

**ЭЛЕКТРОНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА**

УДК 621.384.6

**СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ УЛЬТРАВЫСОКОЙ СОБСТВЕННОЙ ДОБРОТНОСТИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО РЕЗОНАТОРА НА ОСНОВЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЕГО ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ**

А.А. КУРАЕВ, С.В. КОЛОСОВ, А.К. СИНИЦЫН

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 10 сентября 2012*

Предложен прецизионный метод измерения ультравысоких собственных добротностей сверхпроводящих резонаторов, основанный на возбуждении колебаний в резонаторе электронным потоком. При таком измерении резонатор не связан с какими-либо внешними СВЧ-цепями: его собственная добротность определяется по потере мощности электронного потока, которая может быть измерена с высокой точностью.

*Ключевые слова:* измерение добротности, сверхпроводящие резонаторы.

**Введение**

Измерение ультравысоких собственных добротностей сверхпроводящих резонаторов линейных ускорителей является трудноразрешимой проблемой традиционных СВЧ-методов [1–3]. Во-первых, требуется аппаратура с уникальными в настоящее время параметрами разрешения. Например, при резонансной частоте резонатора  $f_0=1,3 \cdot 10^9$  Гц девиация частоты питающего генератора не должна превышать  $n \cdot 1,3 \cdot 10^{-3}$  Гц (!), где  $n\%$  – допустимая погрешность в определении добротности [1]. Во-вторых, при рассматриваемых величинах добротности порядка  $10^{10}$  измеряемые добротности по инкременту затухания и по ширине резонансной кривой различаются по определению. В-третьих, вносимую внешнюю добротность, определяемую связью резонатора с внешними измерительными цепями, необходимо точно учесть для перерасчета собственной добротности по результатам измерений, что не всегда возможно.

В предлагаемом методе эти проблемы снимаются за счет того что:

- 1) прецизионная СВЧ-аппаратура не требуется;
- 2) исследуемый резонатор полностью автономен, т.е. не связан с какими-либо внешними СВЧ-цепями;
- 3) добротность определяется по потере мощности электронным потоком и по пусковому току, которые могут быть измерены с высокой точностью.

Кроме того, определяемая добротность имеет тот же смысл, что и при работе резонатора в ускорителе, а электронный поток расположен точно так же, как ускоряемый поток электронов, т.е. связь потока с полем резонатора та же, что и в ускорителе.

Схема измерений представлена на рисунке.

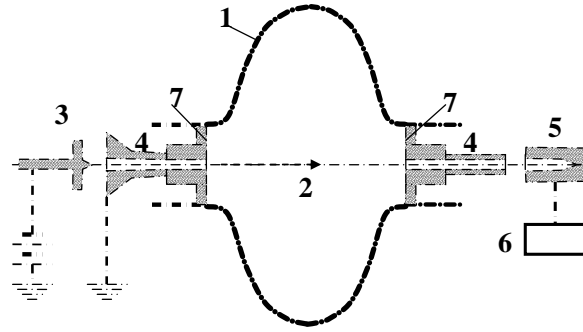


Рис. 1. Схема измерения добротности резонатора

1 – сверхпроводящий резонатор; 2 – осевой игольчатый электронный поток; 3 – инжектор электронов; 4 – трубки дрейфа с диаметром, во много раз меньшим критического для волн  $E_{01}$ ; 5 – коллектор электронов; 6 – измеритель мощности электронного пучка; 7 – сверхпроводящие крышки резонатора

На схеме не показаны: криогенная и фокусирующая электронный поток системы, а также вакуумная оболочка и изоляторы.

### Методика измерений

Будем исходить из «энергетического» определения добротности, соответствующего принципу использования резонатора в линейном ускорителе:

$$Q_v = \frac{\omega_v W_v(A)}{P_{\text{ПВ}}(A)}, \quad (1)$$

где  $Q_v$  – добротность резонатора на  $v$ -типе колебаний,  $\omega_v = 2\pi f_v$  – резонансная частота колебания,  $W_v(A)$  – запасенная энергия электромагнитного поля в резонаторе на  $v$ -типе при заданной амплитуде колебаний  $A$ ,  $P_{\text{ПВ}}(A)$  – мощность потерь в стенках (включая торцевые крышки) при той же амплитуде  $A$ . В свою очередь

$$P_{\text{ПВ}}(A) = P_{cv} + P_{kv} = P_{cv}(1 + \alpha), \quad \alpha = P_{kv} / P_{cv}. \quad (2)$$

где  $P_{cv}$  – мощность потерь в стенках резонатора,  $P_{kv}$  – мощность потерь в торцевых крышках.

Из (1), (2) следует определение собственной добротности резонатора

$$Q_{vc} = Q_v(1 + \alpha). \quad (3)$$

Коэффициент  $\alpha$  устанавливается при расчете полей в резонаторе с торцевыми крышками.

Рассмотрим резонатор с рабочим симметричным типом  $E_{0ij}$  колебания, который наиболее часто используется в ускорителях. В этом случае запасенная энергия может быть выражена через одну магнитную компоненту поля в виде [4,5]:

$$\omega_v W_v = 3,46 \cdot 10^8 \cdot A^2 \cdot \frac{W}{A_0^2} \int \dot{B}_\phi^0{}^2 dV_p, \quad (4)$$

где  $A = \frac{e \cdot \max |E'_z|}{m_0 \omega_0 c}$  – безразмерная амплитуда поля,  $E'_z(z)$  – распределение электрической ком-

поненты поля на оси,  $\dot{B}_\phi^0(r, z) = \frac{e \cdot \dot{B}_\phi^{\prime 0}}{m_0 \omega_0}$  – распределение безразмерной магнитной компоненты

поля, рассчитанной при некоторой амплитуде  $A_0$  и резонансной частоте  $\omega$ ;  $e$ ,  $m_0$  – заряд и масса электрона,  $\omega_0$  – базовая частота, выбранная при переходе к безразмерным переменным, все геометрические размеры масштабированы как  $(r, z, L) = (r', z', L') \cdot \omega_0 / c$ , где  $c$  – скорость света,

$W = \omega / \omega_0$ ,  $\omega$  – рабочая частота колебаний резонатора (обычно  $\omega = \omega_v$ ),  $V_p$  – объем резонатора в единицах  $c/\omega_0$  (штрихом помечены размерные переменные, имеющие одинаковое написание с безразмерными). Обозначим квадрат нормы собственного колебания как  $\|\vec{E}^0\|^2 = \frac{W}{A_0^2} \int_{V_p} \dot{B}_\phi^0{}^2 dV_p$ .

В результате такого перехода к безразмерным величинам получим выражение зависимости полной добротности от амплитуды в виде

$$Q_v = 3,46 \cdot 10^8 \|\vec{E}^0\|^2 \cdot \frac{A^2}{P_{\Pi v}(A)}. \quad (5)$$

Но в соответствии со схемой измерений на рис.1 резонатор автономен, и при возбуждении его электронным потоком в одной из зон монотронной генерации [6,7] вся теряемая потоком мощность расходуется только на потери в стенках резонатора с крышками, т.е.

$$P_{\Pi v}(A) = \eta_e(A) \cdot I_0 V_0, \quad (6)$$

где  $\eta_e$  – электронный КПД монотрона,  $I_0$ ,  $V_0$  – ток и ускоряющее напряжение пучка, причем амплитуда  $A$  определяется соотношением (5).

Величину  $\eta_e$  и связанное с ней напряжение пучка  $V_0$  несложно рассчитать при найденном предварительно по методике [4,5] нормированном распределении поля на оси  $E_z^0(z) = E_z(z) / A_0$ , используя безразмерные одномерные уравнения движения электронов [7]

$$\frac{d\beta_i}{dz} = -\frac{A \cdot E_z^0(z)}{\beta_i \gamma_i^3}; \quad \frac{d\theta_i}{dz} = \frac{W}{\beta_i}; \quad \beta_i(0) = \beta_0; \quad \theta_i(0) = 2\pi \cdot i; \quad (7)$$

$$\eta_e(z) = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \frac{\gamma_0 - \gamma_i(z)}{\gamma_0 - 1}; \quad \gamma_i = 1 / \sqrt{1 - \beta_i^2}; \quad \gamma_0 = 1 / \sqrt{1 - \beta_0^2}; \quad i = 1..N_e.$$

Здесь  $\beta_i = v_i / c$ ,  $v_i$  – скорость электронов,  $\theta_i = \omega_0 t_i$  – угол пролета электроном сечения  $z$ ,  $t_i$  – время пролета,  $N_e$  – количество крупных частиц-электронов используемых при расчете, напряжение пучка связано с  $\beta_0$  как  $V_0 = \frac{m_0 c^2}{e} (\gamma_0 - 1)$ , функция группировки рассчитывается

$$\text{как } G_r(z) = \frac{1}{N_e} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^{N_e} \cos \theta_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^{N_e} \sin \theta_i \right)^2}.$$

Рассчитав по уравнениям (7) амплитуду  $A$  и напряжение  $V_0$ , при которых достигается максимальное значение  $\eta_e$  в одной из зон монотронной генерации  $\eta_e^{\max} = \max \eta_e(A, V_0)$ , получим основное определяющее соотношение между добротностью резонатора и током пучка

$$Q_v = 3,46 \cdot 10^8 \|\vec{E}^0\|^2 \frac{A^2}{\eta_e^{\max}(A, V_0) \cdot V_0} / I_{\max} = \alpha_{IQ} / I_{\max}. \quad (8)$$

Итак, методика измерений  $Q_v$  в соответствии со схемой рис. 1 состоит в следующем. Находится по предварительному расчетному значению  $V_0$  первая зона генерации путем постепенного увеличения тока  $I_0$ . При этом используется следующий факт: в измерителе мощности пучка будет регистрироваться линейная зависимость  $P(I_0)/I_0 = V_0 = \text{const}$ . При достижении зоны генерации обнаруживается, что  $P(I_0) < I_0 V_0$ . Затем подстраивается  $I_0$  на  $\max \eta_e$ . Значение  $I_0 = I_{\max}$  в точке, соответствующей  $\eta_e^{\max}$  используется для определения  $Q_v$  по формуле (8).

Еще одна важная характеристика генератора – пусковой ток  $I_{\text{start}}$ . Он рассчитывается из условия возникновения колебаний при  $A \rightarrow 0$ . Поэтому дополнительная проверка полученного значения  $Q_v$  проводится по величине наблюдаемого пускового тока  $I_{\text{start}}$ . В этом случае предварительно рассчитывается значение  $\alpha_{IQ}^{\text{start}} = 3,46 \cdot 10^8 \left\| \vec{E}^0 \right\|^2 \frac{A^2}{V_0 \eta_e(A)} \Big|_{A \rightarrow 0}$  и добротность пересчитывается по формуле  $Q_v = \alpha_{IQ}^{\text{start}} / I_{\text{start}}$ .

### Анализ зон генерации и расчет коэффициентов $\alpha_{IQ}$ и $\alpha_{IQ}^{\text{start}}$

Для определенности рассмотрим конкретный тип резонатора линейного ускорителя электронов и позитронов, разработанный в лаборатории FermiLab. Подробные данные расчета полей в этом резонаторе приведены в [4,5]. Рабочий тип колебаний в нем –  $E_{011}$ , резонансная частота  $f_v = 1,3$  ГГц. Профиль резонатора и его параметры размерные (в мм) и безразмерные приведены на рисунке.

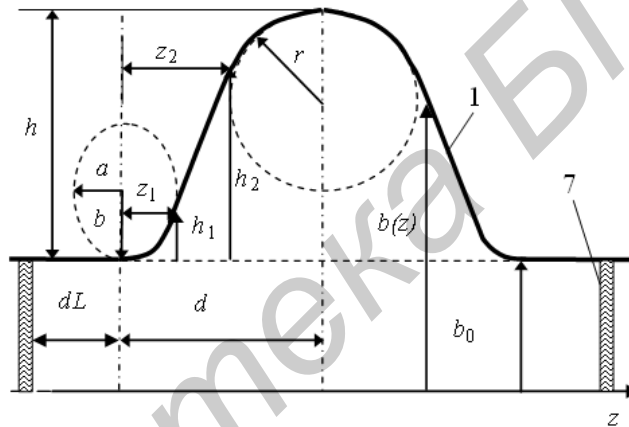


Рис.2. Профиль внутренней поверхности резонатора

#### Параметры резонатора

	$b_0$	$h$	$d$	$a$	$b$	$r$
$\bar{b}/p$	1,06128	1,7547	1,625	0,245	0,3484	1,143
мм	39,00	64,45	59,7	9,0	12,8	42,00

На рис. 3 приведены характеристики монодрона: зависимости величин  $E_z^0(z)$ ,  $\eta_e(z)$  и  $G_r(z)$  при значениях  $A$  и  $V_0$ , соответствующих максимуму первой зоны генерации, когда крышки 7 придвинуты вплотную к резонатору.

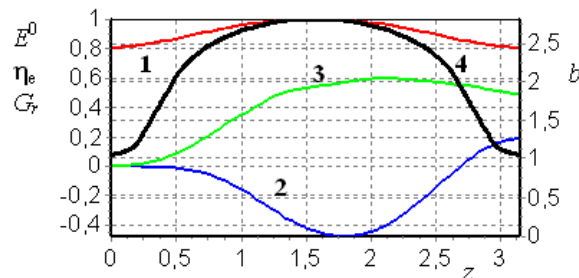


Рис.3. Характеристики монодрона при значениях  $A$  и  $V_0$ , соответствующих максимуму первой зоны генерации: 1 –  $E^0$ , 2 –  $\eta_e$ , 3 –  $Gr$ ; 4 –  $bW=0,990151$

$$A = 0,15; \eta_e^{\text{max}} = 0,18; V_0 = 50186[\text{B}]; \left\| \vec{E}^0 \right\|^2 = 16,4; \alpha_{IQ} = 14348; \alpha_{IQ}^{\text{start}} = 8896.$$

В этом варианте, добротности  $Q_v = 10^{10}$  соответствует ток  $I_{\max} \approx 1,4 \cdot 10^{-6}$  А и мощность пучка на входе  $P = I_{\max} V_0 = 0,072$  Вт. На выходе пучок будет иметь мощность  $P = 0,059$  Вт,  $I_{\text{start}} \approx 0,62 I_{\max}$ .

Расчет показал, что величина коэффициента  $\alpha$  в формуле (3) для этого варианта (крышки 7 придвинуты вплотную) максимальна и равна  $\alpha = 0,0018$ . По мере отодвигания крышек 7 этот коэффициент уменьшается до нуля при  $dL > 2$ .

На рисунке приведены характеристики этого варианта для второй зоны генерации.

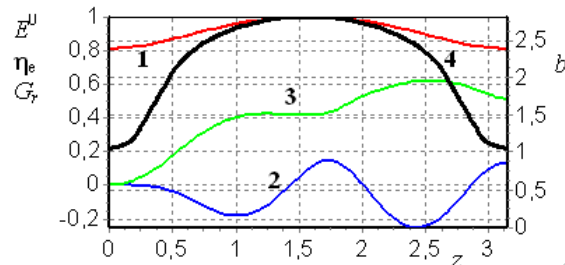


Рис.4. Характеристики монотрона при  $\alpha = 0,0018$ : 1 –  $E^0$ ; 2 –  $\eta_e$ ; 3 –  $Gr$ ; 4 –  $b$   
 $A = 0,046$ ;  $\eta_e^{\max} = 0,13$ ;  $V_0 = 13466$  [В];  $\|\bar{E}^0\|^2 = 16,4$ ;  $\alpha_{IQ} = 6658$ ;  $\alpha_{IQ}^{\text{start}} = 3196$

При переходе на вторую зону генерации коэффициент  $\alpha_{IQ}$  уменьшается вдвое,  $I_{\text{start}} = 0,48 I_{\max}$ .

На рис. 5 приведены характеристики монотрона для первой зоны генерации когда крышки отодвинуты на  $dL = 0,5$ .

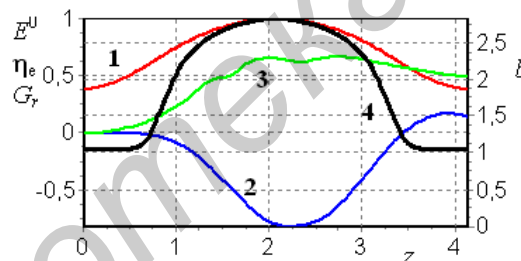


Рис.5. Характеристики монотрона для первой зоны генерации:  
 1 –  $E^0$ ; 2 –  $\eta_e$ ; 3 –  $Gr$ ; 4 –  $b$

$$A = 0,30; \eta_e^{\max} = 0,14; V_0 = 70505 \text{ [В]}; \|\bar{E}^0\|^2 = 17,5; \alpha_{IQ} = 55783; \alpha_{IQ}^{\text{start}} = 48531$$

Значение коэффициента  $\alpha_{IQ}$  возросло в 5 раз. Добротности  $Q_v = 10^{10}$  соответствует ток  $I_{\max} = 5,6 \cdot 10^{-6}$  А и мощность пучка на входе  $P = 0,39$  Вт. На выходе пучок будет иметь мощность  $P = 0,33$  Вт,  $I_{\text{start}} = 0,87 I_{\max}$ .

На рисунке приведены характеристики этого варианта для второй зоны генерации.

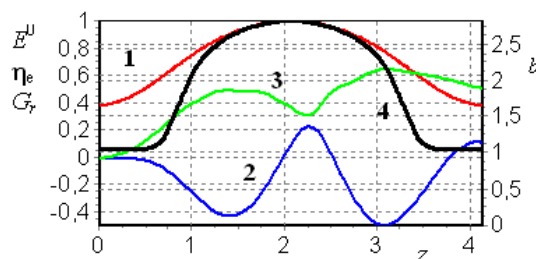


Рис.6. Характеристики монотрона для второй зоны генерации  
 1 –  $E^0$ ; 2 –  $\eta_e$ ; 3 –  $Gr$ ; 4 –  $b$ ;  $W = 1,003$

$$A = 0,14; \eta_e^{\max} = 0,11; V_0 = 23398 \text{ [В]}; \|\bar{E}^0\|^2 = 17,5; \alpha_{IQ} = 45561; \alpha_{IQ}^{\text{start}} = 27792$$

При переходе на вторую зону генерации коэффициент  $\alpha_{IQ}$  уменьшается,  
 $I_{\text{start}} = 0,61I_{\text{max}}$ .

### Заключение

Проведенные расчеты подтверждают реализуемость предложенной методики измерений сверхвысоких уровней добротности ( $Q$  более  $10^9$ ) полых сверхпроводящих резонаторов на симметричных  $E$ -модах.

## MEASUREMENT METHOD OF ULTRAHIGH OWN Q-FACTOR OF THE SUPERCONDUCTING CAVITY BASED ON ELECTRON BEAM EXCITATIONS

A.A. KURAYEV, S.V. KOLOSOV, A.K. SINITSYN

### Abstract

The precise method of measurement of ultrahigh own Q-factors of the superconducting cavity, based on excitation of oscillations in the cavity by an electronic beam is offered. At such measurement the resonator is not coupled to any external microwave chains, its own Q-factor is determined on a power loss of an electronic beam which can be measured with a high accuracy.

### Список литературы

1. Звонарев И.А., Севрюкова Л.М. Измерение электрофизических параметров сверхпроводящих ускоряющих СВЧ-резонаторов. М., 1999.
2. Диденко А.Н. Сверхпроводящие волноводы и резонаторы. М., 1973.
3. Диденко А.Н., Севрюкова Л.М., Ятис А.А. Сверхпроводящие СВЧ-структуры. М., 1981.
4. Кижлай И.Н., Колосов С.В., Кураев А.А., и др. // Матер. 21-ой Межд. конф. «КрыМиКо». Севастополь, 2011. С. 285–286.
5. Azaryan N.S., Kolosov S.V., Kurayev A.A., et.al. // PHYSICS of PARTICLES AND NUCLEI LETTERS. 2012. Vol.9, № 2. P.150–162.
6. Калинин В.И., Герштейн Г.М. Введение в радиофизику. М: ГИТТЛ, 1957.
7. Кураев А.А., Синицын А.К // Радиотехника и электроника. 1997. Т.42, №2. С. 214–219.