

ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ВОЛНОВОДОВ И СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА МАТЕМАТИКА

Тарасюк Н. П.

Кафедра физики, Брестский государственный технический университет

Брест, Республика Беларусь

E-mail: tarasiuk@bstu.by

Рассмотрены три основных метода, применяемых для расчетов волноводов: метод матриц переноса (ММП), метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ). С помощью пакета Mathematica проведено сравнение точности вычислений данных методов.

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное развитие приборов оптоэлектроники сопровождается применением сложных геометрий многослойных волноводов. Это осложняет аналитический расчет данных структур. Поэтому важное значение приобретают численные методы расчета волноводов [1-3].

В работе представлены три наиболее популярных численных метода расчета волноводов: метод матриц переноса, метод конечных разностей и метод конечных элементов. На примере простой модели трехслойного плоского волновода с активной областью GaAs проведено сравнение точности вычислений эффективных показателей преломления данными методами между собой и с расчетом дисперсионного уравнения (ДУ).

I. МЕТОД МАТРИЦ ПЕРЕНОСА

Вычисления проведены в приближении плоских волн, распространяющихся вдоль оси z для ТЕ поляризации излучения.

Амплитуда напряженности электрического поля $\varepsilon_{y,j}(x)$ удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{y,j}(x)}{\partial x^2} - (\beta^2 - k_0^2 \tilde{n}_j^2) \varepsilon_{y,j}(x) = 0 \quad (1)$$

где β – проекция волнового вектора k_0 на плоскость структуры, \tilde{n}_j – комплексный показатель преломления j -слоя.

Для нахождения β использовался метод скоростного спуска [1].

По известной величине β определялся эффективный показатель преломления структуры

$$n_{eff} = \frac{\beta_{re}}{k_0}$$

II. МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

В МКР [1] производная $\frac{\partial^2 \varepsilon(x)}{\partial x^2}$ в волновом уравнении (2) заменяется ее разностным аналогом

$$\frac{\partial^2 \varepsilon(x)}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon(x + \Delta x) - 2\varepsilon(x) + \varepsilon_{y,j}(x - \Delta x)}{\Delta x^2}$$

где Δx – шаг по оси x . Для нахождения постоянных распространения волноводных мод β необходимо найти собственные значения оператора $A = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 n^2(x)$. Для этого требуется решить характеристическое уравнение

$$\det(A - \beta^2 E) = 0, \quad (2)$$

где E – единичная матрица, A – трехдиагональная матрица.

Определитель (2) рассчитывался при различных значениях β и с помощью метода секущих определялись собственные значения волнового уравнения (1). Для вычисления интенсивности мод волноводной структуры необходимо найти собственные функции, соответствующие собственным значениям уравнения (1). Для нахождения собственных функций использовался метод обратных итераций [4].

III. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В МКЭ [5] искомая непрерывная функция аппроксимируется совокупностью приближенных значений, рассчитанных в некоторых точках области – узлах. Решение аппроксимируется функцией экстремума функционала. В случае волнового уравнения (1) функционал имеет вид

$$F = \frac{1}{2} \int_a^b (-\varepsilon')^2 + \gamma \varepsilon^2 dx, \quad (3)$$

где (a, b) – область искомой функции, $\varepsilon' = \frac{\partial \varepsilon(x)}{\partial x}$, $\gamma = k_0^2 n^2 - \beta^2$.

Функция ε в (3) имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon^{(1)} + \varepsilon^{(2)} + \dots + \varepsilon^{(i)} + \dots + \varepsilon^{(I-1)}$$

где I – количество узлов. Элемент i лежит между i и $i + 1$ узлами.

Раскладывая функцию элемента i по значениям функций в узлах i и $i + 1$, а затем проделав аналогичные преобразования для элемента $i - 1$, можно получить уравнения для всех узлов. Решая систему получаем значения искомой функции.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Точность данных методов покажем на простом примере плоского трехслойного симметричного волновода $GaAs - Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ и сравним с решением ДУ [6]. Волновод образован двумя полубесконечными областями $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ с показателями преломления 3.385 и волноводным слоем с показателем преломления 3.590 и толщиной 1 мкм. Профили показателя преломления и интенсивности моды нулевого порядка симметричного волновода показаны на рисунке 1. Длина волны излучения равна 900 нм.

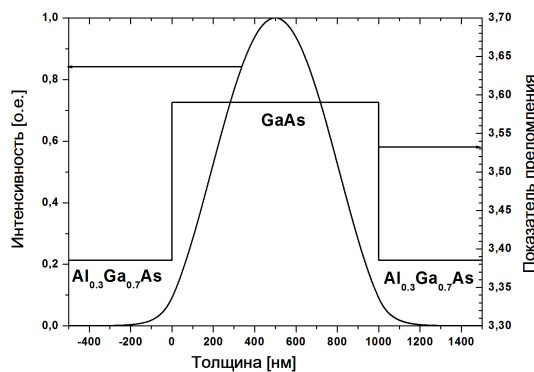


Рис. 1 – Профили показателя преломления и интенсивности моды нулевого порядка трехслойного симметричного волновода.

Результаты расчета и сравнение значений эффективного показателя преломления тремя методами с ДУ приведены в таблицах 1 и 2. В случае МКР и МКЭ моделируемая область разбивалась на 1000 частей.

Таблица 1 – Значения эффективного показателя преломления, полученные ММП, МКР и МКЭ

Номер моды	ДУ	ММП	МКР	МКЭ
0	3.5717109	3.5717109	3.5716767	3.5716760
1	3.5178610	3.5178610	3.5176963	3.5176935
2	3.4344562	3.4344562	3.4333770	3.4333708

Таблица 2 – Отклонение значений эффективного показателя преломления, полученные ММП, МКР и МКЭ от ДУ [6] в процентах

Номер моды	ММП	МКР	МКЭ
0	$< 10^{-10}$	0.0009593	0.0009772
1	$< 10^{-10}$	0.0046819	0.0047616
2	$< 10^{-10}$	0.0314234	0.0316054

Как видно из таблицы 2 отклонение значений эффективного показателя преломления, по-

лученных МКР и МКЭ от результатов ДУ для нулевой моды соответственно на порядок меньше, чем для первой и второй мод. Отклонение значений, полученных в МКР незначительно меньше, чем в МКЭ. Кроме того МКР и МКЭ требуют довольно точного начального приближения для постоянной распространения. Результаты расчетов эффективного показателя преломления, полученные ММП, практически совпадают с результатами ДУ.

В таблице 3 приведены время счета одной итерации и определителя трехдиагональной матрицы при использовании МКР и МКЭ при различном количестве разбиений моделируемой области в случае нулевой моды.

Таблица 3 – Время счета одной итерации t_{iter} и определителя трехдиагональной матрицы t_{det} в секундах при использовании МКР и МКЭ

Количество разбиений	МКР		МКЭ	
	t_{iter}	t_{det}	t_{iter}	t_{det}
200	0.027	1.4	0.019	1.6
400	0.068	6.1	0.055	6.7
600	0.115	16.1	0.096	17.5
800	0.165	34.0	0.141	37.1
1000	0.220	65.1	0.190	70.1
1500	0.334	212.7	0.313	223.7
2000	0.450	496.0	0.465	509.9
2500	0.598	958.2	0.600	987.6
3000	0.746	1652.0	0.735	1677.6
4000	1.044	4112.2	1.041	4117.1

Из таблицы 3 видно, что время счета одной итерации в МКЭ в большинстве случаев меньше, чем в МКР, а время вычисления определителя больше.

V. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kawano, K. Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equations and the Shrödinger Equation / K. Kawano, T. Kitoh. – John Wiley Sons, Inc, New York, 2001. – 292 p.
2. Bergmann, M. J. Optical-field calculations for lossy multiple-layer $Al_xGa_{1-x}N/In_xGa_{1-x}N$ laser diodes / M. J. Bergmann, and H. C. Casey, Jr. // J. Appl. Phys. – 1998. -- Vol. 84, Iss. 3. -- P. 1196–1203.
3. Chen, Ch. Efficient and accurate numerical analysis of multilayer planar optical waveguides in lossy anisotropic media / Ch. Chen, P. Berini, D. Feng, S. Tanev and V. P. Tzolov // Optics Express. -- 2000. -- Vol. 7, Iss. 8. – P. 260.–272.
4. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – Москва: Наука, 1978. –512 с.
5. Hoffman, J. D. Numerical Methods for Engineers and Scientists / J. D. Hoffman. –Marcel Dekker, Inc, New York, 2001. –823 p.
6. Кейси, К. Лазеры на гетероструктурах / К. Кейси, М. Паниш. – Москва: Мир, 1978, том 1. -- 299 с.