



УДК 004.822:514

## ДОСТОВЕРНОСТЬ ПРАВИЛ В ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМАХ

Моросанова Н.А.

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК  
г. Москва, Россия*

nmosanova@gmail.com

В работе рассматриваются основные подходы к описанию достоверности правил вывода в экспертных системах, а также влияние на процесс вывода изоморфных преобразований коэффициентов уверенности.

**Ключевые слова:** достоверный вывод, коэффициенты уверенности, схема Шортлиффа.

### ВВЕДЕНИЕ

В экспертных системах, основанных на правилах, знания представляются в виде фактов и правил [Abraham, 2005]. Как правила, так и факты могут являться гипотезами, которые считаются достоверными только с некоторой степенью уверенности.

Степень уверенности в фактах и правилах может быть описана в одних терминах, поскольку это степень уверенности в некоторой гипотезе. Однако при описании уверенности в правилах дополнительно требуется определить механизм влияния степени уверенности в правиле на степень уверенности в заключении правила. Степень уверенности в правиле вывода влияет на ход вывода и его результат.

### 1. Подходы к описанию уверенности в правилах

Для описания степени уверенности в правилах были разработаны различные способы [Liu, 1986]:

- байесовский подход;
- теория Демпстера-Шефера;
- теория подтверждений;
- теория ролей;
- коэффициенты уверенности.

В рамках байесовского подхода для описания уверенности правила используется формула условной вероятности, таким образом, определяется достоверность правила в различных условиях.

В оригинальной теории Демпстера-Шефера не определяется способа для описания уверенности в правилах. Однако в рамках этой теории были

разработаны несколько способов описания уверенности. Причем один из них аналогичен формуле условной вероятности, поскольку теория Демпстера-Шефера считается обобщением теории вероятностей. Также в рамках теории Демпстера-Шефера теория ролей [Liu, 1986] определяет роли правила, которые описывают его смысловое содержание. Для каждой из ролей описывается зависимость степени уверенности в заключении правила от уверенности в правиле. Ассоциативная роль описывает эмпирически установленные зависимости, для нее вводятся две вспомогательные роли: поддерживающая и противоречащая роли. Необходимая и достаточная роли описывают причинно-следственные зависимости, а для правил, используемых для опровержения фактов, вводится опровергающая роль.

В теории подтверждений определяются нечисленные описания степени уверенности в фактах и отношениях между правилами. Этот подход отличается от всех остальных тем, что в нем делается попытка вообще не использовать количественное описание степени уверенности в правиле.

#### 1.1. Коэффициенты уверенности

Коэффициенты уверенности были предложены в экспертной системе MYCIN [Buchanan et al., 1984]. Этот подход также называется схемой Шортлиффа. В нем для описания степени уверенности используется число из отрезка  $[-1, 1]$ , называемое коэффициентом уверенности, причем  $-1$  означает полную уверенность в опровержении гипотезы, а  $1$  – полную уверенность в ее подтверждении. Каждому правилу вывода приписывается некоторый коэффициент уверенности, что позволяет рассматривать правило вывода как гипотезу. Если в результате срабатывания такого правила его

консеквент получает коэффициент уверенности  $CF_1$ , то его окончательное значение определяется как  $CF_1 * CF_2$ , где  $CF_2$  – коэффициент уверенности правила. Поскольку в классической схеме Шортлиффа для получения этого значения используется умножение, будем называть эту операцию функцией умножения  $tmx(a, b)$ , где  $a$  и  $b$  – коэффициенты уверенности. Несмотря на то, что коэффициенты уверенности для правил неотличимы от коэффициентов уверенности для фактов, в правилах на практике используются лишь значения из полуинтервала  $(0,1]$ , поскольку для вывода используются достоверные в некоторой степени правила. Таким образом, один из аргументов функции  $tmx(a, b)$  принимает значения из отрезка  $[-1,1]$ , а второй – из полуинтервала  $(0,1]$ .

## 1.2. Изоморфные трансформации схемы Шортлиффа

Изоморфные трансформации схемы Шортлиффа [Моросанова и др., 2011] с помощью взаимно однозначных отображений ставят своей целью получить более простой или удобный вид для некоторых из операций, входящих в схему Шортлиффа. Каждая трансформация задается с помощью функции  $h: [-1, 1] \rightarrow R$ , где  $R$  – некоторое множество. Поскольку функция  $h$  осуществляет взаимно однозначное отображение, то определена обратная функция  $h^{-1}$ . На множестве  $R$  определяются образы всех операций и отношений, имеющих место для коэффициентов уверенности на множестве  $[-1, 1]$ . В дальнейшем будем образы операций на  $R$  обозначать с помощью префикса  $h$  перед названием функции. Таким образом, в (1) определяется образ операции умножения  $tmx(a, b)$ .

$$h[tmx(A, B)] = h(tm(x(h^{-1}(A), h^{-1}(B))) \quad (1)$$

Обязательным требованием к  $h$  является взаимная однозначность задаваемого отображения. Однако часто бывает удобно рассматривать также монотонно возрастающие функции  $h$ , так как это ведет к упрощению сравнения коэффициентов уверенности и их образов с пороговыми значениями и их образами, соответственно. Одним из свойств монотонно возрастающих преобразований является также то, что при изоморфном отображении сохраняется отношение порядка для образов коэффициентов уверенности. Таким образом, если один из фактов более достоверен, чем другой, то и в новых терминах это будет так же.

## 1.3. Особенности трансформации функции умножения

Выбор конкретной трансформации зависит от вида информации, доступной для построения соответствующего отображения. Например, может быть известен вид функции комбинирования в изоморфной схеме, или известны некоторые значения функции, осуществляющей отображение.

В любом случае, функция умножения подчинена функции комбинирования, поскольку изначально [Buchanan et al., 1984] определяется как вспомогательная для комбинирования для организации вывода. Функция комбинирования, в свою очередь, в основном определяет процесс вывода, влияя таким образом на выбор изоморфной трансформации. К тому же, в классической схеме Шортлиффа наиболее сложный вид имеет как раз функция комбинирования, поэтому задача упрощения ее вида может решаться с помощью аппарата изоморфных трансформаций.

Пример 1. [Моросанова и др., 2011]

Пусть известно, что  $h(0)=1$ ,  $h(1)=+\infty$ ,  $h(-1)=0$  и определен образ операции комбинирования  $h[cmb(A,B)]=A*B$ . Тогда отображение  $h$  определяется как

$$h(x, \alpha) = \begin{cases} (1+x)^\alpha, & -1 \leq x < 0; \\ (1-x)^{-\alpha}, & 0 \leq x < 1; \\ +\infty, & x = 1. \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (2)$$

При таком определении функции отображения  $o$   $h[tmx(A,B)]$  имеет вид, представленный в табл.1.

Таблица 1 – Вид функции  $h[tmx(A,B)]$

Значение $A$	Значение $B$	Значение $h[tmx(A,B)]$
$[0, 1)$	$[1, +\infty)$	$\left( \frac{1}{A^\alpha} + B^{-\frac{1}{\alpha}} - \left( \frac{A}{B} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right)^\alpha$
$[1, +\infty)$	$[1, +\infty)$	$\left( \frac{1}{A^\alpha} + \frac{1}{B^\alpha} - \frac{1}{AB^\alpha} \right)^\alpha$
$+\infty$	$[1, +\infty)$	$B$
$[0, 1)$	$+\infty$	$A$
$[1, +\infty)$	$+\infty$	$A$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Для полученной в примере 1 функции умножения можно построить приближения, имеющие более простой вид.

Пример 2. Приближение  $h[tmx(A,B)]$ .

Зафиксируем  $B$  и  $\alpha$  – некоторые положительные вещественные числа. Тогда обозначим  $k = 1 - B^{-1/\alpha}$ ,  $l = B^{-1/\alpha}$ ,  $f(A) = h[tmx(A,B)]$ :

$$f(A) = \begin{cases} \left( k \cdot A^{1/\alpha} + l \right)^\alpha, & A \in [0, 1), \\ \left( k \cdot A^{-1/\alpha} + l \right)^{-\alpha}, & A \in [1, +\infty), \end{cases} \quad (3)$$

Рассмотрим для примера значения  $\alpha = 2$ ,  $B = 4$  и обозначим за  $h(a)$  функцию отображения при таком значении  $\alpha$ . Тогда  $k = \frac{1}{2}$ ,  $l = \frac{1}{2}$  и

$$f(A) = \begin{cases} \frac{1}{4}(A + 2\sqrt{A} + 1), & A \in [0, 1), \\ \frac{4A}{A + 2\sqrt{A} + 1}, & A \in [1, +\infty). \end{cases} \quad (4)$$

Попробуем приблизить  $f(A)$  с помощью функции

$$g(A) = \frac{4A}{A + 2\sqrt{A} + 1} + \frac{1/4}{(A+1)^6} \quad (5)$$

Оценим расстояние между значениями  $f(A)$  и  $g(A)$ . Расстояние между  $a$  и  $b$ , определяемое как  $|a - b|$ , порождает расстояние между  $A = h(a)$  и  $B = h(b)$ , определяемое как  $\text{dist}(A, B) = h(|h^{-1}(A) - h^{-1}(B)|)$ .

Тогда расстояние между  $f(A)$  и  $g(A)$  определяется как  $\text{dist\_tmx}(A) = \text{dist}(f(A), g(A))$ :

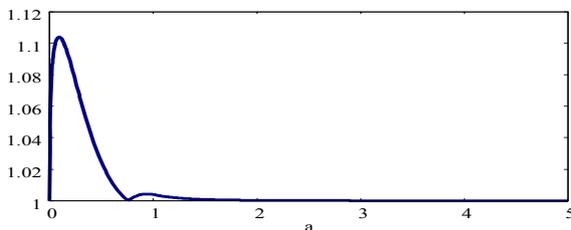


Рисунок 1 -  $\text{dist\_tmx}(A)$

На рис.1 видно, что для значений  $A \in [0, 5]$  расстояние не превышает 1.2, что в свою очередь, не превышает  $h(0.2)$ . При этом  $\lim_{A \rightarrow \infty} \text{dist\_tmx}(A) = 1$ , так как  $\lim_{A \rightarrow \infty} f(A) = \lim_{A \rightarrow \infty} g(A) = 4$ . Покажем, что функция  $\text{dist\_tmx}(A)$  убывает при  $A > 4$ . Для  $A > 4$

$$f'(A) = \frac{4\sqrt{A} + 1}{(\sqrt{A} + 1)^4} > 0, \quad (6)$$

$$g'(A) = \frac{4\sqrt{A} + 1}{(\sqrt{A} + 1)^4} - \frac{1.5}{(A+1)^7} > 0,$$

Тогда при  $A > 4$   $f(A) > 1$  и  $g(A) > 1$ , поскольку функции  $f$  и  $g$  возрастают. Тогда функция  $\text{dist\_tmx}(A)$  имеет следующую оценку сверху:

$$\sqrt{\frac{1}{(A+1)^6 \cdot f(A) \cdot 2\sqrt{f(A)}}} - 1, \quad (7)$$

причем (7) — убывающая функция. Таким образом, для  $\forall A \geq 0$  значение функции  $\text{dist\_tmx}(A)$  не превышает  $h(0.2)$ . Значит, это расстояние не является существенным согласно порогам в схеме Шортлиффа и полученное приближение можно использовать.

Теперь зафиксируем  $\alpha = 2$  и будем рассматривать различные значения  $k$ , учитывая, что  $l = 1 - k$ . При этом значение  $B$  будем брать таким, чтобы  $B \geq h(0.2)$ , тогда  $k \geq 0.2$ . Функция  $g$  определяется следующим образом:

$$g(A, k) = \frac{A}{((1-k)\sqrt{A} + k)^2} + \frac{f(0, k)}{(A+1)^6} \quad (8)$$

Функция расстояния  $\text{dist\_tmx}(A, k)$  определяется аналогично  $\text{dist\_tmx}(A)$  и имеет следующий вид для значений  $k \in [0.2, 1]$ :

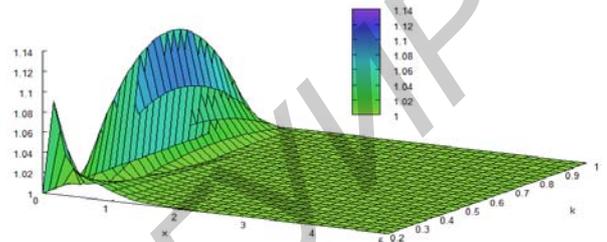


Рисунок 2 -  $\text{dist\_tmx}(A, k)$

Для функции  $\text{dist\_tmx}(A, k)$  можно аналогично соотношениям (6)-(7) показать, что при  $A \rightarrow +\infty$  она убывает к единице ( $h(0)=1$ ). Таким образом, в этом случае также расстояние не превышает  $h(0.2)$ . Поэтому полученное приближение функции умножения можно использовать для значения  $\alpha = 2$ .

Для других значений параметра  $\alpha$  вид функции отображения  $h$  может сильно отличаться [Моросанова и др., 2011], поэтому поиск функции, приближающей  $h|_{\text{tmx}}$ , должен производиться для каждого  $\alpha$  в отдельности.

## 2. Параметры правила вывода

Пусть с каждым правилом вывода  $R$  помимо коэффициента уверенности  $b = CF(R)$  заранее связаны производные от него числа  $P(R)$  и  $Q(R)$ :

$$P(R) = 1 - b,$$

$$Q(R) = \begin{cases} (1-b)^{-\alpha}, & 0 < b < 1, \\ +\infty, & b = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Тогда  $h|_{\text{tmx}}$  получит вид:

$$\begin{cases} (P(R) + b^{\alpha}\sqrt{A})^{+\alpha}, & 0 \leq A \leq 1, \\ (P(R) + b^{\alpha}(\sqrt{A})^{-1})^{-\alpha}, & 1 < A < +\infty, \\ Q(R), & A = +\infty. \end{cases} \quad (10)$$

После представления функции  $h|_{\text{tmx}}$  в виде (10) становится видно, что

$$h | \text{tmx}(A, R) =$$

$$h | \text{not}(h | \text{tmx}(h | \text{not}(A), R)),$$

$$\text{где } h | \text{not}(A) = \begin{cases} 1/A, & 0 < A < +\infty, \\ 0, & A = +\infty, \\ +\infty, & A = 0. \end{cases} \quad (11)$$

что соответствует соотношению

$$c \cdot a = - (c \cdot (-a)). \quad (12)$$

Поэтому функция  $h | \text{tmx}(A, R)$  полностью определяется своими значениями при  $0 \leq A \leq 1$ .

Рассмотрим один из вариантов интерпретации соотношения

$$(1 - b + bA), \alpha = 1. \quad (13)$$

Связанные с правилом  $R$  числа  $b$ ,  $1 - b$  указывают распределение подтвержденности гипотез «правило  $R$  верно» и «достоверность  $R$  неизвестна» соответственно, то есть

$$b \cdot a = (1 - b) \cdot 0 + b \cdot a \text{ при } \alpha = 1. \quad (14)$$

Поскольку  $h(0) = 1$ , то соотношение (13) полностью аналогично соотношению (14).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Коэффициенты уверенности правил и операция умножения в схеме Шортлиффа позволяют учитывать степень достоверности правил вывода. При изоморфных трансформациях схемы операция умножения может заметно усложняться, затрудняя ее использование и объяснение. Эту проблему можно решать несколькими способами: во-первых, использовать приближенную функцию, во-вторых, упрощать ее вид за счет заранее рассчитанных параметров правила.

Описанные способы решения проблемы усложнения операций при трансформациях схемы могут применяться и для других операций над коэффициентами уверенности.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [Моросанова и др., 2011] Моросанова, Н.А., Соловьев, С.Ю. Формальные свойства схемы Шортлиффа / Н.А. Моросанова, С.Ю. Соловьев // Управление большими системами. - 2011. - № 35.
- [Abraham, 2005] Rule based expert systems /In: P.S. Thorn, Richard (eds.) Handbook for Measurement Systems Design, pp. 909-919. - John Wiley and Sons Ltd., London, 2005.
- [Buchanan et al., 1984] Rule-Based Expert Systems: The MYCIN Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project /Edited by B.G. Buchanan, E.H. Shortliffe - MA: Addison-Wesley, 1984.
- [Liu, 1986] Liu, G. S.-H. Causal and Plausible Reasoning in Expert Systems/ G. S.-H Liu // AAAI-86 Proceedings, pp. 220-225.

## RULES UNCERTAINTY IN RULE-BASED EXPERT SYSTEMS

Morosanova N. A.

*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

[nmorosanova@gmail.com](mailto:nmorosanova@gmail.com)

This paper reviews main approaches to rules uncertainty representation in rule-based expert systems. The effect of the isomorphic transformations of certainty factors and associated operations on the inference process is studied.

## INTRODUCTION

Knowledge in rule-based expert systems is represented by means of rules and facts, both of which may be merely hypotheses and those hypotheses may have a degree of uncertainty. For the rule there should be additionally defined a mechanism of calculating the degree of uncertainty of its consequent on the basis of the rule's degree of uncertainty.

## MAIN PART

There are different methods for representing uncertainty in rules in expert systems (Bayes theory, Dempster-Shafer theory, theory of endorsements, certainty factors).

Isomorphic transformation of certainty factors using the transformation function leads to a definition of transformed operations (e.g. combination, multiplication). While some of operations are simplified after that transformation, other ones' images may be complicated functions that need to be simplified.

That can be done using approximation or pre-calculated rule parameters. Both methods are demonstrated on the example of multiplication image simplification. For the first method the measure of closeness of the approximation is defined, and the approximation functions for the multiplication image are proposed (see pic. 1 and 2). For the second case the interpretation of the simplified the multiplication image is given.

## CONCLUSION

Certainty factors model proposed in [Buchanan et al., 1984] and the multiplication operation form a mechanism of representing the uncertainty in the inference rules in a rule-based expert system.

Isomorphic transformations of certainty factors and associated operations may lead to the loss of the simplicity of some operations while simplifying other ones. In particular, the multiplication operation may transform into a complicated function. Two approaches to simplify the multiplication image are proposed

Mentioned approaches to simplify operation images can be used not only for the multiplication, but for other operations in the certainty factors model as well.