

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра электронной техники и технологии

**В. В. Боженков, Г. М. Шахлевич**

# **РАСЧЕТЫ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ**

Практикум  
для студентов специальности  
«Электронно-оптические системы и технологии»  
всех форм обучения

В 2-х частях

Часть 1

**Оборудование для ультразвуковой и лазерной обработки**

Минск БГУИР 2009

УДК 621.9.048+621.791.72: 621.373.826(075.8)

ББК 31.29-5 я73

Б76

Рецензент

профессор кафедры микро- и наноэлектроники,  
доктор физико-математических наук И. И. Абрамов

**Боженков, В. В.**

Б76 Расчеты и проектирование оборудования для электрофизической обработки: практикум для студ. спец. «Электронно-оптические системы и технологии» всех форм обуч. В 2 ч. Ч.1 : Оборудование для ультразвуковой и лазерной обработки / В. В. Боженков, Г. М. Шахлевич. – Минск : БГУИР, 2009. – 51 с. : ил.

ISBN 978-985-488-337-3 (ч. 1)

Практикум включает 6 практических занятий по темам дисциплины, относящимся к методике проектирования и проведению конструкторских расчетов узлов ультразвуковых колебательных и лазерных систем технологического назначения.

Предназначен для закрепления и углубления теоретических знаний, полученных на лекциях и в процессе самостоятельного изучения дисциплины, а также приобретения практических навыков проектирования технологического оборудования для электрофизической обработки, включая работы по тематике курсового проектирования.

УДК 621.9.048+621.791.72: 621.373.826(075.8)

ББК 31.29-5 я73

ISBN 978-985-488-337-3 (ч. 1)

ISBN 978-985-488-396-0

© Боженков В. В., Шахлевич Г. М., 2009

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2009

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Ультразвуковые колебательные системы технологического назначения</b> .....	4
Практическое занятие №1. Параметры колебательного движения .....	4
Практическое занятие №2. Продольные колебания стержней .....	9
Практическое занятие №3. Преобразователи магнитострикционные.....	14
<b>Лазерные технологические системы</b> .....	30
Практическое занятие №4. Спонтанное и вынужденное излучения, поглощение .....	30
Практическое занятие №5. Пассивные оптические резонаторы .....	36
Практическое занятие №6. Оптическая накачка .....	42
Литература.....	48
Приложения .....	49

Библиотека БГУИР

# УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

## Практическое занятие №1

### Параметры колебательного движения

#### 1. Краткие теоретические сведения

Распространение волны в физической среде можно рассматривать как последовательное возбуждение колебаний частиц среды относительно исходного положения равновесия. Следовательно, для того чтобы охарактеризовать волновой процесс, необходимо определить траекторию движения каждой частицы, т. е. найти функциональную зависимость ее координат от времени. Общий подход к рассмотрению пространственного движения любой механической системы обеспечивает использование функции Лагранжа  $L$ , представляющей собой разность между кинетической  $E_K$  и потенциальной  $E_{\Pi}$  энергиями данной системы.

$$L = E_K - E_{\Pi}. \quad (1.1)$$

При этом кинетическая энергия является функцией массы и квадрата скоростей, а потенциальная – функцией координат. Ее вид зависит от внутреннего (между собой) и внешнего (с окружающими телами) силового взаимодействия частей системы.

Однозначная связь между значениями координат, скоростей и ускорений выполняется в случае

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0, \quad (1.2)$$

где  $q$  – координата;  $\dot{q}$  – скорость.

Уравнение (1.2) в механике называют уравнением Лагранжа, или уравнением движения. Интегрирование данного дифференциального уравнения позволяет определить функцию  $q(t)$ , т. е. траекторию движения. Произвольные постоянные интегрирования определяют заданием начальных или граничных условий.

Для **замкнутой системы** (т. е. системы, не взаимодействующей с окружающими телами), состоящей из  $i$  частиц,

$$L = \frac{mV^2}{2} - E_{\Pi}(\mathbf{r}), \quad (1.3)$$

где  $\dot{\mathbf{r}}$  – радиус-вектор.

Подставив (1.3) в (1.2), получим уравнение движения в форме закона Ньютона:

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = - \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial r_i}. \quad (1.4)$$

Правую часть уравнения обычно записывают как

$$F = -\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial r_i} \quad (1.5)$$

и называют вектором силы, действующим на  $i$ -ю точку. Так же как и  $E_{\Pi}$  сила зависит только от координат частицы.

**Незамкнутую систему** (т. е. систему, взаимодействующую с окружающими телами или же с другими системами) можно представить как замкнутую, движущуюся во внешнем силовом поле. Учет внешнего взаимодействия дает зависимость потенциальной энергии от времени, и для частицы во внешнем поле функция Лагранжа имеет вид

$$L = \frac{mV^2}{2} - E_{\Pi}(\mathbf{r}, t). \quad (1.6)$$

Соответствующее уравнение движения:

$$m\dot{\mathbf{V}} = -\frac{\partial E_{\Pi}}{\partial \mathbf{r}}. \quad (1.7)$$

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Определить частоту горизонтальных колебаний груза массой  $m$  на пружине гибкостью  $C$  (рис.1.1).

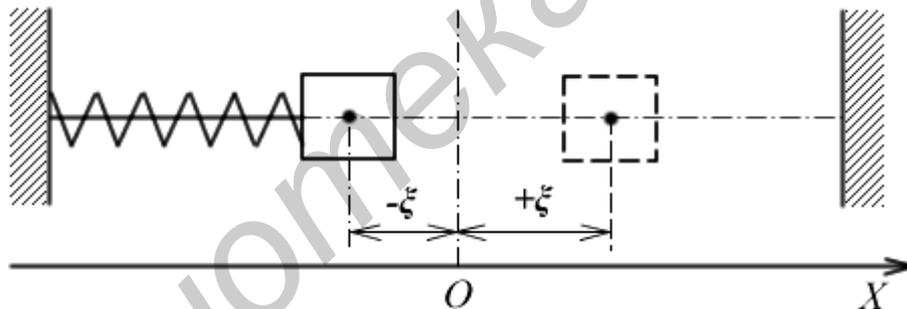


Рис. 1.1. Линейный осциллятор в виде груза на пружине. Точка  $O$  соответствует положению равновесия

**Решение:**

При малых амплитудах колебаний деформация пружины  $O$  происходит по линейному закону Гука:

$$F = -\frac{1}{C}\xi.$$

Следовательно, функция Лагранжа имеет вид

$$L = \frac{mV^2}{2} - \frac{1}{C}\xi,$$

а уравнение движения

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \frac{1}{mC} \mathbf{x} = 0.$$

Отсюда частота колебаний

$$\omega = \sqrt{1/(mC)}$$

определяется массой груза и гибкостью пружины.

**Задача 2.** Определить частоту малых колебаний груза массой  $m$ , подвешенного на нити длиной  $l$ .

**Решение:**

Рассмотрим данную модель простейшего гармонического осциллятора. Для удобства будем использовать обобщенную координату в виде угла  $\beta$  (рис. 1.2). Выражение для кинетической энергии системы запишется как

$$E_k = \frac{1}{2} m (\dot{x}_x^2 + \dot{x}_y^2).$$

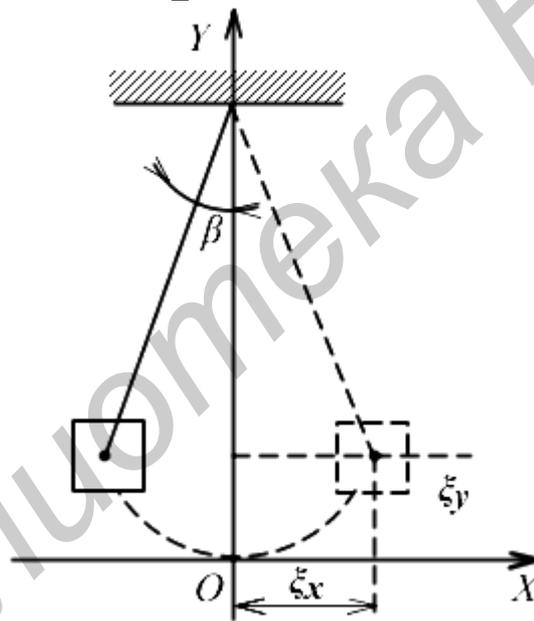


Рис. 1.2. Линейный осциллятор в виде маятника, совершающего малые колебания. Точка  $O$  соответствует положению равновесия

Из геометрических соображений  $x_x = l \sin b$ ;  $x_y = l(1 - \cos b)$ . Тогда  $\dot{x}_x^2 = l^2 \dot{b}^2 \cos^2 b$ ,  $\dot{x}_y^2 = l^2 \dot{b}^2 \sin^2 b$ ; после подстановки функции кинетической энергии от обобщенной скорости  $\dot{b}$  принимает вид

$$E_k = \frac{1}{2} m l^2 \dot{b}^2.$$

Потенциальная энергия в поле сил тяжести определяется отклонением от минимального положения по вертикали:

$$E_{\text{п}} = mgx_y = mg(1 - \cos b).$$

Используя разложение в ряд функции

$$\cos b = 1 - \frac{b^2}{2!} + \frac{b^4}{4!} - \frac{b^6}{6!} + \dots, \quad (-\infty < b < +\infty)$$

и ограничиваясь для малых колебаний двумя первыми членами, получаем выражение

$$E_k = \frac{1}{2} mglb^2.$$

В этом случае функция Лагранжа принимает вид:

$$L = \frac{1}{2} ml^2 \dot{b}^2 - \frac{1}{2} mglb^2.$$

Ей соответствует уравнение движения

$$m\ddot{b} + \frac{g}{l} b = 0,$$

где  $\ddot{b}$  – ускорение.

Отсюда  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ , т.е. частота колебаний маятника, совершающего малые колебания, не зависит от его массы.

### 3. Задачи для аудиторных и домашних занятий

1. Материальная точка совершает гармонические колебания с периодом 0,8 с. Амплитуда колебаний равна 1,5 м. Написать уравнение движения точки, если движение начато из положения равновесия.

2. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 0,60 м, начиная движение из положения равновесия. Написать уравнение движения точки, если через  $1/3$  периода после начала движения  $x = 0,3$  м. Какова частота колебаний точки?

3. Материальная точка совершает гармонические колебания с частотой 5 Гц. Амплитуда колебаний равна 50 см. Движение начинается из положения  $x_0 = 30$  см. Написать уравнение движения точки.

4. Материальная точка совершает гармонические колебания с периодом 2 с. Движение начинается из положения  $x_0 = 0,5 A$ , где  $A$  – амплитуда колебания, а через  $1/2$  периода после начала движения точка находится в положении  $x_0 = 0,5$  м. Написать уравнение движения точки.

5. Материальная точка совершает колебания согласно закону  $x = 4 \sin 2\pi(t + 0,25)$ . Найти амплитуду, период, частоту, круговую частоту и начальную фазу колебаний.

6. Один из двух маятников, расположенных в одном и том же месте, совершает за некоторое время на 30 колебаний больше другого. Отношение длин маятников равно  $4/9$ . Найти число колебаний, которые сделал каждый маятник за это время.

7. Маятник, представляющий собой груз массой 2 кг, подвешенный на невесомой нити длиной 1,0 м, совершает колебательное движение с амплитудой 60 см. Найти кинетическую энергию маятника при его прохождении через положение равновесия и при смещении относительно положения равновесия на 40 см.

8. Маятник, представляющий собой груз, подвешенный на невесомой нити длиной 1,0 м, совершает колебательное движение с амплитудой 50 см. При этом максимальная сила натяжения подвеса равна 100 Н. Найти массу груза.

9. Маятник, представляющий собой груз массой 5 кг, подвешенный на невесомой нити длиной 1,0 м, совершает колебательное движение с амплитудой 50 см. Найти горизонтальное смещение маятника от положения равновесия в момент, когда скорость маятника равна 1,5 м/с.

10. Найти скорость распространения звука в материале, в котором колебания с периодом 0,01 с вызывают звуковую волну, имеющую длину 10,0 м.

11. Звуковая волна с периодом 0,01 с распространяется в воздухе. Найти длину волны и разность фаз в двух точках, находящихся на одной прямой с источником волны на расстоянии 1,7 м одна от другой. Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с.

12. Волна с частотой 10 Гц распространяется в некоторой среде, причем разность фаз в двух точках, находящихся на расстоянии 100 см одна от другой на одной прямой с источником колебаний, равна  $\pi/4$ . Найти скорость распространения волны в этой среде.

13. Колесо сирены, вращающееся с частотой 510 1/мин, издает звук с длиной волны 2 м. Сколько отверстий имеет сирена?

14. С какой частотой вращается сирена, имеющая 40 отверстий и издающая звук с длиной волны 0,5 м?

## Продольные колебания стержней

### 1. Краткие теоретические сведения

Распространение упругих колебаний в ограниченном объеме по сравнению с безграничной средой налагает на волновой процесс дополнительные условия, которые обычно сводятся к равенству нулю давления на свободных поверхностях или к равенству нулю скорости на абсолютно жестких поверхностях. При этом волновые уравнения колебаний тел ограниченной формы всегда имеют общую структуру: один член уравнения содержит вторую производную по времени смещения, а другой – комбинацию пространственных производных, умноженных на коэффициент, определяемый упругими свойствами и плотностью тела.

Строгое решение уравнений, описывающие колебания тел ограниченной формы с учетом всех граничных условий, особенно в случае твердых тел, в которых связаны три составляющие смещений и шесть составляющих напряжений, часто наталкивается на непреодолимые математические трудности. Поэтому обычно используют определенные упрощения на основе преимущественного характера соотношений между деформациями и смещениями. Это позволяет свести любой сложный волновой процесс к суперпозиции элементарных нормальных волн.

В тонких стержнях существует три вида нормальных волн: **продольные, крутильные и изгибные.**

Продольные колебания однородного стержня постоянного сечения описываются для одномерного случая волновым уравнением вида

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - c_{\text{пр}}^2 \frac{\partial^2 x}{\partial x^2} = 0, \quad (2.1)$$

где  $c_{\text{пр}}^2 = E / r$ , поскольку связь между смещением и напряжением выражается законом Гука. Решение (2.1) представляют в виде нормальных продольных гармонических колебаний

$$x = x_0(x) \sin \omega t = x_0(x) e^{-i\omega t}. \quad (2.2)$$

Подставив решение (2.2) в (2.1), получим

$$x_0''(x) + k^2 x_0(x) = 0. \quad (2.3)$$

Общий интеграл уравнения (2.3) имеет вид

$$x_0(x) = A \cos kx + B \sin kx. \quad (2.4)$$

Таким образом, нормальные продольные колебания стержня представляют собой плоскую стоячую волну

$$x = (A \cos kx + B \sin kx) \sin \omega t. \quad (2.5)$$

Постоянные  $A$ ,  $B$  и  $k$  определяют из начальных и граничных условий:

$$\begin{aligned} x(x, t)_{x=0} &= x_0(t); & x(x, t)_{x=l} &= x_l(t); \\ x(x, t)_{t=0} &= x(x); & \frac{\partial x(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= v(x). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Таким образом, нормальные колебания представляют собой стоячие волны, собственные частоты которых образуют бесконечную дискретную последовательность, соответствующую бесконечному числу колебательных степеней свободы сплошной среды.

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Определить влияние реактивной нагрузки на свободные продольные колебания идеального стержня (без внутренних потерь).

**Решение:**

Решения волновых уравнений вида (2.1) для амплитудных значений силы  $F_m$  и скорости  $\dot{x}_m$  можно записать как

$$F_m = Ae^{kx} + Be^{-kx}; \quad \dot{x}_m = \frac{1}{z_B} (Ae^{kx} + Be^{-kx}),$$

где  $z_B = rc$  – волновое сопротивление стержня;  $A$  и  $B$  постоянные интегрирования, которые выразим через амплитуды силы  $F_{m0}$  и скорости  $\dot{x}_{m0}$  на торце стержня при  $x = 0$ . Тогда получим, что

$$F_m = F_{m0} \cos kx + i \dot{x}_{m0} z_B \sin kx;$$

$$\dot{x}_m = \dot{x}_{m0} \cos kx + i \frac{F_{m0}}{z_B} \sin kx.$$

$F_{m0} / \dot{x}_{m0} = z_H = iX_H$  – реактивная нагрузка. Отсюда

$$F_m = F_{m0} \frac{\cos(kx - j)}{\cos j}; \quad \dot{x}_m = i \frac{F_{m0}}{z_B} \frac{\sin(kx - j)}{\cos j},$$

где  $j = \arctg(z_B / X_H)$ .

Таким образом, при присоединении реактивной нагрузки в стержне имеется только стоячая волна, но добавление массовой нагрузки ( $z_H = iX_H = i\omega m$ ) эквивалентно укорочению ненагруженной системы, а добавление упругой нагрузки

$$\left( z_H = -iX_H = i \frac{1}{\omega C} \right) - \text{удлинению ненагруженной системы.}$$

**Задача 2.** Определить сдвиг фазы с использованием коэффициента бегущей волны от присоединения к торцу свободного продольно-колеблющегося на частоте  $f_p$  стержневого волновода с сечением  $S_B$  нагрузки, массой  $m_H$  и линейным размером  $l_H \ll l/2$ .

**Решение:**

Для условия  $l_H \ll l/2$  можно считать, что реактивная составляющая импеданса нагрузки определяется только массой  $iX_H \ll i\omega m_H$ . Коэффициент бегущей волны  $k_6$ , обусловленный потерями ультразвуковой энергии в нагрузке, можно записать как

$$k_6 = \frac{R_H}{Z_B} = \frac{R_H}{r_B c_B S_B},$$

где  $R_H$  – активное сопротивление нагрузки;  $Z_B$  – импеданс волновода;  $c_B$  – скорость звука в волноводе;  $S_B$  – площадь сечения волновода.

Следовательно,

$$R_H = k_6 r_B c_B S_B.$$

Отсюда полный акустический импеданс нагрузки

$$Z_H = R_H + iX_H = k_6 r_B c_B S_B + i2f_p m_H,$$

а сдвиг фаз

$$j = \arctg \left( \frac{2f_p m_H}{k_6 r_B c_B S_B} \right).$$

**Задача 3.** Определить собственные частоты продольных колебаний стержня с присоединенной массой  $m$  в свободном торце, жестко закрепленном на другом торце.

**Решение:**

Уравнение свободных продольных колебаний стержня имеет вид

$$x(x) = A \cos kx + B \sin kx.$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  определим из граничных условий: на жестко закрепленном торце  $x(0) = 0$ . На свободном конце инерция груза уравновешена натяжением стержня, т.е.

$$-m \left( \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right)_{x=l} = ES \left( \frac{\partial x}{\partial x} \right)_{x=l}.$$

Из первого условия подстановкой решения получаем  $A = 0$ , а из второго

$$mw^2 \sin kl = ES \cos kl.$$

Отсюда уравнение частот после преобразования имеет вид

$$kltgkl = rl/m.$$

Частоты колебаний являются корнями данного трансцендентного уравнения

$$w_n = \frac{k_n l}{l} \sqrt{\frac{ES}{r}}.$$

**Задача 4.** Найти характеристическое уравнение частот для изгибных колебаний консольной балки с пружинным закреплением свободного конца (гибкость пружины  $C$ ).

**Решение:**

Общее выражение, описывающее изгибные колебания стержня имеет вид:

$$x(x) = A \cos kx + B \sin Kx + Cchkx + Dshkx.$$

Граничные условия на жестко закрепленном конце  $x(0) = x'(0) = 0$ , что соответствует отсутствию прогиба и угла поворота. На противоположном конце граничные условия запишем как  $x''(l) = 0$  – отсутствие изгибающего момента и  $EJx''(l) = \frac{1}{C}x(l)$ , т.е. значение перерезывающей силы определяется упругостью пружинного закрепления.

Подстановка решения в первые два граничные условия дает  $A = -C$  и  $B = -D$ . Используя третье граничное условие, выразим  $B$  через  $A$ :

$$B = -A \frac{\cos kl + chkl}{\sin kl + shkl}.$$

Из четвертого условия с учетом полученных выражений для постоянных коэффициентов после преобразования получим

$$\frac{1}{CEJ} = k^3 \frac{1 + chkl \cos kl}{\cos kl \sin kl - chkl \sin kl}.$$

При  $C = 0$  наименьший корень соответствует  $k_1 l_1 = 1,88$ , как и у стержня со свободным концом.

### 3. Задачи для аудиторных занятий и самостоятельной работы

1. Рассчитать коэффициент бегущей волны в волноводе диаметром 20 мм из алюминиевого сплава Д16 на частоте 22 кГц при нагрузке 600 Н.

2. Определить сдвиг фаз в волноводе постоянного сечения диаметром 14 мм из отожженной стали 45 с присоединенной массой 0,06 кг на частоте 66 кГц. Коэффициент бегущей волны  $K_б$  не более 0,2.

3. Рассчитать толщину четвертьволнового протектора излучателя из эпоксидной смолы с резонансной частотой  $f_p = 440$  кГц, работающего на столб воды бесконечной высоты.

4. Оценить коэффициент бегущей волны в четвертьволновом излучателе из магнитострикционного материала К49Ф2 с резонансной частотой 22 кГц, работающего на воду через тонкую диафрагму.

5. Рассчитать резонансную частоту и сдвиг фаз волновода, изображенного на чертеже (рис. 2.1). Материал волновода – сплав Д16.

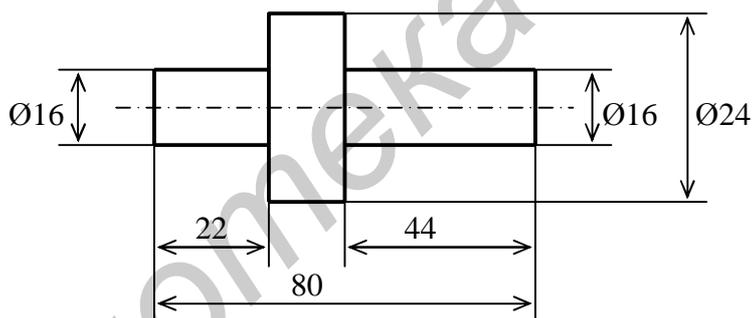


Рис. 2.1. Чертеж волновода

6. Консольная балка из пьезоэлектрической керамики ЦТС-19 имеет длину 64 мм и поперечное сечение  $2 \times 10$  мм. Оценить ее волновое сопротивление и собственную резонансную частоту.

7. Определить размеры отражающей накладки и ее волновое сопротивление, если активная составляющая представлена двумя шайбами из керамики ЦТС-24 диаметром 40 мм и толщиной 6 мм.

8. Рассчитать изменение резонансной частоты полуволнового излучателя из магнитострикционного сплава К49Ф2 на частоту 44 кГц при присоединении к нему концентратора массой 1,26 кг.

## Преобразователи магнитоэлектрические

### 1. Краткие теоретические сведения

В магнитоэлектрических преобразователях используют магнито-поляризованный материал, который имеет постоянную составляющую индукции  $B_0$ , создаваемую постоянным магнитом, остаточной намагниченностью или за счет постоянного тока в обмотке подмагничивания. При наличии в образце переменной составляющей индукции, которая много меньше постоянной, суммарное направление поля не меняется и происходит образование механических колебаний с частотой возбуждающего поля, как показано на рис. 3.1. Так как  $B \ll B_0$ , связь между переменными магнитного поля  $H$ ,  $B$  и переменными механическими колебаниями – деформацией  $\varepsilon$  и механическим напряжением  $\sigma$  – можно получить в виде полной производной, где каждая независимая переменная выражается через две другие и их частные производные.

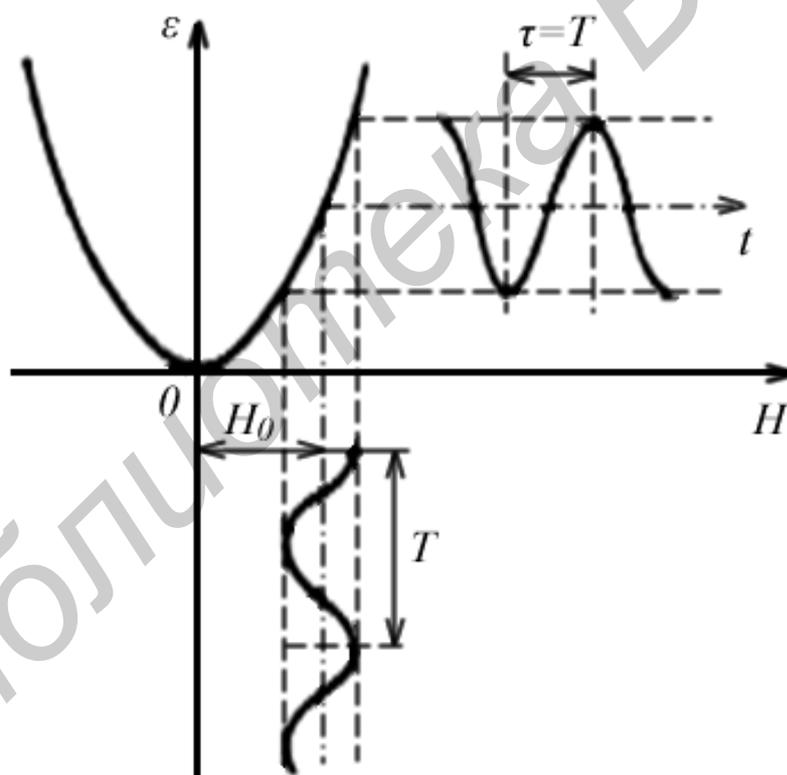


Рис. 3.1. Зависимость деформации от напряженности внешнего переменного поля с дополнительным подмагничиванием  $H_0$

Представим связь между входными и выходными параметрами в общем виде как  $\varepsilon = \varepsilon(\delta, B)$  и  $B = B(H, \varepsilon)$ . Тогда полные дифференциалы запишем в виде

$$de = \left( \frac{\partial e}{\partial s} \right)_B ds + \left( \frac{\partial e}{\partial B} \right)_s dB ;$$

$$dB = \left( \frac{\partial B}{\partial H} \right)_e dH + \left( \frac{\partial B}{\partial e} \right)_H de. \quad (3.1)$$

После преобразования и линеаризации малых величин получаем систему

$$S = E_B e - aB; \quad (3.2)$$

$$H = \mu_0 k_{me}^{-1} e - a^* E,$$

где  $E_B = \left( \frac{\partial S}{\partial B} \right)_e$  – постоянная упругости (модуль Юнга);  $a = \left( \frac{\partial S}{\partial B} \right)_e$  – магнитострикционная постоянная обратного эффекта;  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $k_{me}$  – магнитная восприимчивость;  $a^* = \left( \frac{\partial H}{\partial e} \right)_B$  – магнитострикционная постоянная прямого эффекта.

Из уравнений (3.2) видно, что свойства материала, определяющие преобразование магнитной энергии в механическую, характеризуются постоянной  $a = \left( \frac{S}{B} \right)_e \approx \left( \frac{H}{e} \right)_B = a^* = \frac{h}{m_0}$ . Учитывая, что  $B = \mu_0 J$ , получаем:

$$S = E_J e - hJ; \quad (3.3)$$

$$H = k_{me}^{-1} J - m_0 h e.$$

В общем виде упругие и магнитострикционные постоянные в уравнениях (3.2, 3.3) выражаются в виде тензоров. Однако для изотропных магнитополяризованных материалов, используемых в технологических магнитострикционных преобразователях, число независимых ненулевых компонентов в кристаллографической системе координат значительно меньше по сравнению с анизотропными кристаллами.

Соотношение между магнитными и упругими коэффициентами выражается через коэффициент магнитомеханической связи  $n_{33} = m_0 m a^2 E_B^{-1}$ :

$$\frac{E_H}{E_J} = \frac{k_{me}}{k_{mS}} \approx \frac{E_H}{E_B} \approx \frac{m_e}{m_s} = 1 - n_{33}^2. \quad (3.4)$$

Таким образом, при трех известных коэффициентах можно получить все остальные постоянные коэффициенты уравнений магнитострикционного эффекта. Основные параметры магнитострикционных материалов, используемых в технологических преобразователях, приведены в приложении 2.

Согласно общей теории электроакустических преобразователей, перепишем уравнения магнитострикционного эффекта (3.2) в выражениях сил и скоростей. Для этого используем понятия **магнитодвижущей силы**

$M = Hl$ , магнитного потока  $\Phi = BS$ , механической силы  $F = \sigma S$ , где  $l$  – длина магнитопровода,  $S$  – площадь его сечения. Сделав соответствующие подстановки, получили:

$$\begin{aligned} F &= E_j l S x - a \Phi; \\ M &= ax - \frac{M_0 l}{k_{ms} S} \Phi. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Обозначим собственные параметры магнитной и механической составляющих в виде магнитного сопротивления  $R = -\frac{m_0 l}{k_{ms} S}$  и упругости  $C = -ElS$ ; выразим магнитный поток и смещение через их производные, используя оператор  $p = d/dt$ :

$$\begin{aligned} F &= \frac{C}{p} x + \frac{a}{p} \Phi; \\ M &= \frac{a}{p} x + \frac{R}{p} \Phi. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Для получения полного уравнения магнитострикционного преобразователя уравнения магнитомеханического преобразования (3.6) необходимо решать совместно с уравнениями электромагнитного преобразования. Рассуждая аналогичным образом, можно получить исходные уравнения электромагнитного преобразования в виде

$$\begin{aligned} U &= z_0 I - n \Phi; \\ M &= nI + \frac{R}{p} \Phi, \end{aligned} \quad (3.7)$$

т. е. падение напряжения  $U$  складывается из падения напряжения на обмотке  $z_0 I$  (где  $z_0$  – электрическое сопротивление обмотки преобразователя,  $I$  – сила тока) и электродвижущей силы, пропорциональной скорости изменения магнитного потока  $n \Phi$  (где  $n$  – число витков обмотки). Магнитодвижущая сила  $M$  равна  $nI$  плюс добавка  $R \Phi$ , обусловленная собственным сопротивлением магнитопровода.

Совместим системы (3.6) и (3.7), исключив при этом магнитные переменные  $M$  и  $\Phi$ . Получим полную систему уравнений магнитострикционного преобразователя:

$$\begin{aligned} U &= z_0 I - \frac{na}{R} v; \\ F &= \frac{na}{R} I + \frac{C_m}{p} v. \end{aligned} \quad (3.8)$$

где  $z_3 = z_0 + pn^2/R$  – электрическое сопротивление заторможенного преобразователя;  $C_M = C - a^2/R$  – упругость при постоянной магнитодвижущей силе.

Выражение для входного электрического сопротивления преобразователя имеет вид

$$z = z_0 + \frac{i\omega L_0}{1 + a^2 / \{R(C - w^2 m) - iwr\}}, \quad (3.9)$$

где  $L_0 = n^2/R$  – индуктивность холостого хода. На низких частотах  $z \approx z_0$ .

С повышением частоты сопротивление растет за счет множителя  $i\omega L_0$ . При приближении к резонансной частоте  $w_p = \sqrt{C/m}$  сопротивление падает из-за уменьшения члена  $C - w^2 m$ , а с дальнейшим ростом частоты сопротивление снова приближается к значению  $z = z_0 + i\omega L_0$ .

При чисто активной нагрузке  $r$  коэффициент полезного действия преобразователя (КПД)

$$h = \left[ 1 + \frac{R_0}{r_H} \frac{R^2}{n^2 a^2} \left( \frac{C_M^2}{w^2} + r_H^2 \right) \right]^{-1}, \quad (3.10)$$

где  $R_0 = \text{Re}|z_0|$ .

Максимум величины  $\eta$  соответствует условию  $C_M/w = r$ , откуда

$$h_{\max} = \left[ 1 + 2 \frac{R_0}{n^2 a^2} \frac{R^2}{w} \frac{C_M}{w} \right]^{-1}. \quad (3.11)$$

При комплексной нагрузке  $z_H = r_H + i\omega m$  и максимум  $\eta$  отвечает условию  $w^2 = C_M/m$ , т. е.

$$h_{\max} = \left[ 1 + \frac{rR_0}{n^2 a^2} \frac{R^2}{w} \right]^{-1}. \quad (3.12)$$

Взаимосвязь между параметрами и геометрическими размерами преобразователя выводится на основе рассмотрения его конкретной формы. На практике используют два типа магнитострикционных преобразователей: **стержневые** и **кольцевые**, изготовленные из магнитных сплавов или ферритов.

Металлические сплавы используют для изготовления мощных магнитострикционных преобразователей, поскольку они имеют высокие прочностные характеристики. Однако большая электропроводность сплавов обуславливает, кроме потерь на перемагничивание, значительные потери на вихревые токи, или токи Фуко. Поэтому преобразователи изготавливают в виде пакета пластин толщиной  $h = 0,1 - 0,2$  мм. Мощность потерь на вихревые токи при заданной частоте  $f$  можно оценить по формуле

$$N = \frac{\rho}{6} \frac{f^2 h^2 V}{r_s} B_0^2, \quad (3.13)$$

где  $V$  – объем магнитопровода;  $\rho_s$  – удельное электрическое сопротивление;  $B_0$  – амплитуда магнитной индукции.

Значительные потери определяют сравнительно низкий КПД таких преобразователей ( $\eta = 40 - 50 \%$ ) и необходимость их водяного охлаждения. Ферритовые преобразователи обладают более высоким КПД ( $\eta = 70 \%$ ), так как при большом электросопротивлении не имеют потерь на токи Фуко, но их мощностные характеристики весьма ограничены из-за низкой механической прочности. Суммарные электромагнитные потери в материале характеризуются величиной  $\operatorname{tg} \delta$  – тангенсом электрических потерь.

Элемент стержневого продольно-колеблющегося преобразователя (рис. 3, а) можно представить в виде стержня переменного сечения, как показано на рис. 3.2, б, где сечение накладки, замыкающей магнитный поток, в  $n$  раз больше сечения с возбуждающей обмоткой. При симметричном колебании торцов преобразователя, соответствующем одинаковой нагрузке на торцах, средняя плоскость является узловой, поэтому можно рассматривать колебания одной половины. Будем считать, что создаваемая преобразователем механическая сила представляется эквивалентной сосредоточенной силой  $F$ , приложенной перпендикулярно линии  $D$  на участке накладки, где силовая линия магнитного потока делает поворот на  $90^\circ$ . Разобьем элемент преобразователя на три участка (рис. 3.2, б):  $a$  – участок обмотки,  $b$  – участок накладки до точки приложения силы,  $d$  – участок накладки после приложения силы.

Максимальное значение колебательной скорости определяется линейными размерами преобразователя и значением акустической нагрузки, причем условие резонанса не зависит от плоскости приложения эквивалентной возбуждающей силы. Поскольку, как правило, преобразователи используют на частоте основного резонанса, где механические потери относительно малы, то условие продольного резонанса можно записать в виде

$$\operatorname{tg} \frac{W}{c} a \cdot \operatorname{tg} \frac{W}{c} (b + d) = n. \quad (3.14)$$

Отсюда, полагая  $n = 1$ , получаем известный результат для продольного резонанса однородного стержня:  $a + b + d = \lambda/4$ .

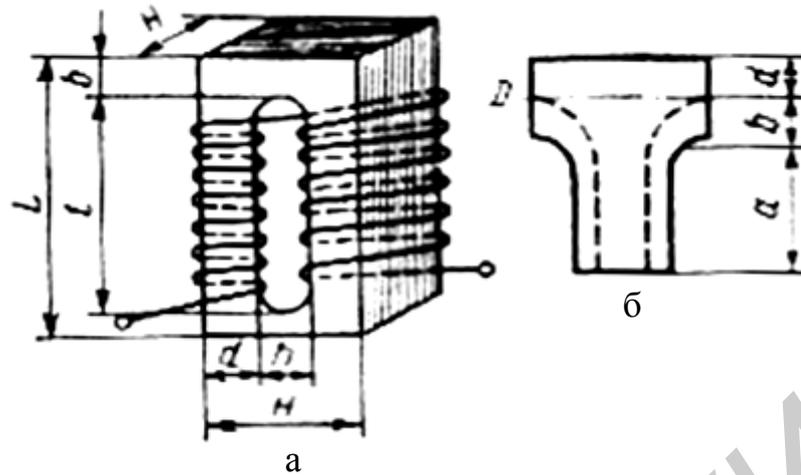


Рис. 3.2. Общий вид (а) и выделенный элемент магнитопровода (б) стержневого магнитострикционного преобразователя

Кольцевой радиально-колеблющийся преобразователь, как правило, выполняют в виде цилиндра с площадью поперечного сечения  $S$ , толщиной  $d$  и внешним радиусом  $R$ , как показано на рис.3.3.

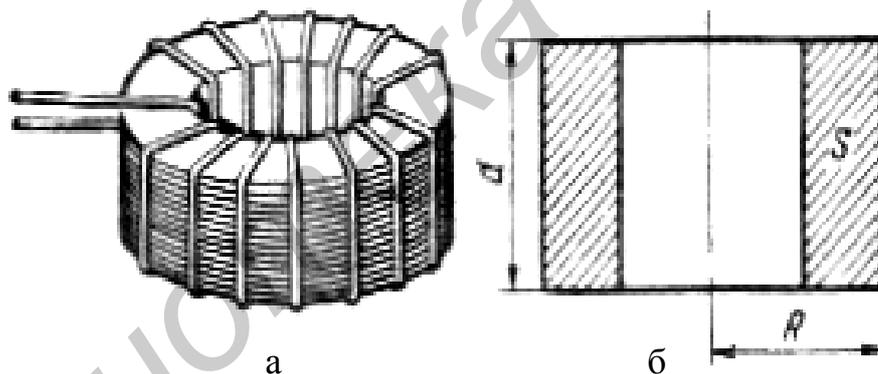


Рис. 3.3. Общий вид (а) и сечение магнитопровода (б) кольцевого магнитострикционного преобразователя

Ток  $I$  в обмотке возбуждения вызывает вдоль кольца однородную намагниченность

$$\tilde{J} = \frac{4pnk}{2pR} \tilde{I}, \quad (3.15)$$

где  $n$  – число витков обмотки. По окружности возникает механическое напряжение  $\tilde{S} = \tilde{a}\tilde{J}$ , где  $\tilde{a}$  – магнитострикционная постоянная. Считая наружную поверхность механическим выходом, получаем выражение, связывающее выходной параметр – силу  $\tilde{F}$  и входной ток  $\tilde{I}$ .

$$\tilde{F} = 2pS\tilde{a}\tilde{I} = \frac{4pnS}{R} k_m \tilde{a}\tilde{I}. \quad (3.16)$$

Напряжение на электрическом входе  $\tilde{U} = iwnS \cdot 4p\tilde{J}$ .

Намагниченность  $\tilde{J}$  можно выразить через деформацию  $\varepsilon$ , в свою очередь связанную с колебательной скоростью на механическом выходе  $\tilde{v}$ :

$$\tilde{J} = k_m \tilde{a} \tilde{\varepsilon} - k\tilde{a} \frac{\tilde{v}}{i\omega R}. \quad (3.17)$$

Подставив это значение в выражение для напряжения, получили связь между другими двумя параметрами на электрической и механической стороне:

$$\tilde{U} = \frac{4pnS}{R} k_m \tilde{a} \tilde{v}. \quad (3.18)$$

Выражения (3.16) и (3.18), связывающие входные и выходные характеристики кольцевого магнитострикционного преобразователя, учитывают его конкретную форму. Следовательно, задаваясь требуемыми энергетическими параметрами преобразователя, можно определить оптимальные размеры магнитопровода.

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Рассчитать стержневой магнитострикционный преобразователь из пермендюра К49Ф2 на частоту 22 кГц мощностью 600 Вт и напряжением возбуждения  $U = 180$  В. Удельная мощность пермендюра 100 Вт/см<sup>2</sup>, скорость распространения ультразвука  $c = 5,2 \cdot 10^3$  м/с, толщина пластин 0,2 мм, форма пакета О-образная с квадратным торцом. Ширина окна  $h$  определяется сечением провода обмотки. Для выбора рекомендуется использовать таблицу:

$N$ , кВт	0,25 – 0,5	0,5 – 1,0	1,0 – 2,0	2,0 – 3,0
$h$ , мм	8 – 10	10 – 14	14 – 16	15 – 18

**Решение:**

Обозначим геометрические размеры магнитопровода преобразователя, как показано на рис. 3.2. Примем ширину окна  $h = 1$  см. Площадь сечения пакета по керну ( $2dH$ ):

$$S = \frac{N}{N_{уд}}; \quad S = \frac{600}{100} = 6 \text{ см}^2.$$

Из геометрических соображений толщина пакета

$$H = \frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + S},$$

отсюда  $H = 3$  см, ширина керна  $d = 1$  см, ширина ярма  $b = (1 - 1,2)d$ ;  $b = 1,1$  см.

Условие резонанса

$$\operatorname{tg} \frac{2pb}{l} \operatorname{tg} \frac{pl}{l} = 2 \frac{d}{H}.$$

Отсюда с учетом  $\lambda = c/f$ ;  $\lambda = 23,6$  см получаем размер окна  $l = 8,6$  см и общая длина пакета  $L = 2b + l$ ;  $L = 10,8$  см. Количество пластин в пакете  $n = H/\delta$ ;  $n = 150$ .

Определив геометрические размеры магнитопровода, рассчитаем электрические параметры преобразователя. Используя соотношение между напряжением  $U$  и индукцией  $B_0$ , ( $B_0 = 1000$  Гс для сплава К49Ф2)

$$U = 4,44 fm \frac{S}{2} B_0 \cdot 10^{-8},$$

получаем число витков обмотки  $m = 62$ . Ток поляризации пакета, или ток подмагничивания

$$I_{\Pi} = \frac{H_0 l_3}{1,26n}; \quad I_{\Pi} = 6,7 \text{ А},$$

где  $H_0$  – напряженность магнитного поля;  $l_3$  – длина средней линии магнитопровода.

$$l_3 = 2(l+b) + 2 \frac{d}{b} (d+h); \quad l_3 = 11,5 \text{ см}^2.$$

Ток возбуждения

$$I_B = \frac{B_m l_3 H_0}{0,8 \rho m B_0}; \quad I_B = 3,5 \text{ А}.$$

Общий ток в обмотке

$$I = \sqrt{I_{\Pi}^2 + I_B^2}; \quad I = 7,6 \text{ А}.$$

Отсюда сечение провода обмотки  $P = I/i = 0,76 \text{ мм}^2$ , где  $i = 10 \text{ А/мм}^2$  – допустимая плотность тока при водяном охлаждении.

Амплитуда смещения на торце пакета  $\xi = IM = 6,5 \text{ мкм}$ , где  $M = 6 \cdot 10^{-5}$  – магнестрикционное удлинение для сплава К49Ф2.

**Задача 2.** Рассчитать элементы электромагнитной цепи магнестрикционного излучателя. Излучатель имеет следующие параметры: материал – никель; площадь излучателя (с одной стороны)  $S = 64 \text{ см}^2$ ; суммарная площадь поперечного сечения  $S_1 = 36 \text{ см}^2$ ;  $f = 20 \text{ кГц}$ ; электроакустический КПД  $\eta_{\text{за}} = 0,5$ ; акустическая мощность  $N_{\text{ак}} = 318 \text{ Вт}$  ( $U_B = 200 \text{ В}$ ).

**Решение:**

Определим электрическую мощность необходимую для возбуждения магнестрикционного излучателя:

$$N_B = \frac{N_{ак}}{h_{эа}} = \frac{318}{0,5} = 636 \text{ Вт.}$$

Определим число витков обмотки возбуждения:

$$m = \frac{U_B}{4,44 f B_0 S} = \frac{200}{4,44 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 0,64 \cdot 36} = 6,$$

где  $B_0 = 0,64 \text{ Тл}$  – индукция насыщения для никеля.

Определим ток возбуждения:

$$I_B = \frac{N_B}{U_B} = \frac{636}{200} = 3,18 \text{ А.}$$

Определим ток подмагничивания:

$$I_{II} = \frac{I_{II} \omega}{1,4m} = \frac{132}{1,4 \cdot 6} = 15,7 \text{ А,}$$

где  $I_{II} \omega = 0,8Hl$  – число ампер-витков;  $H$  – напряженность магнитного поля.

Поскольку  $H = B/\mu$ , то  $B$  и  $H$  выбираются из графика (рис. 3.4) в месте перегиба кривой до насыщения.

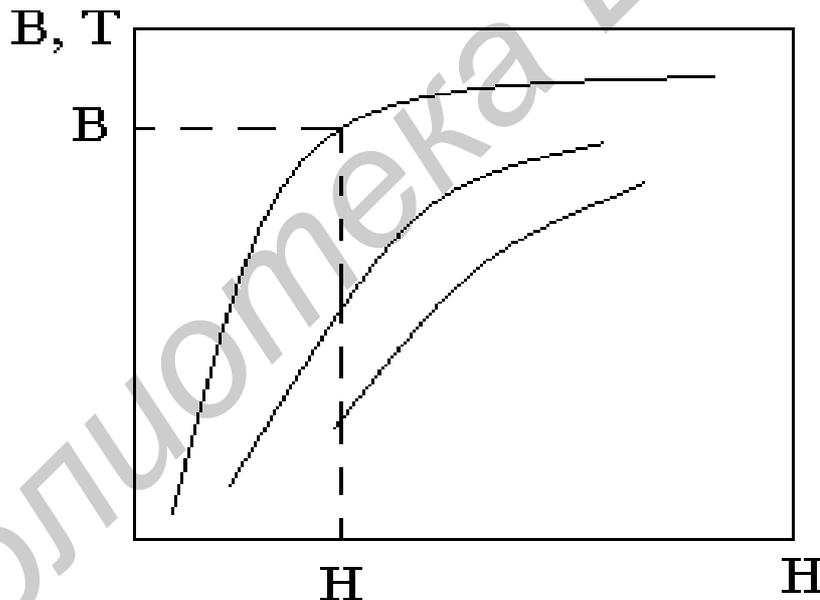


Рис. 3.4. Кривые намагничивания магнитоstrictionных материалов

В данном случае  $I_{II} \omega = 0,8Hl = 132 \text{ А.}$

Определяем действующее значение тока возбуждения:

$$I_{ВД} = \frac{I_B}{\sqrt{2}} = \frac{3,18}{\sqrt{2}} = 2,5 \text{ А.}$$

Определяем общий ток протекающий через обмотку:

$$I = \sqrt{I_{II}^2 + I_{ВД}^2} = \sqrt{15,7^2 + 2,5^2} = 16 \text{ А.}$$

Определяем сечение провода без изоляции:

$$S = \frac{I}{i} = \frac{16}{2,5} = 6,4 \text{ мм}^2.$$

Отсюда диаметр намоточного провода без изоляции  $d = 2,8$  мм.

При наличии водяного или масляного охлаждения сечение провода может быть несколько уменьшено.

Окончательная корректировка числа витков, тока подмагничивания и напряжения возбуждения производится экспериментально по максимальной интенсивности ультразвуковых колебаний.

Необходимая экспериментальная корректировка числа витков, тока подмагничивания и других параметров объясняется значительным разбросом свойств магнестрикционных материалов.

### Габаритный расчет

Пример расчета цилиндрического магнестрикционного излучателя из никелевой ленты толщиной 0,2 мм. Частота излучения 18 кГц. Напряжение генератора 400 В.

1. Определим средний диаметр кольца излучателя:

$$D_{\text{cp}} = \frac{C}{pf} = \frac{Ik}{p} = \frac{4,76 \cdot 10^3}{p \cdot 18 \cdot 10^3} = 0,084 \text{ м},$$

где  $C = 4,76 \cdot 10^5$  см/с – скорость распространения звука в никеле.

2. Активная ширина кольца определяется по эмпирической формуле:

$$a = 0,18D_{\text{cp}} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

3. Определим число витков обмотки:

$$N = 0,8 \frac{pD_{\text{вн}}}{d} = 0,8 \frac{pD_{\text{cp}} - (a + 2d)}{d}.$$

Выбираем  $d = 0,5$  мм (для изолированного провода сечением  $2,5 \text{ мм}^2$ ), тогда

$$N = \frac{0,8 \cdot 3,14(8,4 - (1,5 + 2 \cdot 0,5))}{0,5} = 36.$$

4. Определим сечение излучателя:

$$S_{\text{и}} = \frac{U}{4,44 fNB}.$$

Переменная магнитная индукция  $B$  принимается равной 0,07 Тл (эффективное значение), т.к. при больших значениях индукции в никелевом излучателе наступает насыщение и его КПД резко падает. Тогда

$$S_{\Pi} = \frac{400 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 18 \cdot 10^3 \cdot 36 \cdot 700} = 20 \text{ см}^2.$$

5. Высота излучателя

$$h = \frac{S}{a} = \frac{20}{1,5} = 0,135 \text{ м.}$$

6. Величина тока подмагничивания

$$I_{\Pi} = \frac{0,8HI}{1,4N} = \frac{0,8 \cdot 40 \cdot 25}{1,4 \cdot 36} = 16 \text{ А.}$$

7. Излучаемая акустическая мощность:

$$P_a = I(D_{\text{вн}} + D_H)ph = IS = 1400 \text{ Вт.}$$

8. Масса излучателя

$$G = \frac{phr}{4}(D_H^2 - D_{\text{вн}}^2 - d^2N) = 5 \text{ кг.}$$

9. Мощность, потребляемая излучателем,

$$P = P_a + (P_b + P_r)G = 1400 + 1050 \text{ Вт,}$$

где  $P_b$  – потери электрической мощности на вихревые токи (на единицу массы излучателя);  $P_r$  – потери электрической мощности на гистерезис (на единицу массы излучателя).

Потери на вихревые токи гистерезис обычно не превышают 10 – 15 %  $P_a$ .

10. Определим КПД излучателя:

$$h = \frac{P_a}{P} = \frac{1400}{2400} = 0,58.$$

**Задача 3.** Дано: частота  $f_0 = 66$  кГц; электрическая мощность, подводимая к преобразователю,  $P_{\text{Э}} = 400$  Вт; материал магнитопровода – никель.

**Решение:**

1. По справочным данным для никеля находим:

скорость звука  $C = 4,78 \cdot 10^3$  м/с;

плотность  $\rho = 8,85 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;

магнитострикция насыщения  $\delta_s = -(30 - 40) \cdot 10^{-6}$ ;

индукция насыщения  $B_s = 0,6$  Тл;

магнитная проницаемость  $\mu = 400$ ;

напряженность поля намагничивания  $H = 800 - 1600$  А/м;

коэффициент электромеханической связи  $K = 0,15 - 0,31$ ;

динамическая прочность  $\sigma_m = 46 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>;

удельные электрические потери  $P'_{\text{эл}} = 2,8$  кВт/кг.

Наибольшее применение находят двухстержневые преобразователи с замкнутым магнитопроводом.

Пакеты сердечника (рис. 3.5) набирают из никелевых пластин толщиной 0,1 – 0,2 мм. Удельная мощность никеля 80 Вт/см<sup>2</sup>.

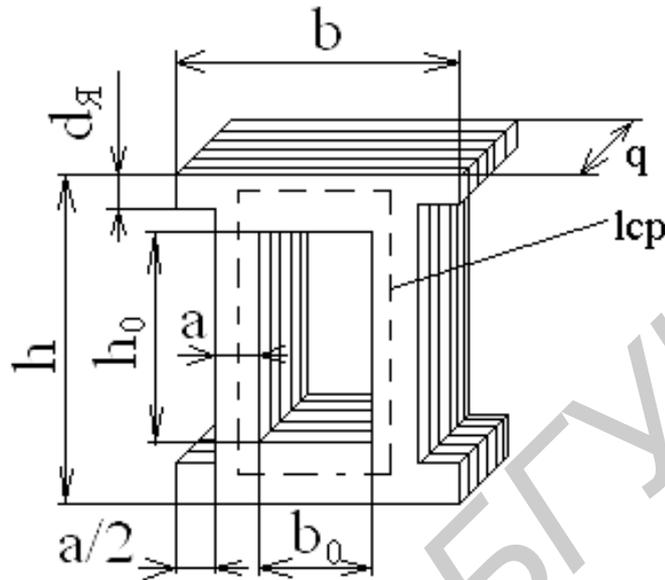


Рис. 3.5. Форма и размеры сердечника магнитострикционного преобразователя

2. Рассчитываем геометрические размеры:

Определим излучающую площадь

$$S_H = \frac{P_{\text{Э}}}{P'} = \frac{400}{80} = 5 \text{ см}^2.$$

Обычно применяют сердечники квадратного сечения, т.е. ширина пакета равна

$$b = q = \sqrt{S_u} = \sqrt{5} = 2,24 \text{ см.}$$

Этот размер не должен превышать половину длины волны, т.к. появляются паразитные колебания, снижающие его КПД,

$$l_k = \frac{c}{f} = \frac{5,94 \cdot 10^3}{66 \cdot 10^3} = 0,09 \text{ м.}$$

Принимаем  $b = q = 2,2 \text{ см} = 22 \text{ мм}$ .

Уточняем удельную энергию излучателя по величине выбранного сечения

$$P' = \frac{P_{\text{Э}}}{S_H} = \frac{400}{2,2 \cdot 2,2} = 82,6 \text{ Вт/см}^2.$$

Это превышает удельную для никеля на 3 %, что вполне допустимо.

3. Выбираем режимы работы магнотрикссионного преобразователя.

Напряженность поля подмагничивания  $H_{\min} = 800 \text{ А/м}$ ,  $H_{\max} = 1600 \text{ А/м}$ , тогда  $H_0 = (800 + 1600)/2 = 1200 \text{ А/м}$ ,  $H_m = (H_{\max} - H_{\min})/2 = (1600 - 800)/2 = 400 \text{ А/м}$ .

По кривой намагничивания никеля (рис. 3.6) находим  $B_{\min}$  и  $B_{\max}$ .

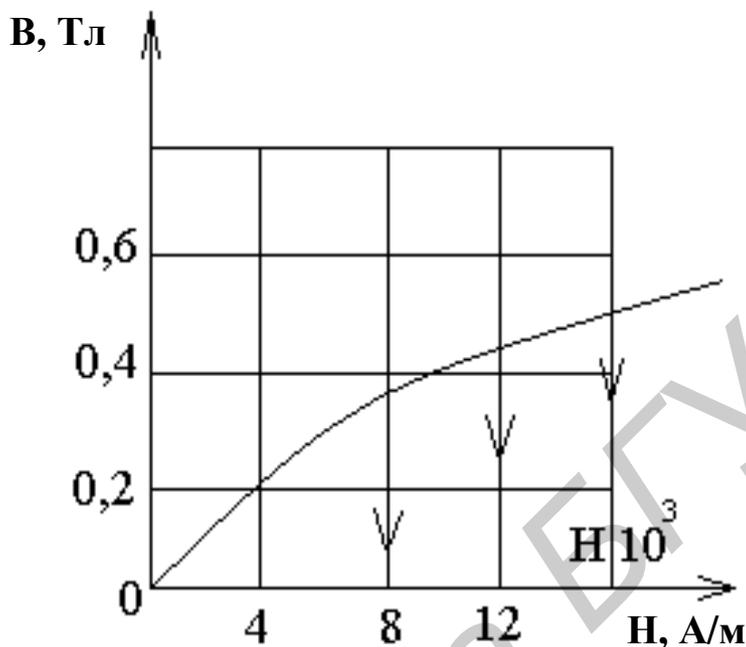


Рис. 3.6. Кривая намагничивания никеля

$$B_{\min} = 0,36 \text{ Тл}; B_{\max} = 0,56 \text{ Тл};$$

$$B_m = \frac{(B_{\max} - B_{\min})}{2} = \frac{0,56 - 0,36}{2} = 0,1 \text{ Тл};$$

$$d_m = -(30 - 40) \cdot 10^{-6}; B_0 = 0,45 \text{ Тл}.$$

Принимаем из конструктивных соображений  $a = 5 \text{ мм}$ . Тогда

$$d_{\text{я}} \geq a \frac{B_m + B_0}{B_s} \geq \frac{0,1 + 0,45}{0,6} 5 = 4,6 \text{ см}.$$

Принимаем  $d_{\text{я}} = 50 \text{ мм}$ . Тогда ширина окна

$$b_0 = b - \left( 2a + 2 \frac{a}{2} \right) = 22 - (10 + 5) = 7 \text{ мм}.$$

Определяем волновое число:

$$K_0 = \frac{w_0}{C} = \frac{2p}{C} f_0 = \frac{6,28}{0,09} = 69,8 = 70.$$

Задаемся параметром  $S_0/S_{\text{н}} = 0,4$ .

Вычисляем высоту окна из условия резонатора:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{K_0 h_0}{2}\right) = \left(\frac{S_0}{S_u}\right) \operatorname{ctg}(K_0 d_{\text{я}});$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{70 h_0}{2}\right) = 0,4 \operatorname{ctg}(70 \cdot 0,005) = 1,096;$$

$$\operatorname{tg}(35 h_0) = 1,096 \cdot 3571;$$

$$h_0 = 0,83 / 35 = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм.}$$

Определим высоту пластины:

$$h = h_0 + 2d_{\text{я}} = 24 + 2 \cdot 5 = 34 \text{ мм.}$$

Исходя из предела динамической прочности, максимальная мощность, отдаваемая в нагрузку, приблизительно равна (при такой мощности пакет разрушается):

$$P_{\text{ам}} = p \frac{d_s}{2} \sigma_s f S h = \frac{p 40}{2} 46 \cdot 10^7 \cdot 66 \cdot 22^2 \cdot 34 = 31391 \text{ Вт,}$$

где  $\delta_s$  – магнитострикция насыщения;  $\sigma_s$  – напряжение, соответствующее пределу устойчивости;  $S$  – площадь поперечного сечения;  $h$  – длина преобразователя.

Находим вес пакета  $G$ :

$$G = rV = r(2S' h_0 + 2S d_{\text{я}}) = 8,85 \cdot 2(0,5 \cdot 2,2 \cdot 2,4 + 2,2 \cdot 2,2 \cdot 0,5) \approx 90 \text{ г.}$$

Тогда мощность электрических потерь определяется выражением

$$P_{\text{ЭП}} = P'_{\text{ЭП}} G = 2,8 \cdot 0,09 = 0,25 \text{ Вт,}$$

где  $P_{\text{ЭП}}$  – мощность электрических потерь на гистерезис и вихревые токи.

Определяем амплитуду колебаний на выходе пакета:

$$2A = 2\Delta l = 2d_m h = 2 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot 34 \cdot 10^{-3} = 2,72 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 3 \text{ мм.}$$

4. Электрический расчет преобразователя:

Определяем длину средней линии магнитопровода:

$$l_{\text{ср}} = 2(34 - 5) + 2(22 - (5 + 5)) = 2(29 + 12) = 2 \cdot 41 = 82 \text{ мм.}$$

Находим магнитодвижущую силу возбуждения:

$$an_m = H_m l_{\text{ср}} = 400 \cdot 82 \cdot 10^{-3} = 32,8 \text{ А-витков,}$$

где  $n_m$  – число витков обмотки возбуждения;  $l_{\text{ср}}$  – длина средней линии магнитопровода.

Находим МДС подмагничивания:

$$an_0 = H_0 l_{\text{ср}} = 1200 \cdot 82 \cdot 10^{-3} = 98,4 \text{ А-витков,}$$

где  $n_0$  – число витков обмотки подмагничивания.

Определяем электрическую мощность, подводимую к преобразователю:

$$P_{\text{Э}} = \frac{P_{\text{а}}}{\eta_{\text{ма}}} + P_{\text{ЭП}} = \frac{400}{0,7} + 0,25 \approx 572 \text{ Вт.}$$

Обычно принимают  $\eta_{\text{ма}} = 0,7$ .

Индукцию подмагничивания принимают равной  $B_S = 0,6$  Тл. Тогда на каждый стержень нужно наложить обмотку с числом витков

$$n' = \frac{U}{4,44 B_S S' f} = \frac{110}{4,44 \cdot 0,6 \cdot 5 \cdot 22 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^3} \approx 6,$$

где  $U$  – напряжение;  $S'$  – площадь поперечного сечения стержня. По нормали для мощности 400 Вт  $U = 110$  В.

Переменная составляющая тока

$$I_{\approx} = \frac{an_m}{n'K} = \frac{32,8}{6 \cdot 2} = 2,73 \text{ А,}$$

где  $K$  – число стержней, в нашем случае  $K = 2$ .

Ток подмагничивания

$$I_0 = \frac{an_0}{n'K} = \frac{98,4}{2 \cdot 6} = 8,2 \text{ А.}$$

Чаще всего для подмагничивания используют витки обмотки возбуждения  $n'$ .

Действующий ток

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_{\approx}^2} = \sqrt{2,73^2 + 8,2^2} = 8,68 \text{ А.}$$

Диаметр провода

$$S = \frac{I}{J_S} = \frac{8,68}{10} = 0,868 \approx 1 \text{ мм}^2;$$

$$D = \sqrt{\frac{4S}{\rho}} = 1,12 \text{ мм.}$$

Для медного водоохлаждаемого провода  $J_S = 10$  А/мм<sup>2</sup>.

Расход воды для охлаждения преобразователя можно определить по формуле

$$v = 15 \frac{P_{\text{П}}}{\Delta t_{\text{и}}} = 15 \frac{0,7 P_{\text{Э}}}{t_2 - t_1} = \frac{0,7 \cdot 572}{80 - 10} = 86 \text{ л/час.}$$

Полные потери  $P_{\text{П}} = 0,7 P_{\text{Э}}$ , если электроакустический КПД  $\eta_{\text{ЭА}} = 30$  %.

$\Delta t_{\text{П}} = t_2 - t_1$ , где  $t_2$  – допустимая температура нагрева преобразователя (берется 70 – 80 °С);  $t_1$  – начальная температура воды (обычно 10 – 30 °С).

Рассчитаем коэффициент укладки:

$$K_y = \frac{n'd'}{n_0} = \frac{6 \cdot 2,5}{24} = 0,62,$$

где  $d'$  – диаметр провода с изоляцией,  $d' = 2,5$  мм.

Если  $K_y < 1$ , то обмотка поместится в один ряд.

Приведенный расчет не учитывает влияния нагрузки на преобразователь.

### 3. Задачи для аудиторных и домашних занятий

1. Рассчитать число витков провода на стержне преобразователя, если известно, что  $P_{\Sigma} = 400$  Вт;  $B_S = 0,6$  Тл;  $S = 4 \cdot 20$  мм<sup>2</sup>;  $f_0 = 44$  кГц.

2. Оценить величину тока подмагничивания магнотрикссионного преобразователя, имеющего следующие параметры:  $H_{\min} = 2 \cdot 10^3$  А/м;  $H_{\max} = 16 \cdot 10^3$  А/м;  $l_{cp} = 180$  мм;  $n = 36$ .

3. Рассчитать резонансную длину пакета магнотрикссионного преобразователя из никеля на частоту 44 кГц. В расчетах принять  $S_0/S_{II} = 0,4$ ;  $c_3 = 4,78 \cdot 10^3$  м/с;  $d_{\lambda} = 6$  мм.

4. Определить размеры полуволнового излучателя из никеля, если известно, что  $P_a = 20$  Вт;  $P'_a = 2,0$  Вт/см<sup>2</sup>;  $c_3 = 3,3 \cdot 10^3$  м/с;  $f_0 = 100$  кГц.

5. Определить величину магнитодвижущей силы обмотки возбуждения преобразователя, если известно, что  $H_{\min} = 0,2 \cdot 10^3$  А/м;  $H_{\max} = 4,0 \cdot 10^3$  А/м;  $l_{cp} = 120$  мм.

6. Обосновать режим работы магнотрикссионного преобразователя, если  $H_{\min} = 0,2 \cdot 10^4$  А/м;  $H_{\max} = 12 \cdot 10^3$  А/м;  $B_{\min} = 0,2$  Тл;  $B_{\max} = 0,56$  Тл;  $\delta_{\min} = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ;  $\delta_{\max} = 40 \cdot 10^{-6}$ . Построить диаграмму выбора рабочей точки.

7. Рассчитать резонансную длину излучающей накладки многослойного преобразователя на частоту 66 кГц из сплава D16 ( $c_3 = 5,2 \cdot 10^3$  м/с). Принять сдвиг фаз на двух предыдущих элементах  $\varphi_2 = 1,53$  рад.

8. Оценить диаметр обмоточного провода ультразвукового преобразователя из меди, при условии, что по ней протекает ток возбуждения  $I_m = 1,5$  А и ток подмагничивания  $I_0 = 24,5$  А.

9. Рассчитать размеры экспоненциального концентратора из стали 40Х ( $c_3 = 5,05 \cdot 10^3$  м/с) с коэффициентом усиления 4, если известно, что входной диаметр  $D_1 = 40$  мм,  $f_0 = 22,0$  кГц.

# Лазерные технологические системы

## Практическое занятие №4

### Спонтанное и вынужденное излучения, поглощение

#### 1. Краткие теоретические сведения

Квантовую электронику можно определить как раздел электроники, в котором главную роль играют явления квантового характера. Работа лазера основана на трех основных явлениях, происходящих при взаимодействии электромагнитных волн с веществом, а именно процессы спонтанного и вынужденного излучения, а также процесс поглощения.

**Спонтанное излучение.** Спонтанное излучение характеризуется испусканием фотона с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$  при переходе атома с уровня 2 на уровень 1 (рис. 4.1, а). Спонтанное излучение только один из двух возможных путей перехода атома из одного состояния в другое. Переход может происходить также и безызлучательным путем. В этом случае избыток энергии  $E_2 - E_1$  выделяется в какой-либо иной форме (например, разность энергии может перейти в кинетическую энергию окружающих молекул).

Предположим, что в момент времени на уровне 2 находятся  $N_2$  атомов (в единице объема). Скорость перехода ( $dN_2 / dt$ ) этих атомов вследствие спонтанного излучения на нижний уровень пропорциональна  $N_2$ . Следовательно, вероятность спонтанного излучения

$$\left( \frac{dN_2}{dt} \right)_{\text{спонт}} = -AN_2. \quad (4.1)$$

Множитель  $A$  представляет собой вероятность спонтанного излучения и называется коэффициентом Эйнштейна  $A$ .

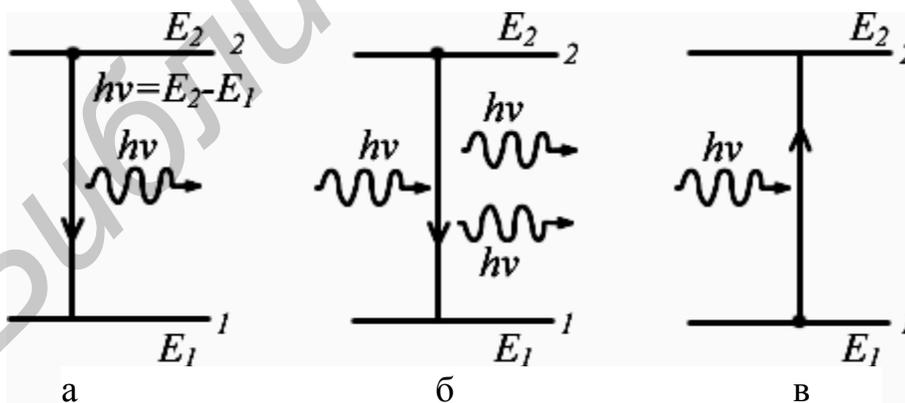


Рис. 4.1. Схематическое представление трех процессов:

а – спонтанное излучение; б – вынужденное излучение; в – поглощение

Величину  $\tau_{\text{спонт}} = 1/A$  называют спонтанным временем жизни. Численное значение величины  $A$  (и  $\tau_{\text{спонт}}$ ) зависит от конкретного перехода, участвующего в излучении.

**Вынужденное излучение.** В случае спонтанного излучения атом испускает электромагнитную волну, фаза которой не имеет определенной связи с фазой волны, излученной другим атомом. Более того, испущенная волна может иметь любое направление распространения. В случае же вынужденного излучения процесс инициируется падающей волной, излучение любого атома добавляется к этой волне в той же фазе. Падающая волна определяет и направление распространения испущенной волны (см. рис. 4.1, б).

Процесс вынужденного излучения можно описать с помощью уравнения

$$\left( \frac{dN_2}{dt} \right)_{\text{вын}} = -W_{21}N_2, \quad (4.2)$$

где  $\left( \frac{dN_2}{dt} \right)_{\text{вын}}$  – скорость перехода  $2 \rightarrow 1$  за счет вынужденного излучения, а  $W_{21}$  – вероятность вынужденного перехода. Как и коэффициент  $A$ , определяемый выражением (4.1), величина  $W_{21}$  имеет так же размерность  $(\text{время})^{-1}$ . Однако в отличие от  $A$  вероятность  $W_{21}$  зависит не только от конкретного перехода, но и от интенсивности падающей электромагнитной волны. Для плоской волны, как будет показано ниже, можно написать

$$W_{21} = \sigma_{21}F, \quad (4.3)$$

где  $\sigma_{21}$  – величина, имеющая размерность площади (она называется сечением вынужденного излучения) и зависящая от характеристик данного перехода, а  $F$  – плотность потока фотонов в падающей волне.

**Поглощение.** Предположим теперь (рис. 4.1, в), что атом первоначально находится на уровне 1. Если это основной уровень, то атом будет оставаться на нем до тех пор, пока на него не подействует какое-либо внешнее возмущение. Пусть на вещество падает электромагнитная волна с частотой  $\nu$ . В таком случае существует конечная вероятность того, что атом перейдет на верхний уровень 2. Разность энергий  $E_2 - E_1$ , необходимая для того чтобы атом совершил переход, берется из энергии падающей электромагнитной волны. В этом заключается процесс поглощения.

По аналогии с (4.2) вероятность поглощения  $1 \rightarrow 2$  определяется уравнением

$$dN_1 / dt = -W_{12}N_1, \quad (4.4)$$

где  $N_1$  – число атомов в единице объема, которые в данный момент времени находятся на уровне 1.

Как и в выражении (4.3), можно записать

$$W_{12} = y_{12}F, \quad (4.5)$$

где  $\sigma_{12}$  – некоторая характерная площадь (сечение поглощения), которая зависит только от конкретного перехода.

Ранее были даны основные понятия процессов спонтанного и вынужденного излучений, а также поглощения. Используя фотонную теорию, эти явления опишем следующим образом (рис. 4.2):

- в процессе спонтанного излучения атом, испуская фотон, переходит с уровня 2 на уровень 1;

- в процессе вынужденного излучения падающий фотон вызывает переход  $2 \rightarrow 1$ , в результате чего образуется два фотона (падающий плюс испущенный);

- в процессе поглощения падающий фотон поглощается, вызывая переход  $1 \rightarrow 2$ . Следует отметить, что  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ . Это означает, что вероятности вынужденного излучения и поглощения равны друг другу. Поэтому в дальнейшем будем считать  $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma$ , понимая под  $\sigma$  сечение данного перехода. Число атомов в единице объема, находящихся на данном энергетическом уровне, будем называть **населенностью** этого уровня.

**Принцип работы лазера.** Рассмотрим в какой-либо среде два произвольных энергетических уровня 1 и 2 с населенностями  $N_1$  и  $N_2$  соответственно. Пусть в этой среде в определенном направлении распространяется плоская волна с интенсивностью, соответствующей плотности потока фотонов  $F$ . Тогда в соответствии с выражениями 4.1 – 4.5 изменение плотности потока  $dF$ , обусловленное как процессами вынужденного излучения, так и процессами поглощения, в слое  $dz$  (заштрихованная область на рис. 4.2) определяется уравнением

$$dF = sF(N_2 - N_1)dz. \quad (4.6)$$

Из уравнения 4.6 следует, что в случае  $N_2 > N_1$  среда ведет себя как усиливающая (т.е.  $dF/dz > 0$ ), а в случае  $N_2 < N_1$  – как поглощающая. Известно, что при термодинамическом равновесии населенности энергетических уровней описываются статистикой Больцмана. Так, если  $N_1^e$  и  $N_2^e$  – населенности двух уровней при термодинамическом равновесии, то

$$N_2^e / N_1^e = \exp[-(E_2 - E_1)/kT], \quad (4.7)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура среды.

Таким образом, в случае термодинамического равновесия  $N_2 < N_1$ , в соответствии с (4.6), среда поглощает излучение на частоте  $\nu$ . Однако если удастся достигнуть неравновесного состояния, для которого  $N_2 > N_1$ , то среда будет действовать как усилитель. В этом случае будем говорить, что в среде существует инверсия населенностей, имея в виду, что разность населенностей ( $N_2 - N_1 > 0$ ) противоположна по знаку той, которая существует в обычных условиях ( $N_2^e - N_1^e < 0$ ). Среду, в которой осуществлена инверсия населенностей, называют **активной средой**.

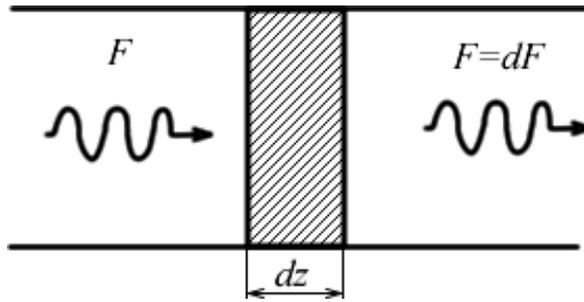


Рис. 4.2. Изменение плотности потока фотонов  $dF$  при прохождении плоской электромагнитной волны через слой вещества  $dz$

Для того чтобы усилитель превратить в генератор, необходимо ввести подходящую положительную обратную связь. В лазере обратную связь получают размещением активной среды между двумя зеркалами с высоким коэффициентом отражения (например между плоскопараллельными зеркалами, как показано на рис. 4.3). В этом случае плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в направлении, перпендикулярном зеркалам, будет поочередно отражаться от них, усиливаясь при каждом прохождении через активную среду. Если одно из двух зеркал сделано частично прозрачным, то на выходе системы можно выделить пучок полезного излучения. Однако генерация начинается только тогда, когда усиление активной среды компенсирует потери в нем (потери, обусловленные частичным выходом излучения из резонатора через зеркало). В соответствии с выражением (4.6) усиление излучения за один проход в активной среде (т. е. отношение выходной и входной плотностей потока фотонов) равно

$$a = \exp[s(N_2 - N_1)L_a], \quad (4.8)$$

где  $L_a$  – длина активной среды.

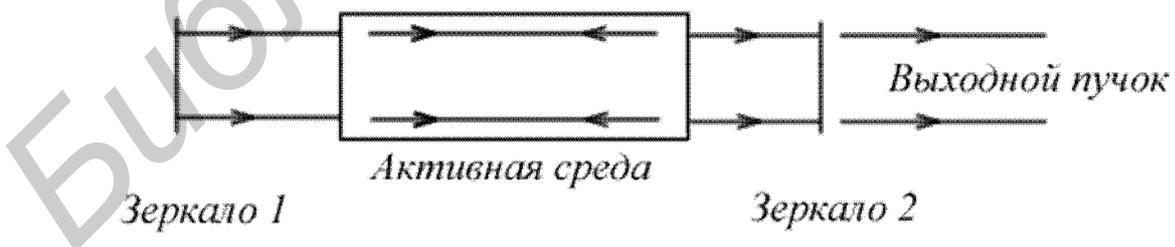


Рис. 4.3. Схема устройства лазера

Если потери в резонаторе определяются только пропусканием зеркал, то порог генерации будет достигнут при выполнении условия

$$R_1 R_2 = [2s(N_2 - N_1)L_a] = 1, \quad (4.9)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – коэффициенты отражения зеркал по интенсивности.

Это условие показывает, что порог достигается тогда, когда инверсия населенностей приближается к некоторому критическому значению  $(N_2 - N_1)_{\text{кр}}$ , называемому критической инверсией и определяемому соотношением

$$(N_2 - N_1)_{\text{кр}} = \ln(R_1 R_2) / 2sl. \quad (4.10)$$

Как только будет достигнута критическая инверсия, генерация разовьется из спонтанного излучения. Действительно, поток фотонов, которые спонтанно испускаются вдоль оси резонатора, будет усиливаться. Этот механизм и лежит в основе лазерного генератора, называемого обычно просто лазером.

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Уровни излучательного перехода разделены таким интервалом энергий  $E_2 - E_1$ , что частота излучения, соответствующая переходу с уровня 2 на уровень 1, приходится на середину видимого участка спектра. Каково отношение населенностей этих двух уровней при комнатной температуре в состоянии термодинамического равновесия?

**Решение:**

Будем считать, что середине видимого участка спектра соответствует длина волны  $\lambda = 0,55$  мкм. Отвечающая этой длине волны частота  $\omega = 1/\lambda = 18\,181 \text{ см}^{-1}$ . Поскольку  $kT = 208 \text{ см}^{-1}$ , то

$$(E_2 - E_1) / kT = 87,4 \text{ и}$$

$$N_2^e / N_1^e = 1,1 \cdot 10^{-38}.$$

## 3. Задачи для аудиторных и домашних занятий

1. Область электромагнитного спектра, представляющая интерес для лазерной физики, простирается от субмиллиметровых длин волн до рентгеновского диапазона. Сюда входят следующие спектральные области: 1) дальняя инфракрасная; 2) ближняя инфракрасная; 3) видимый свет; 4) ультрафиолетовая (УФ); 5) область вакуумного ультрафиолета (ВУФ); 6) мягкие рентгеновские лучи; 7) рентгеновские лучи. Из любого физического справочника найдите интервалы длин волн, соответствующие указанным спектральным областям. Запишите границы каждого интервала.

2. Какой диапазон частот соответствует диапазону длин световых волн 0,1 – 10,0 мкм?

3. Длина световой волны составляет 0,6 мкм. Чему равна энергия фотона?

4. Как особый случай задачи 1, запишите длины волн, соответствующие синему, зеленому и красному участкам спектра.

5. Пусть отношение населенностей  $N_2 / N_1$  двух уровней, находящихся в термодинамическом равновесии при температуре  $T = 300$  К, равно  $1/e$ . Вычислите частоту излучения  $\nu$ , соответствующую переходу между этими уровнями. В какую область электромагнитного спектра попадает излучение с такой частотой?

6. Лазерный резонатор состоит из двух зеркал с коэффициентами отражения  $R_1 = 1$  и  $R_2 = 0,5$ . длина активной среды  $L_a = 7,5$  см, а сечение перехода  $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-19}$  см<sup>2</sup>. Вычислите пороговую инверсию населенностей.

7. Пучок рубинового лазера ( $\lambda = 0,694$  мкм) проходит через телескоп диаметром 1 м и посылается на Луну. Рассчитайте диаметр  $D$  пучка на Луне, предполагая, что пучок обладает полной пространственной когерентностью (расстояние от Земли до Луны приблизительно равно 384 000 км).

## Пассивные оптические резонаторы

### 1. Краткие теоретические сведения

**Пассивный оптический резонатор** – это замкнутая полость, состоящая из отражающих поверхностей и содержащая внутри себя однородную, изотропную и пассивную диэлектрическую среду.

Лазерные резонаторы характеризуются двумя главными особенностями:

– они, как правило, являются открытыми, т.е. не имеют боковой поверхности;

– их размеры намного превышают длину волны лазерной генерации.

Число мод резонатора  $N$ , расположенных в пределах полосы лазерной линии шириной  $\Delta n_0$ , равно:

$$N = 8pn^2V\Delta n_0 / c^3 = 8p(V / l^3)(\Delta l_0 / l), \quad (5.1)$$

где  $\Delta l_0 = l^2\Delta n_0 / c$  – ширина лазерной линии, выраженная в единицах длины волны.

Широко применяемые лазерные резонаторы имеют либо плоские, либо сферические зеркала прямоугольной (чаще круглой) формы, расположенные на некотором расстоянии  $L$  друг от друга. Величина  $L$  обычно составляет от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров, а размеры зеркал лежат в пределах от долей сантиметра до нескольких сантиметров.

**Обобщенный сферический резонатор.** В общем случае резонатор состоит из двух сферических зеркал, имеющих радиусы  $R_1$  и  $R_2$  и разделенных друг от друга промежутком длиной  $L$ . Поскольку  $R_1$  и  $R_2$  могут принимать любые значения (как положительные, так и отрицательные), то всегда можно будет составить такую комбинацию зеркал, которая приведет к неустойчивой конфигурации резонатора. Для последующего рассмотрения удобно ввести две безразмерные величины  $g_1$  и  $g_2$ .

$$g_1 = 1 - L / R_1, \quad (5.2)$$

$$g_2 = 1 - L / R_2. \quad (5.3)$$

В случае сферического резонатора с зеркалами различной кривизны размеры пятен на двух зеркалах  $w_1$  и  $w_2$  определяются из выражений

$$w_1 = \sqrt{\frac{lL}{p}} \sqrt[4]{\frac{g_2}{g_1(1 - g_1g_2)}}, \quad (5.4)$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{lL}{p}} \sqrt[4]{\frac{g_1}{g_2(1 - g_1g_2)}}. \quad (5.5)$$

Резонансные частоты оптического резонатора определяются из выражения

$$n = \frac{c}{2L} \left[ n + (1 + m + l) \frac{\arccos \sqrt{g_1 g_2}}{p} \right], \quad (5.6)$$

где  $l$ ,  $m$ ,  $n$  индексы мод.

**Условие устойчивости.** Устойчивость резонатора определяется неравенством

$$0 < g_1 g_2 < 1. \quad (5.7)$$

Условие устойчивости (5.7) удобно представить графически в плоскости  $g_1, g_2$ , как показано на рис. 5.1.

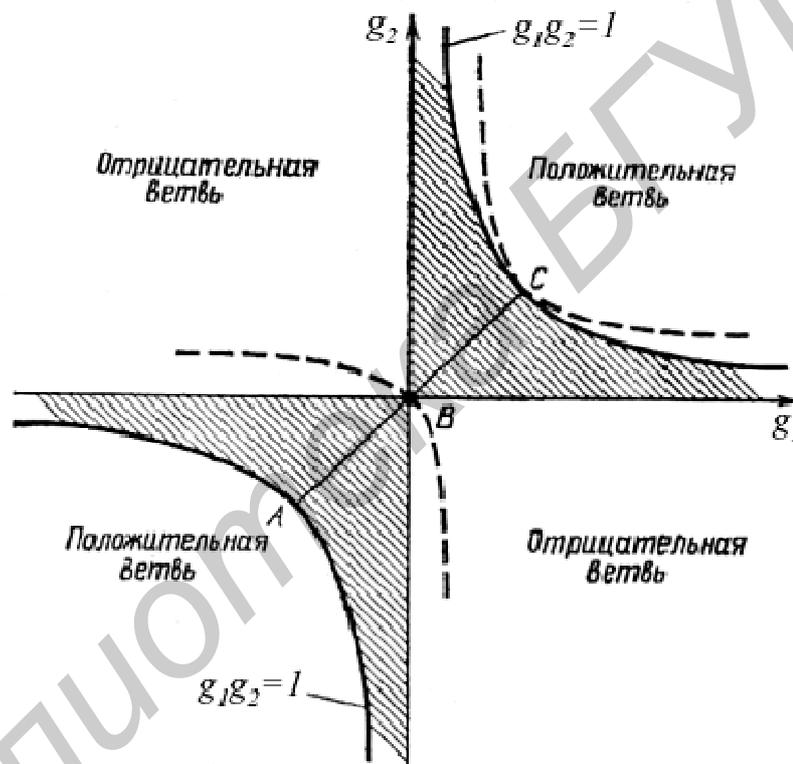


Рис. 5.1. Диаграмма устойчивости на плоскости  $g_1, g_2$  для произвольного сферического резонатора

Область устойчивости соответствует заштрихованным участкам на рисунке. Пунктирные кривые соответствуют возможным конфигурациям конфокальных резонаторов.

Особый класс сферических резонаторов соответствует точкам прямой линии  $AC$ , образующей с осями  $g_1$  и  $g_2$  угол  $45^\circ$ . Эта прямая отвечает резонаторам с зеркалами одинаковой кривизны (симметричные резонаторы). Неустойчивые резонаторы можно подразделить на два класса:

- резонаторы положительной ветви, которые соответствуют условию  $g_1 \cdot g_2 > 1$ ;
- резонаторы отрицательной ветви, которые соответствуют условию  $g_1 \cdot g_2 < 0$ .

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** В гелий-неоновом лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6328$  мкм, используется конфокальный резонатор длиной  $L = 1$  м. Вычислите размер пятна в центре резонатора и на зеркалах.

**Решение:**

1. Минимальный размер пятна соответствует точке  $Z = 0$  (перетяжка):

$$w_0 = \sqrt{\frac{LI}{2p}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 0,6328 \cdot 10^{-6}}{2p}} = 0,317 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

2. Размер пятна на зеркалах:

$$w_s = \sqrt{\frac{LI}{p}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 0,6328 \cdot 10^{-6}}{p}} = 0,449 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

**Задача 2.** Для резонатора из задачи 1 вычислите разность частот между двумя соседними продольными модами.

**Решение:**

Разность частот между двумя соседними продольными модами:

$$\Delta n_n = c/2L = 3 \cdot 10^8 / 2 \cdot 1 = 1,5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}.$$

**Задача 3.** Для резонатора из задачи 1 найдите, сколько различных по частоте мод лежит в пределах ширины линии Ne (определяемой по уровню 0,5 от максимального значения).

**Решение:**

$$N = \Delta n_0^* / (c/4L)^{1/2} \approx 20.$$

**Задача 4.** Кольцевой резонатор треугольной конфигурации состоит из трех плоских зеркал с положительной линзой, помещенной между двумя из них (рис. 5.2). Определите местоположение пятна с минимальным размером, значение этого размера и размер пятна в месте расположения линзы. Найдите также условие устойчивости этого резонатора.

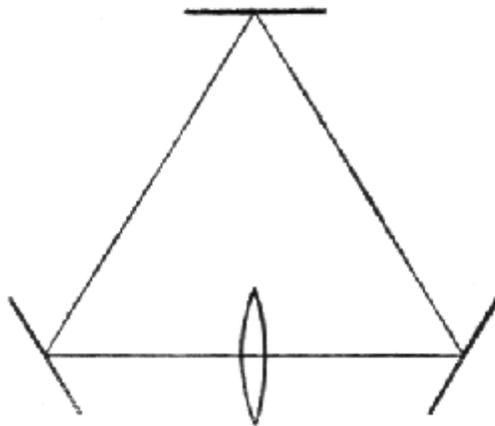


Рис. 5.2. Кольцевой резонатор лазера, включающий в себя положительную линзу с фокусным расстоянием  $f$

**Решение:**

Кольцевой резонатор эквивалентен симметричному резонатору, состоящему из двух зеркал с радиусом кривизны  $R = 2f$ , разделенных промежутком длиной  $L$ . В этом случае перетяжка пучка в кольцевом резонаторе располагается вдоль периметра на расстоянии  $L/2$  от линзы, а размеры пятна нетрудно вычислить из выражения

$$w_1 = w_2 = w'_s = \sqrt{\frac{1L}{p}} \sqrt{\frac{1}{1-g^2}},$$

где  $q = 1 - (L/2f)$ .

Условие устойчивости:  $L < 2f$  и  $L/2f > 0$ , (т.е.  $f > 0$ ).

**Задача 5.** Покажите, что полная мощность гауссова пучка определяется выражением  $P = I_0 (pw_i^2)$ , где  $I_0$  – максимальная интенсивность пучка (на его оси).

**Решение:**

$$P = \int_0^{\infty} I_0 \exp[-2(r/w)^2] (2pr dr) = I_0 (pw^2/2) = I_0 pw_i^2.$$

**3. Задачи для аудиторных и домашних занятий**

1. В He-Ne-лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6328$  мкм, используется конфокальный резонатор длиной  $L = 0,8$  м. Вычислите размер пятна в центре резонатора и на зеркалах, а также разность частот между двумя соседними продольными модами.

2. Для резонатора из задачи 1 найдите, сколько различных по частоте мод лежит в пределах ширины линии He, определяемой по уровню 0,5 от максимального значения.

3. Вычислите размер пятна на обоих зеркалах полуконфокального резонатора длиной  $L = 2$  м, используемого в  $\text{CO}_2$ -лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 10,6$  мкм.

4. Найдите разность частот между двумя соседними модами  $\text{TEM}_{00}$  резонатора из задачи 3. Полагая, что ширина линии излучения, определяемая по уровню 0,5 от максимального значения, равна 50 МГц, найдите число мод  $\text{TEM}_{00}$ , частоты которых находятся в пределах этой линии.

5. В лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 0,6$  мкм и имеющем усиление по мощности за проход 0,02, используется симметричный резонатор длиной  $L = 1$  м. Радиус кривизны обоих зеркал резонатора  $R = 10$  м. Выберите такой размер апертуры зеркал, чтобы подавить моду  $\text{TEM}_{01}$  и сохранить при этом генерацию на моде  $\text{TEM}_{00}$ .

6. Резонатор образован двумя вогнутыми сферическими зеркалами с радиусом кривизны 4 м и расстоянием между ними 1 м. Определите размер пятна моды  $\text{TEM}_{00}$  в центре резонатора и на зеркалах, если резонатор используется для генерации излучения на длине волны  $\lambda = 514,5$  нм (одна из линий излучения  $\text{Ar}^+$ -лазера).

7. Как изменятся размеры пятна на обоих зеркалах, если в предыдущей задаче одно из вогнутых зеркал заменить плоским?

8. В задаче 7 одно из зеркал резонатора заменено на вогнутое зеркало с радиусом кривизны 1,5 м. Вычислите: а) положение перетяжки пучка; б) размер пятна в перетяжке пучка и на обоих зеркалах.

9. Резонатор образован выпуклым сферическим зеркалом с радиусом кривизны  $R_1 = -1$  м и вогнутым сферическим зеркалом радиусом  $R_2 = 1,5$  м. Каким должно быть максимальное расстояние между зеркалами, чтобы резонатор оставался устойчивым?

10. Резонатор состоит из двух плоских зеркал и положительной линзы, помещенной между ними. Фокусное расстояние линзы равно  $f$ , расстояние до обоих зеркал соответственно  $L_1$  и  $L_2$ . Каковы будут размеры пятен в месте расположения линзы и зеркал? Запишите также условия устойчивости резонатора.

11. Для произвольного резонатора можно ввести понятие чувствительности к несоосности  $\delta$ , которую определяют как нормированное на размер пятна на зеркале поперечное смещение точки пересечения оптической оси с этим зеркалом при повороте одного из зеркал на единицу угла. В частности, для зеркала 1 можно определить два коэффициента чувствительности к несоосности  $\delta_{11}$  и  $\delta_{12}$  как  $d_{11} = \left( \frac{1}{w_1} \right) \left( \frac{dr_1}{dq_1} \right)$  и

$d_{12} = \left( \frac{1}{w_1} \right) \left( \frac{dr_1}{dq_2} \right)$ , где  $\left( \frac{dr_i}{dq_i} \right)$ , ( $i = 1, 2$ ) – поперечный сдвиг центра пучка на

зеркале 1 при повороте одного из зеркал (1 или 2) на единицу угла. Покажите, что в случае конфокального резонатора  $(d_{11})_c = 0$  и  $(d_{12})_c = pw_s/l$ .

12. С помощью определения, выведенного в предыдущей задаче, покажите, что для любого симметричного резонатора с очень большим радиусом кривизны зеркал ( $R \gg L$ ) чувствительность к несоосности такова, что  $d_{11} = d_{12} = d_{22} = (d_{11})_c 4w^3/w_s^3$ , где  $(\delta_{12})_c$  – чувствительность к несоосности конфокального резонатора,  $w$  – размер пятна на зеркале реального резонатора, а  $w_s$  размер пятна на зеркале конфокального резонатора той же длины. С помощью вышеприведенного равенства установите, какой из двух резонаторов менее чувствителен к повороту зеркала?

13. Имеется почти полусферический резонатор ( $R = L + \Delta$ , где  $\Delta \ll L$ ), в котором зеркало 1 плоское. Покажите, что в этом случае  $d_{12} = (d_{12})_c (w_2/w_s)$  и  $d_{21} = (d_{12})_c (w_s/w_2)$ . Сравните этот резонатор с резонатором из предыдущей задачи при том же значении размера пятна на зеркале, т.е. при  $w = w_2$ . Какой вывод можно сделать относительно чувствительности к несоосности почти полусферического резонатора по сравнению с почти плоским резонатором?

14. В CO<sub>2</sub>-лазере, работающем на длине волны  $\lambda = 10,6$  мкм, приходится использовать конфокальный неустойчивый резонатор. Пусть этот резонатор имеет длину  $L = 1$  м. Какую ветвь нужно выбрать для этого резонатора, чтобы объем моды был максимальным? Вычислите апертуры зеркал  $2a_1$  и  $2a_2$ , чтобы можно было получить: 1)  $N_{\text{экв}} = 7,5$ ; 2) выход излучения с односторцевого резонатора; 3) 20 %-ный выход излучения за полный проход резонатора. Определите радиусы двух зеркал  $R_1$  и  $R_2$ .

15. Используя приближение геометрической оптики (и предполагая, что генерируется мода низшего порядка), вычислите потери за один полный проход в резонаторе, рассчитанном в предыдущей задаче. Каковы форма и размеры выходного пучка?

## Оптическая накачка

### 1. Краткие теоретические сведения

При оптической накачке свет от мощной некогерентной лампы с помощью соответствующей оптической системы передается активной среде.

На рис. 6.1 представлены три наиболее употребительные схемы накачки. Во всех трех случаях активная среда имеет вид цилиндрического стержня. Его диаметр может быть от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров, а длина – от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров. Лазер может работать в импульсном или в непрерывном режиме в зависимости от того, является ли лампа накачки импульсной (лампа-вспышка) или непрерывной.

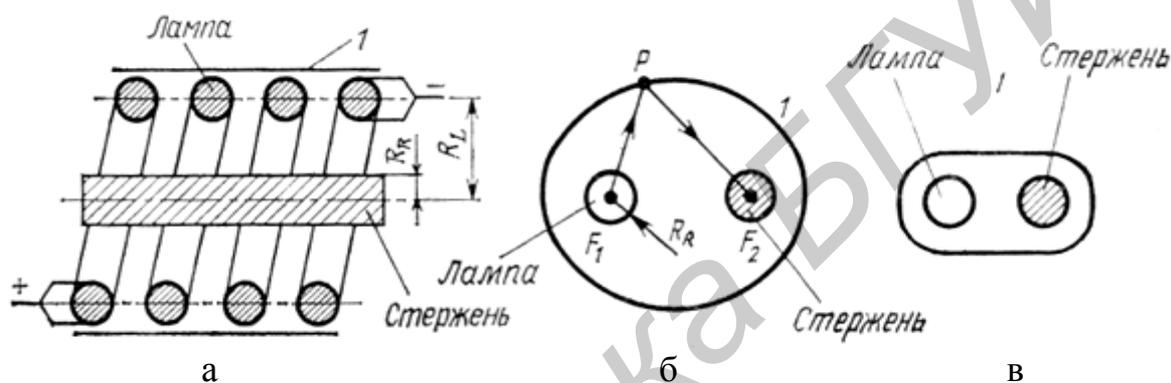


Рис. 6.1. Наиболее используемые системы оптической накачки

Изображенная на рис. 6.1, а лампа имеет форму спирали; при этом свет попадает в активную среду либо непосредственно, либо после отражения от зеркальной цилиндрической поверхности, отмеченной на рисунке цифрой 1.

На рис. 6.2, б лампа имеет форму цилиндра (линейная лампа), радиус и длина которого приблизительно те же, что и у активного стержня. Лампа размещается вдоль одной из фокальных осей  $F_1$  зеркально отражающего эллиптического цилиндра (отмеченного на рис. 6.1, б цифрой 1), а лазерный стержень располагается вдоль другой фокальной оси  $F_2$ . Свойство эллипса состоит в том, что луч  $F_1P$ , выходящий из первого фокуса  $F_1$ , проходит после отражения от эллиптической поверхности через второй фокус  $F_2$  (луч  $PF_2$ ). Это означает, что большая часть света, излучаемого лампой, благодаря отражению от эллиптического цилиндра попадает в лазерный стержень.

На рис. 6.1, в изображен пример так называемой конфигурации с плотной упаковкой. Лазерный стержень и линейная лампа располагаются как можно ближе друг к другу и плотно окружаются цилиндрическим отражателем 1. Эффективность конфигурации с плотной упаковкой обычно не намного ниже, чем в случае эллиптического цилиндра, но выше накачки спиральной лампой (см. рис. 6.1, а).

На рис. 6.2 представлены два возможных примера такой конфигурации. Осветители с несколькими лампами дают более низкий КПД, чем

соответствующие конфигурации с одной лампой, показанные на рис. 6.1, б и в. Тем не менее их нередко применяют в системах высокой мощности (или высокой энергии). В импульсных лазерах используют ксеноновые или криптоновые импульсные лампы при давлениях  $Xe$  или  $Kr$  от 450 до 1500 мм рт. ст. Световой импульс в этом случае создается разрядом через лампу электрической энергии, запасенной в батарее конденсаторов.

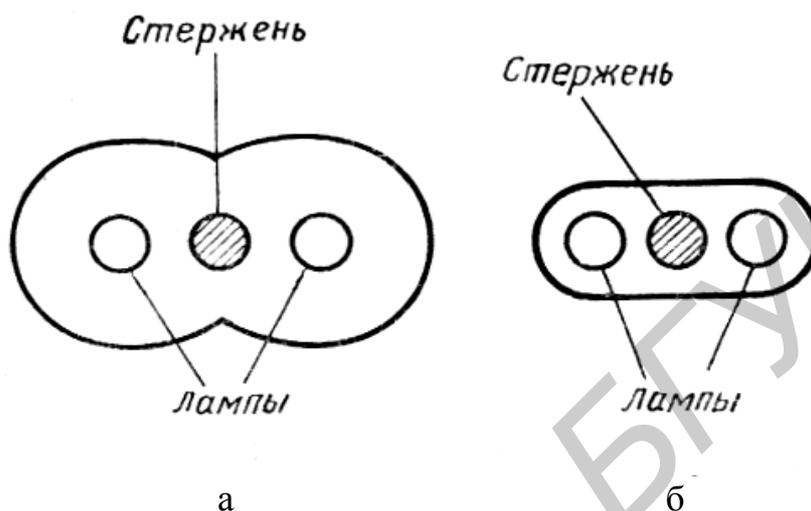


Рис. 6.2. Схемы накачки с двумя лампами:

а – двухэллипсная конфигурация; б – конфигурация с плотной упаковкой

**КПД накачки.** Определим КПД накачки  $h_p$  непрерывного лазера как отношение минимальной мощности накачки  $P_m$ , необходимой для создания определенной скорости накачки, к электрической мощности накачки  $P$ , фактически подведенной к лампе. Минимальная мощность накачки может быть записана в виде

$$P_m = (dN_2 / dt)_p V h n_p = W_p N_g V h n_p, \quad (6.1)$$

где  $\nu_p$  – разность частот между основным и верхним лазерными уровнями;  $V$  – объем активной среды.

Действительно, распределение скорости накачки по активному стержню во многих случаях является неоднородным. Поэтому более правильно определять среднюю минимальную мощность накачки  $\langle P_m \rangle = \langle W_p \rangle N_g V h n_p$ , где усреднение производится по объему активной среды. Таким образом, можно написать

$$h_p = \langle W_p \rangle N_g V h n_p / P, \quad (6.2)$$

где  $h_p$  – средний КПД накачки.

Для импульсного лазера по аналогии имеем

$$h_p = N_g V h n_p \int \langle W_p \rangle dt / E, \quad (6.3)$$

где интеграл по времени берется в пределах от начала до конца импульса накачки, а  $E$  – электрическая энергия, подведенная к лампе.

Следует отметить, что процесс накачки лазера можно рассматривать как процесс, состоящий из четырех различных этапов:

- испускание излучения от лампы;
- перенос этого излучения к активному стержню;
- поглощение его в стержне;
- передача поглощенной энергии верхнему лазерному уровню.

Следовательно, КПД накачки  $\eta_p$  можно записать в виде произведения четырех членов, а именно

$$h_p = h_r h_t h_a h_{pq}, \quad (6.4)$$

где  $h_r$  – излучательная эффективность лампы, т.е. эффективность преобразования электрической энергии на входе в оптическое излучение на выходе в диапазоне длин волн, соответствующем полосам накачки лазерной среды (например см. рис. 6.2, б);  $h_t$  – эффективность передачи, которую можно определить как отношение мощности (или энергии) накачки, действительно поступающей в лазерный стержень, к мощности (или энергии), излучаемой лампой в полезном диапазоне длин волн накачки;  $h_a$  – эффективность поглощения, т.е. доля света, попадающего в стержень, которая поглощается средой;  $h_{pq}$  – квантовый выход мощности (или энергии) накачки, т.е. доля поглощенной мощности (или энергии), которая приводит к созданию инверсии населенностей на верхнем уровне.

#### **Излучательная эффективность и эффективность передачи.**

Согласно определению, данному в теоретических сведениях к предыдущему занятию, для непрерывной лампы можно написать следующее выражение:

$$h_r = \frac{2pRl}{P} \int_{I_1}^{I_2} I_l dl, \quad (6.5)$$

где  $R$  – радиус;  $l$  – длина;  $P$  – электрическая мощность, подводимая к лампе;  $I_l$  – спектральная интенсивность лампы;  $I_1$  и  $I_2$  – пределы диапазона полезного излучения.

Для импульсной лампы выражение (6.5) следует заменить на

$$h_r = \frac{2pRl}{E} \int_{I_1}^{I_2} E_{1s} dl, \quad (6.6)$$

где  $E_{I_s}$  – спектральная плотность энергии, испускаемой лампой на единичную площадь поверхности.

Подробный расчет, основанный на характеристиках излучения лампы, показал, что для типичных импульсных ламп, используемых для накачки импульсных лазеров на кристаллах Nd:YAG (в диапазоне 0,35 – 0,90 мкм) и александрита (в диапазоне 0,35 – 0,70 мкм),  $h_r \approx 0,43$  и 0,36 соответственно.

В случае Nd:YAG-лазера при накачке непрерывной криптоновой лампой (т.е. для излучения в диапазоне 0,7 – 0,9 мкм) значение  $h_r$  несколько меньше, чем предыдущее ( $h_r \approx 0,27$ ). Следовательно, в обоих случаях более 50 % электрической мощности теряется либо в виде излучения, не попадающего в полосы накачки, либо в виде теплоты, рассеянной на электродах.

## 2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Стержень из Nd:YAG диаметром 6,3 мм накачивается спиральной импульсной лампой диаметром  $D_1 = 2$  см. Вычислите эффективность передачи накачки, если  $h_a = 0,2$ ,  $h_t = 0,5$  и  $h_{pq} = 0,1$ .

**Решение:**

Если спиральную лампу накачки представить приближенно в виде кольцеобразной импульсной лампы с диаметром  $D_L$  и предположить, что цилиндрический отражатель вокруг лампы в первом приближении имеет такой же, как и лампа, диаметр, то можно применить выражение (6.6), положив в нем  $S_R = pD_R l$ ,  $S_{pc} = pD_L l$  и  $S_l = pD_L l$  (объясните появление множителя 2 в выражении 6.6), где  $D_R$  – диаметр стержня, а  $l$  – его длина, равная примерно длине лампы. Тогда из выражения (6.4) получаем 27 %.

**Задача 2.** С помощью рис. 6.2, а вычислите  $\langle f_i \rangle$  для каждого значения  $aR$  и покажите, что в хорошем приближении  $\langle f_i \rangle \approx \exp(-aR)$ .

**Решение:**

Эксцентриситет эллипса равен  $e = 0,3$ . Из выражения (6.3) получаем  $R_M = 3,71$  мм,  $R_m = 1,67$  мм. Эти числа надо разделить на значение показателя преломления среды для стержня с полированной боковой поверхностью.

## 3. Задачи для аудиторных и домашних занятий

1. Кристаллический стержень из Nd:YAG диаметром 6,3 мм накачивается лампой с внутренним диаметром 4 мм в эллиптическом осветителе, большая ось которого равна 40 мм, а эксцентриситет равен 0,3. Вычислите эффективность передачи накачки, если средняя отражательная

способность покрытия осветителя равна 0,95 и лампа непрозрачна для собственного излучения.

2. Лампа с внутренним диаметром 4 мм расположена вдоль фокальной линии эллиптического осветителя с большой осью длиной 34 мм и малой осью длиной 31,9 мм. Вычислите размеры изображения лампы на второй фокальной линии. Что произойдет, если вдоль этой фокальной линии поместить стержень с полированной боковой поверхностью?

3. Свет накачки падает на лазерный стержень и распространяется внутри него в радиальном направлении. Покажите, что в этом случае эффективность поглощения можно записать в виде

$$h_a = \int (1 - e^{-2\alpha R}) I_{e1} / \int I_{e1} dI,$$

где  $\alpha$  – коэффициент поглощения,  $R$  – радиус стержня, а  $I_{e1}$  – спектральная интенсивность падающего на стержень света. Учитывая результат, полученный в задаче 2, покажите, что если

$$1 - \exp(-2\alpha R) = [\exp(1R) - \exp(-\alpha R)] \exp(-1R) \approx \approx 2\alpha R \exp(-\alpha R),$$

то предыдущее выражение для  $h_a$  сводится к (6.1).

4. Используя выражение (6.2), с помощью (6.3) и (6.5) покажите, что

$$h_p = h_r h_r \int 2(l/l_p) h_q a R \langle f_1 \rangle g_1 dl.$$

5. Добротность оптического резонатора  $2 \cdot 10^7$ ; длина волны излучения 0,6 мкм. Найти коэффициент потерь.

6. Предположим, что все линейные размеры резонатора (длина  $L$ , радиусы кривизны зеркал  $r_1, r_2$ , апертуры зеркал  $a_1, a_2$ ) увеличились в два раза. Будет ли новый резонатор эквивалентен исходному?

7. Предположим, что апертуры зеркал пассивного резонатора увеличились в два раза. Как надо при этом изменить остальные его параметры, чтобы новый резонатор оказался эквивалентным исходному?

8. Длина резонатора 0,5 м; начальный коэффициент усиления  $0,1 \text{ м}^{-1}$ . Коэффициент потерь (без учета излучательных потерь) равен  $0,081 \text{ м}^{-1}$ . Найти оптимальный коэффициент отражения выходного зеркала резонатора.

9. Рассматривается лазер на рубине; в качестве зеркал резонатора используются специально обработанные торцы рубинового стержня. Найти частотный интервал между центрами двух соседних продольных мод, если длина резонатора 0,6 м. Показатель преломления рубина 1,76.

10. Предположим, что вся световая мощность лампы накачки без потерь поглощается активными центрами лазера на рубине; при этом

активные центры (ионы хрома) переходят в состояние  ${}^4F_1$ , откуда затем попадают на верхний рабочий уровень. Используя рис. 6.2, оценить КПД лазера в рассматриваемом случае.

11. Известно, что КПД лазеров на рубине ниже 1 %, т.е. существенно меньше значения, получаемого в предыдущем упражнении. Чем это объясняется?

12. Доказать, что при угле падения, равном углу Брюстера, отраженный и преломленный световые лучи взаимно перпендикулярны.

13. Какова геометрия оптического резонатора, имеющего на диаграмме устойчивости (см. рис. 5.1) координаты  $g_1 = g_2 = 2$ ?

14. Какова геометрия оптического резонатора, имеющего на диаграмме устойчивости (см. рис. 5.1) координаты  $g_1 = g_2 = 0,5$ ?

15. Используя рис. 5.2, оцените угол расходимости выходящего из резонатора светового пучка, если длина волны излучения 0,5 мкм, а длина резонатора 0,5 м.

16. Световой пучок проходит сквозь акустооптический затвор из плавленого кварца. Диаметр светового пучка внутри затвора  $d = 1,2$  мм; скорость звука в кварце  $V = 6 \cdot 10^3$  м/с. Оценить быстродействие (время переключения) затвора.

17. Лазер генерирует регулярную последовательность световых импульсов с частотой следования  $f = 1,0$  МГц, (режим разгрузки резонатора). Длительность отдельного импульса  $\tau = 20$  нс, средняя мощность генерируемого излучения  $I = 10$  Вт. Оценить мощность световых импульсов в максимуме.

18. Ширина линии усиления лазера на рубине  $6 \cdot 10^9$  Гц. Используя результат, полученный в упражнении 7, найти максимально возможное число продольных мод для рассматриваемого лазера.

19. Лазер работает в режиме генерации гигантских импульсов. Энергия импульса накачки 1,0 кДж; КПД лазера 0,5 %; длительность высвечиваемого импульса 10 нс. Оценить мощность гигантского импульса в максимуме.

## Литература

1. Ультразвук: Маленькая энциклопедия / под ред. И. П. Голямина. – М. : Сов. энциклопедия, 1979. – 400 с.
2. Абрамов, О. В. Воздействие мощного ультразвука на жидкие и твердые металлы / О. В. Абрамов. – М. : Наука, 2000. – 312 с.
3. Ультразвуковые процессы в производстве изделий электронной техники. В 2 т. / С. П. Кундас [и др.]. – Минск : Бестпринт, 2002.
4. Основы физики и техники ультразвука: учеб. пособие для вузов / Б. А. Агранат [и др.]. – М. : Высш. шк., 1987. – 352 с.
5. Справочник по электрофизическим и электрохимическим методам обработки / Г. Л. Амитан [и др.]; под ред. В. А. Волосатова. – Л. : Машиностроение, 1988. – 718 с.
6. Балдев, Р. Применение ультразвука / Р. Балдев, В. Раджендран, П. Паланичами. – М. : ИЦ «Техносфера», 2006. – 576 с.
7. Автоматизация технологического оборудования микроэлектроники : учеб. пособие / А. А. Сазонов [и др.]. – М. : Высш. шк., 1991. – 434 с.
8. Машиностроение. Энциклопедия. Т. III-3. Технология изготовления деталей машин / под ред. А. Г. Сулова. – М. : Машиностроение, 2000. – 840 с.
9. Айхлер, Ю. Лазеры. Исполнение, управление, применение / Ю. Айхлер, Г.-И. Айхлер. – М. : ИЦ «Техносфера», 2008. – 440 с.
10. Звелто, О. Принципы лазеров / О. Звелто. – М. : Мир, 1990. – 560 с.
11. Технологические лазеры: справ. В 2 т. / Г. А. Абильтинтов [и др.]. – М. : Машиностроение, 1991.
12. Шредер, Г. Техническая оптика / Г. Шредер, Г. Трайбер. – М. : ИЦ «Техносфера», 2007. – 344 с.
13. Мишин, Д. Д. Магнитные материалы: учеб. пособие для вузов / Д. Д. Мишин. – М. : Высш. шк., 1991. – 384 с.
14. Машиностроение. Энциклопедия. Т. II-3. Цветные металлы и сплавы. Композиционные материалы / под ред. И. Н. Фридляндера. – М. : Машиностроение, 2001. – 880 с.

## Физические постоянные

Постоянная Планка, $h$	$6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
$\hbar = h/2\pi$	$1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Заряд электрона, $e$	$1,6021 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона, $m$	$9,108 \cdot 10^{-31}$ кг
Скорость света в вакууме, $c_0$	$2,9998 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Больцмана, $k$	$1,38054 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Магнетрон Бора, $\beta$	$9,2732 \cdot 10^{-24}$ А/м
Электрическая постоянная, $\epsilon_0$	$8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная, $\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Число Авогадро	$6,0248 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Постоянная Стефана – Больцмана, $\sigma_{SB}$	$5,679 \cdot 10^{-12}$ Вт/см <sup>2</sup> ·К

## Основные свойства магнитоотрицательных материалов

Показатель	Алфер Ю 14	Пермендюр К49Ф2	Никель Н10	Пермендюр К65	Феррит
1	2	3	4	5	6
Скорость звука, $C \cdot 10^3$ м/с	4,75	5,2	4,78	5,94	5,95
Плотность $\rho \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	6,65	8,1	8,85	5,27	5,21
Магнитоотрицательность насыщения $\delta s \cdot 10^{-6}$	40	70	-35	90	-20
Индукция насыщения $B_s$ , Тл	1,30	2,40	0,60	0,54	0,37
Магнитная проницаемость, $\mu$	1000	700	400	73	330
Напряженность поля подмагничивания $H$ , А/м	480 – 2400	1600 – 2400	800 – 1600	400 – 1280	–
Динамическая прочность $\sigma_s \cdot 10^7$ Н/м <sup>2</sup>	70 – 77	44	46	20	66
Температура Кюри $T_k$ , °С	500	980	360	260	500
Удельные электрические потери $p_{эл}$ , кВт/кг	1,17	0,8	2,8	–	2,78
Удельная электрическая мощность $W_y$ , Вт/см <sup>2</sup>	55	100	80	110	–

## Основные свойства диэлектрических лазерных кристаллов

Свойства	YAlO <sub>3</sub>	Y <sub>3</sub> Al <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Пространственная группа	D <sub>2h</sub> <sup>16</sup> – Pbnm	O <sub>h</sub> <sup>10</sup> – Ia3d	D <sub>3d</sub> <sup>6</sup> – R3c
Параметры элементарной ячейки, нм	a <sub>0</sub> = 0,5172 b <sub>0</sub> = 0,6307 c <sub>0</sub> = 0,7355	1,2008	a <sub>0</sub> = 0,47628 b <sub>0</sub> = 1,30032
Молекулярная масса	163,88	593,59	101,59
ρ·10 <sup>-3</sup> , кг/м <sup>3</sup>	5,35	4,55	3,98
Скорость звука, м/с	–	8563,0 по [001] 5029,3 по [001] 8601,6 по [110]	10920 по [1120] 5790 по [1120] 6690 по [1120]
Упругие постоянные, ГПа	220	C <sub>11</sub> = 333 C <sub>12</sub> = 111 C <sub>44</sub> = 115	C <sub>11</sub> = 496,8 C <sub>33</sub> = 498,1 C <sub>44</sub> = 147,4 C <sub>12</sub> = 163,6 C <sub>13</sub> = 110,9 C <sub>14</sub> = -23,5
σ <sub>B</sub> , МПа		171 – 205	–
T <sub>пл</sub> , °C	1850 ± 30	1930 ± 20	≈ 2040
Теплопроводность, Вт/(м·°C)	11	13	23 ⊥ оси c 25    оси c
Удельная теплоёмкость, Дж/(кг·K)	420	580-630	760
КТР·10 <sup>-6</sup> , К <sup>-1</sup>	9,5 по оси a 4,3 по оси b 10,8 по оси c с ионами Nd <sup>3+</sup> 3,37 по оси b	9,5 по [100] 7,7 по [110] 7,8 по [111] 6,96±0,06	6,66    оси c 5,0 ⊥ оси c – –
Коэффициент диффузии D, см <sup>2</sup> /с	0,049	0,046 0,050 (с Nd <sup>3+</sup> )	
Область оптической прозрачности, мкм	0,22 – 6,5	0,24 – 6,0	0,084
Показатели преломления: с ионами Nd <sup>3+</sup>	n <sub>α</sub> = 1,929 n <sub>β</sub> = 1,943 n <sub>γ</sub> = 1,952 n <sub>α</sub> = 1,930 n <sub>β</sub> = 1,946 n <sub>γ</sub> = 1,954 (0,589 мкм)	1,81523 (1,06 мкм)  1,81633 (1,06 мкм)	n <sub>0</sub> = 1,763 n <sub>e</sub> = 1,755 (0,694 мкм)  –
Диэлектрические постоянные	–	ε = 11,7 ε <sub>∞</sub> = 3,5	ε = 10,5    оси c ε = 8,61 ⊥ оси c ε <sub>∞</sub> = 3,1

Учебное издание

**Боженков** Владимир Владимирович  
**Шахлевич** Григорий Михайлович

## **РАСЧЕТЫ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ**

Практикум  
для студентов специальности  
«Электронно-оптические системы и технологии»  
всех форм обучения

В 2-х частях  
Часть 1

**Оборудование для ультразвуковой и лазерной обработки**

Редактор Е. Н. Батурчик  
Корректор Л. А. Шичко  
Компьютерная верстка Е. Г. Бабичева

---

Подписано в печать  
Гарнитура «Таймс».  
Уч.-изд. л. 2,5.

Формат 60x84 1/16.  
Печать ризографическая.  
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.  
Усл. печ. л.  
Заказ 339.

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.  
220013, Минск, П. Бровки, 6