соответственно 100 и 118,132 дБ.

Рассмотрим четырехполюсник без потерь с нарастающе-волновой функцией передачи мощности (1), нагруженный двусторонней нагрузкой и представленный структурой Дарлингтона [8].

Выберем в качестве примера случай, для которого $n=5$, $m=3$, $\varepsilon=0,509$, $R_c = R_n = 1$. Нарастающе-волновая функция передачи мощности (1) для выбранных условий имеет вид

$$K(-s^2, 5, 3, 0,509) = \frac{k^2}{-4,143s^{10} - 6,214s^8 - 2,33s^6 + 1}. \quad (2)$$

Выражение (2) является функцией передачи мощности низкочастотного фильтра-прототипа, так как все его нули передачи определяются при $s = \infty$. При $s = 0$ его функция передачи по напряжению имеет вид

$$K(s, 5, 3, 0, 509) \Big|_{s=0} = \frac{R_H}{R_C + R_H}. \quad (3)$$

Сравнивая (3) с (2) при $s = 0$, получаем

$$k = \frac{R_H}{R_C + R_H} = 0,5. \quad (4)$$

Учитывая (4) функция передачи мощности источника сигнала с внутренним сопротивлением R_C в нагрузку R_H равна

$$K_C(-s^2, n, m, \varepsilon) = \frac{4R_C}{R_H} K(-s^2, n, m, \varepsilon) = 4 \frac{0,5^2}{-4,143s^{10} - 6,214s^8 - 2,33s^6 + 1}. \quad (5)$$

С учетом коэффициента отражения от входа недиссипативного четырехполюсника $\rho(s)$ можно записать

$$|\rho(s)|^2 + K_C(-s^2, n, m, \varepsilon) = 1. \quad (6)$$

Из выражении (5) и (6) получим

$$\rho(s)\rho(-s) = 1 - \frac{4R_C}{R_H} K(-s^2, n, m, \varepsilon) = \frac{4,143s^{10} + 6,214s^8 + 2,33s^6}{4,143s^{10} + 6,214s^8 + 2,33s^6 - 1}. \quad (7)$$

Для определения коэффициента отражения представим выражение (7) в виде

$$\rho(s)\rho(-s) = \frac{a_n^2 a(s)a(-s)}{b_n^2 b(s)b(-s)}. \quad (8)$$

Так как полиномы числителя и знаменателя выражения (7) имеют вещественные коэффициенты и четные степени, их корни имеют квадрантную симметрию. Кроме того, свободный коэффициент полинома числителя равен нулю, по этой причине все его корни парно расположены на мнимой оси комплексной s -плоскости. Выбранные по одному из каждой пары корни $s_3 = j0,866$, $s_4 = s_5 = s_6 = 0$, $s_7 = -j0,866$ образуют модифицированный полином Гурвица

$$a(s) = \prod_{i=3}^7 (s - s_i) = s^5 + 0,75s^3. \quad (9)$$

Аналогично корни полинома знаменателя, имеющие в левой комплексной полуплоскости один действительный корень $s_5 = -0,727$ и две пары комплексно сопряженных корней $s_3 = -0,189 + j1,012$, $s_7 = -0,189 - j1,012$ и $s_4 = -0,553 + j0,577$, $s_6 = -0,553 - j0,577$, образуют полином Гурвица

$$b(s) = \prod_{i=3}^7 (s - s_i) = s^5 + 2,211s^4 + 3,195s^3 + 2,951s^2 + 1,703s + 0,491. \quad (10)$$

Таким образом, из (8), учитывая $a_n = b_n = \sqrt{4,143}$, коэффициент отражения можно представить отношением полиномов Гурвица (9) и (10)

$$\rho(s) = \frac{a_n a(s)}{b_n b(s)} = \frac{s^5 + 0,75s^3}{s^5 + 2,211s^4 + 3,195s^3 + 2,951s^2 + 1,703s + 0,491}.$$

Коэффициент отражения позволяет определить полное входное сопротивление реактивного четырехполюсника, нагруженного сопротивлением R_H :

$$Z_{\text{вх}}(s) = R_C \frac{1 + \rho(s)}{1 - \rho(s)} = \frac{2s^5 + 2,211s^4 + 3,945s^3 + 2,951s^2 + 1,703s + 0,491}{2,211s^4 + 2,445s^3 + 2,951s^2 + 1,703s + 0,491}.$$

В результате непрерывного деления и инверсии получаем разложение функции полного входного сопротивления в непрерывную дробь

$$Z_{\text{вх}}(s) = 0,904s + \frac{1}{1,732s + \frac{1}{1,656s + \frac{1}{1,732s + \frac{1}{0,905s + 1}}}} \quad (11)$$

Схемная реализация $K(-s^2, 5, 3, 0,509)$, основывающаяся на реализации $Z_{\text{вх}}(s)$ по (11) первой формой Кауэра, приведена на рис. 2.

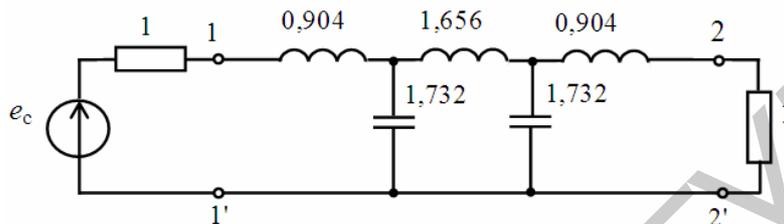


Рис. 2. Схема реализации по Дарлингтону функции передачи мощности $K(-s^2, 5, 3, 0,509)$ по входному сопротивлению (11)

Функции (1) соответствует функция передачи по напряжению

$$K(s, n, m, \varepsilon) = \frac{k}{\varepsilon 2^{m-1} p(s)}, \quad (12)$$

Полином Гурвица $p(s)$ образован полюсами функции (1), лежащими в левой полуплоскости комплексной s -переменной. Для рассматриваемого примера

$$p(s) = \prod_{i=3}^7 (s - s_i) = s^5 + 2,211s^4 + 3,195s^3 + 2,951s^2 + 1,703s + 0,491 \quad (13)$$

и функция (12) с учетом полинома Гурвица (13) имеет вид

$$K(s, 5, 3, 0,509) = \frac{0,5}{2,035s^5 + 4,501s^4 + 6,503s^3 + 6,006s^2 + 3,466s + 1,0} \quad (14)$$

Модуль функции передачи (12) представляет поверхность в s -области, сечение которой плоскостью $s = j\omega$ образует кривую, являющуюся АЧХ цепи, описываемой данной функцией. Для цепи с функцией передачи (14) вид АЧХ представлен на рис. 3. На рисунке также приведены АЧХ цепей с равноволновой, максимально плоской и эллиптической функциями передачи при аналогичных условиях.

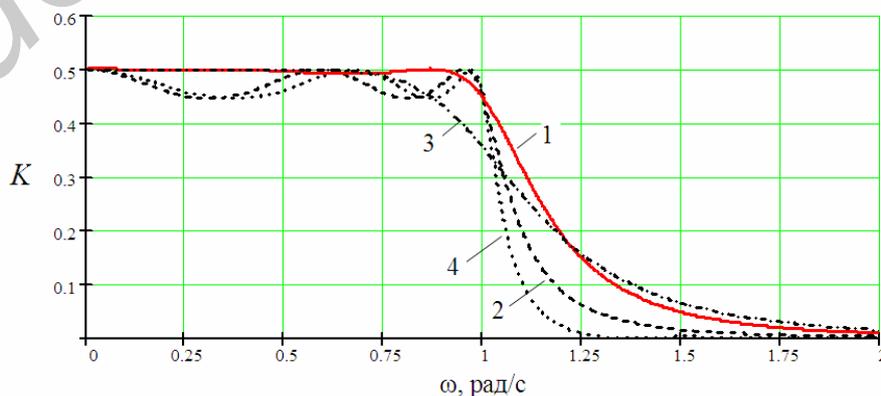


Рис. 3. Вид АЧХ низкочастотных фильтров-прототипов с нарастающей (1), равноволновой (2), максимально плоской (3) и эллиптической (4) функциями передачи при $n=5$, $m=3$, $\varepsilon=0,509$ и $k=0,5$

Для оценки равномерности АЧХ в полосе пропускания в [2] приведен критерий наименьших квадратов. По данному критерию цепи с нарастающе-волновой функцией передачи обладают существенным преимуществом в сравнении с цепями, реализующими равноволновую, максимально плоскую и эллиптическую функции передачи [6].

В целях уменьшения искажений, вносимых цепями широкополосного согласования и фильтрации, необходимо также сохранять фазочастотную структуру сигнала, т. е. приближать их ФЧХ к линейной форме. Фазочастотная характеристика цепей с функцией передачи (12) определяется выражением

$$\varphi(j\omega) = -\arg p(j\omega).$$

Фазочастотная характеристика рассматриваемой в качестве примера цепи описывается выражением

$$\varphi(j\omega, 5, 3, 0,509) = -\arg(j\omega + 0,727) - \arg(-\omega^2 + j2\omega 0,189 + 0,189^2 + 1,012^2) - \\ - \arg(-\omega^2 + j2\omega 0,553 + 0,553^2 + 0,577^2).$$

Для оценки линейности ФЧХ цепей широкополосного согласования и фильтрации выберем функцию фазовой задержки, представляющую собой зависимость времени задержки гармоник сигнала от частоты:

$$t_{\text{ф.з.}}(j\omega) = \frac{-\varphi(j\omega)}{\omega}.$$

Вид функции фазовой задержки фильтров-прототипов с рассматриваемыми аппроксимирующими функциями показан на рис. 4.

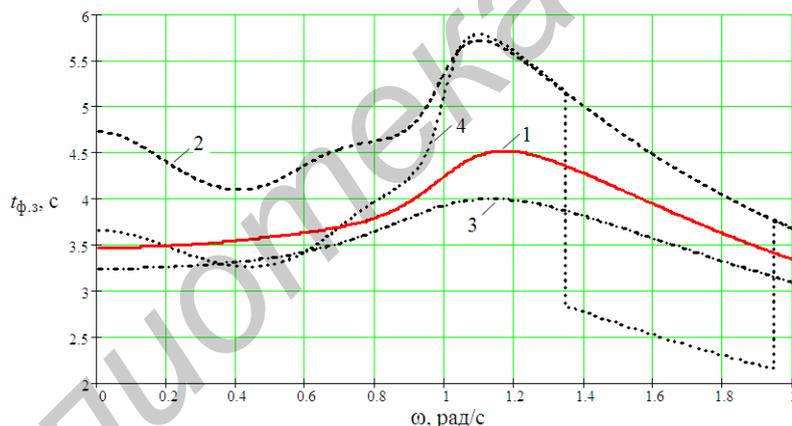


Рис. 4. Фазовая задержка цепей с нарастающе-волновой (1), равноволновой (2), максимально плоской (3) и эллиптической (4) функциями передачи при $n=5$, $m=3$, $\varepsilon=0,509$

Цепи с нарастающе-волновой функцией передачи обладают значительно большей равномерностью фазовой задержки в полосе пропускания, а значит и меньшими вносимыми фазочастотными искажениями, в сравнении с цепями, имеющими эллиптическую и равноволновую функции передачи.

Таким образом, важнейшим достоинством цепей с нарастающе-волновой функцией передачи является высокая равномерность АЧХ при одновременно повышенной линейности их ФЧХ в полосе пропускания, благодаря чему данные цепи обладают малыми вносимыми искажениями широкополосных сигналов.

Расчет полосового фильтра по низкочастотному фильтру-прототипу с нарастающе-волновой функцией передачи

В качестве примера рассмотрим расчет полосового фильтра с граничными частотами $f_{\text{г.н}} = 27,5$ МГц ($\omega_{\text{г.н}} = 172,788 \cdot 10^6$ рад/с) и $f_{\text{г.в}} = 28,5$ МГц ($\omega_{\text{г.в}} = 179,071 \cdot 10^6$ рад/с), син-

тезированный на основе фильтра-прототипа с функцией передачи $K(s, 5, 3, 0, 509)$ и имеющий параметры источника и нагрузки $R_c = R_n = 50$ Ом.

Денормируем элементы схемы фильтра-прототипа с заданной функцией передачи, приведенной на рис. 2, используя соотношения [9]:

$$R = R_{\text{норм}} R_c; L = L_{\text{норм}} \frac{R_{\text{норм}}}{\omega_{\text{норм}}}; C = \frac{C_{\text{норм}}}{R_{\text{норм}} \omega_{\text{норм}}}, \quad (15)$$

где $R_{\text{норм}} = R_c$ – нормирующее сопротивление, равное внутреннему сопротивлению источника сигнала; $\omega_{\text{норм}} = \omega_{г.в} - \omega_{г.н}$ – нормирующая частота.

Определив нормирующую частоту $\omega_{\text{норм}} = 6,283 \cdot 10^6$ рад/с, которая является граничной частотой для низкочастотного фильтра, с использованием соотношений (15) получаем реальные значения элементов схемы данного низкочастотного фильтра:

$$R_c = R_n = 50 \text{ Ом}; L_{\text{ФНЧ}1} = L_{\text{ФНЧ}3} = 7,197 \text{ мкГн};$$

$$L_{\text{ФНЧ}2} = 13,178 \text{ мкГн}; C_{\text{ФНЧ}1} = C_{\text{ФНЧ}2} = 5,514 \text{ нФ}.$$

Для получения полосового фильтра индуктивное сопротивление низкочастотного фильтра заменим сопротивлением последовательного контура с элементами

$$L_{\text{ПФ}} = L_{\text{ФНЧ}} \text{ и } C_{\text{ПФ}} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{\text{ФНЧ}}}, \quad (16)$$

а емкостное сопротивление низкочастотного фильтра заменяется сопротивлением параллельного контура с элементами

$$C_{\text{ПФ}} = C_{\text{ФНЧ}} \text{ и } L_{\text{ПФ}} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{\text{ФНЧ}}}, \quad (17)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\omega_{г.н} \omega_{г.в}}$ – центральная (средняя геометрическая) частота полосового фильтра.

После определения центральной частоты $\omega_0 = 175,901 \cdot 10^6$ рад/с используем соотношения (16) и (17) для расчета номиналов элементов:

$$C_{\text{ПФ}2} = C_{\text{ПФ}4} = 4,491 \text{ пФ}; C_{\text{ПФ}3} = 2,453 \text{ пФ}; L_{\text{ПФ}4} = L_{\text{ПФ}5} = 5,861 \text{ нГн}.$$

Выполнив указанную замену и расчет, получаем принципиальную схему полосового фильтра, показанную на рис. 5. Вид АЧХ рассчитанного фильтра приведен на рис. 6.

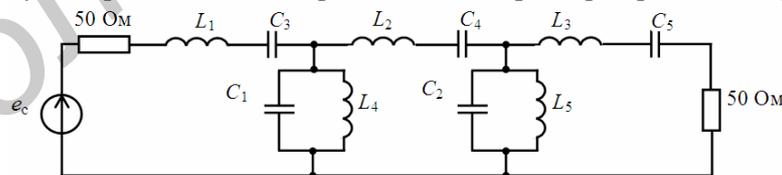


Рис. 5. Принципиальная схема полосового фильтра пятого порядка со стандартными источником сигнала и нагрузкой

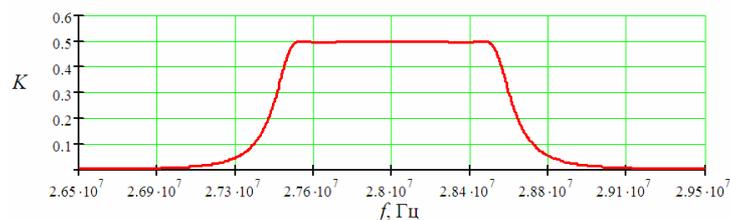


Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика полосового фильтра с нарастающе-волновой функцией передачи $K(s, 5, 3, 0, 509)$ при $R_c = R_n = 50$ Ом

Заключение

Таким образом, применение нарастающевольтной функции в качестве аппроксимирующей при решении задач синтеза цепей широкополосного согласования и фильтрации позволяет уменьшить их вносимые искажения, что способствует сохранению структуры проходящих через них широкополосных и сверхширокополосных сигналов и, как следствие, повышению эффективности применения таких сигналов в радиотехнических системах.

SYNTHESIS OF CIRCUITS WITH RISING RIPPLE TRANSFER FUNCTIONS

V.N. SHASHOK

Abstract

The use of the Rising Ripple Transfer Functions as approximating is suggested when one faces tasks of broadband matching circuits synthesis and filtration in order to decrease the quantity of ultra broadband signals distortions in the sections of radio-technical systems. The example of the low-frequency filter-prototype synthesis and based on it band-pass filter with the Rising Ripple Transfer Functions is given.

Литература

1. Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез, обработка. СПб., 2005.
2. Балабанян Н. Синтез электрических цепей. М., 1961.
3. Вай Кайчень. Теория и проектирование широкополосных согласующих цепей. М., 1979.
4. Филиппович Г.А., Шашок В.Н. // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2010. №1. С. 65–72.
5. Шашок В.Н., Филиппович Г.А. // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2011. №1. С. 120–127.
6. Шашок В.Н. // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2011. №3. С. 94–100.
7. Шашок В.Н., Филиппович Г.А. // Докл. БГУИР. 2010. №8. С. 38–45.
8. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. М., 1982.
9. Шебес М.Р., Каблучкова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. М., 1990.