

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра антенн и устройств СВЧ

***ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРАВЛЕННЫХ ВОЛН  
ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ  
НА ОТРАЖАЮЩУЮ ПОВЕРХНОСТЬ***

Методические указания к лабораторной работе №5  
по курсам «Электродинамика и распространение радиоволн»,  
«Электромагнитные поля и волны»  
для студентов всех форм обучения

Минск 2008

УДК 621.372.822 (075.8)

ББК 32.845.7 я 73

И 88

С о с т а в и т е л и :

Д. В. Гололобов, И. Н. Кижлай, В. Б. Кирильчук, А. В. Кухарев,  
Н. А. Чмырев, О. А. Юрцев

**И 88** **Исследование** направленных волн при наклонном падении на отражающую поверхность : метод. указания к лаб. работе №5 по курсам «Электродинамика и распространение радиоволн», «Электромагнитные поля и волны» для студ. всех форм обуч. / сост. Д. В. Гололобов [и др.]. – Минск : БГУИР, 2008. – 22 с.

В методических указаниях приводятся основные теоретические сведения о соотношениях электромагнитных волн при наклонном падении на границу раздела двух сред. Даны определения коэффициентов Френеля при различной поляризации волн, угла Брюстера и условия полного внутреннего отражения. Приводится методика экспериментального исследования структуры поля ЭМВ при наклонном падении на отражающую поверхность и измерения параметров направленной волны.

Предназначены для студентов специальностей I-39 01 01 «Радиотехника», I-39 01 03 «Радиоинформатика», I-45 01 01 «Многоканальные системы телекоммуникаций», I-45 01 02 «Системы радиосвязи, радиовещания и телевидения».

**УДК 621.372. 822(075.8)**

**ББК 32.845.7 я 73**

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2008

## 1. Цель работы

1. Исследовать структуру поля электромагнитной волны при наклонном падении на отражающую поверхность.
2. Провести измерение параметров направленной электромагнитной волны (ЭМВ), отраженной от проводящей поверхности.

## 2. Общие теоретические сведения

### 2.1. Законы отражения и преломления при произвольной поляризации ЭМВ

Пусть плоская ЭМВ падает на границу раздела двух сред (рис. 1), характеризующихся абсолютными диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_1, \mu_1$  в первой и  $\epsilon_2, \mu_2$  – во второй средах.

Плоскость, содержащая нормаль к границе раздела и вектор Пойнтинга падающей волны  $\vec{\Pi}_n$ , называется *плоскостью падения волны*. Угол между вектором Пойнтинга падающей волны  $\vec{\Pi}_n$  и нормалью к границе раздела называется *углом падения*  $\theta$ , а угол между вектором Пойнтинга отражённой волны  $\vec{\Pi}_o$  и нормалью – *углом отражения*  $\theta_o$ . Угол между вектором Пойнтинга преломленной волны  $\vec{\Pi}_{пр}$  и внутренней нормалью к поверхности раздела двух сред называется *углом преломления*  $\theta_{пр}$ .

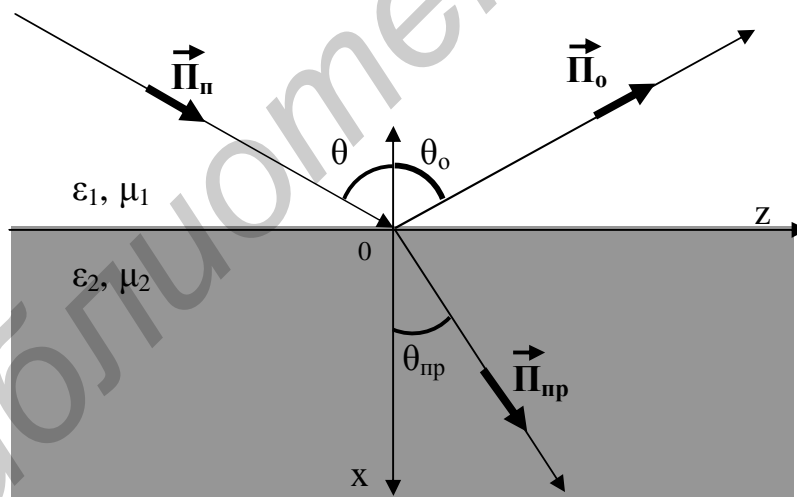


Рис. 1. Падение ЭМВ на границу раздела сред

Согласно граничным условиям, являющимся следствием решения уравнений Максвелла, несложно установить связь между углами падения, отражения и преломления в виде закона синусов:

$$k_1 \sin \theta = k_1 \sin \theta_o = k_2 \sin \theta_{пр}, \quad (1)$$

где  $k_1 = w\sqrt{\epsilon_1 m_1}$ ,  $k_2 = w\sqrt{\epsilon_2 m_2}$  – волновые числа двух сред.

Из (1) следует, что

$$q = q_0, \quad (2)$$

$$\frac{\sin q}{\sin q_{\text{пр}}} = \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 m_2}{\epsilon_1 m_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (3)$$

где  $n_1 = \sqrt{\epsilon_1 m_1}$ ,  $n_2 = \sqrt{\epsilon_2 m_2}$  – коэффициенты преломления сред;

$n_{21}$  – относительный коэффициент преломления из первой среды во вторую.

Выражения (2), (3) представляют собой известные из оптики законы отражения и преломления плоских волн и носят названия *законов Снелля*.

Отношение синусов углов падения и преломления равно постоянной величине  $n_{21}$ , зависящей только от параметров граничащих сред.

При  $n_2 > n_1$ ,  $n_{21} > 1$  (оптическая плотность второго диэлектрика больше, чем первого), согласно (3), имеем  $\sin q_{\text{пр}} = \sin q / n_{21} < \sin q$ . В этом случае каждому углу падения и соответствует вещественный угол преломления  $\theta_{\text{пр}}$ , вследствие чего при всех значениях и во второй среде существует однородная плоская преломленная волна. При преломлении волны в оптически более плотную среду направление ее распространения (см. рис. 1) приближается к нормали ( $q_{\text{пр}} < q$ ).

Если оптическая плотность второй среды меньше, чем первой ( $n_2 < n_1$ ,  $n_{21} < 1$ ), то  $\sin q_{\text{пр}} > \sin q$  и  $q_{\text{пр}}$  имеет вещественное значение лишь при  $\sin i \leq n_{21}$ . При этих углах падения во второй среде существует однородная плоская преломленная волна и ее направление распространения приближается к границе раздела ( $q_{\text{пр}} > q$ ). Большим углам падения, определяемым неравенством

$$\sin q > n_{21}, \quad (4)$$

соответствуют значения  $\sin q > 1$ , и  $q_{\text{пр}}$  имеет комплексное значение. Неравенство (4) представляет собой условие, при котором во второй среде не существует однородной плоской преломленной волны и происходит *полное внутреннее отражение*.

Поскольку законы отражения и преломления одинаковы для вертикальной и горизонтальной поляризации падающей волны, то они справедливы и при ее произвольной поляризации.

## 2.2. Коэффициенты отражения и прохождения

Коэффициенты отражения и прохождения (коэффициенты Френеля) позволяют выразить амплитуды и начальные фазы отраженной и преломленной волн через параметры падающей волны и электромагнитные характеристики граничащих сред.

При горизонтальной (перпендикулярной) поляризации ЭМВ уравнения, связывающие комплексные амплитуды падающей, отраженной и преломленной волн, имеют вид (рис. 2)

$$\vec{E}_{n0} + \vec{E}_{отр0} = \vec{E}_{пр0}; \quad \frac{\cos \vartheta}{Z_{c1}} (\vec{E}_{n0} - \vec{E}_{отр0}) = \frac{\cos \vartheta}{Z_{c2}} \vec{E}_{пр0}, \quad (5)$$

где  $\vec{E}_{n0}$ ,  $\vec{E}_{отр0}$ ,  $\vec{E}_{пр0}$  – комплексные амплитуды напряженностей электрического поля падающей, отраженной и преломленной волн;

$Z_{c1} = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$ ,  $Z_{c2} = \sqrt{\mu_2/\epsilon_2}$  – характеристические импедансы сред.

Из (5) несложно определить коэффициенты Френеля, полагая, что

$$R_{\perp} = \frac{E_{oy}|_{x=0}}{E_{ny}} = \frac{E_{отр0}}{E_{n0}}; \quad T_{\perp} = \frac{E_{пу}|_{x=0}}{E_{ny}} = \frac{E_{пр0}}{E_{n0}}. \quad (6)$$

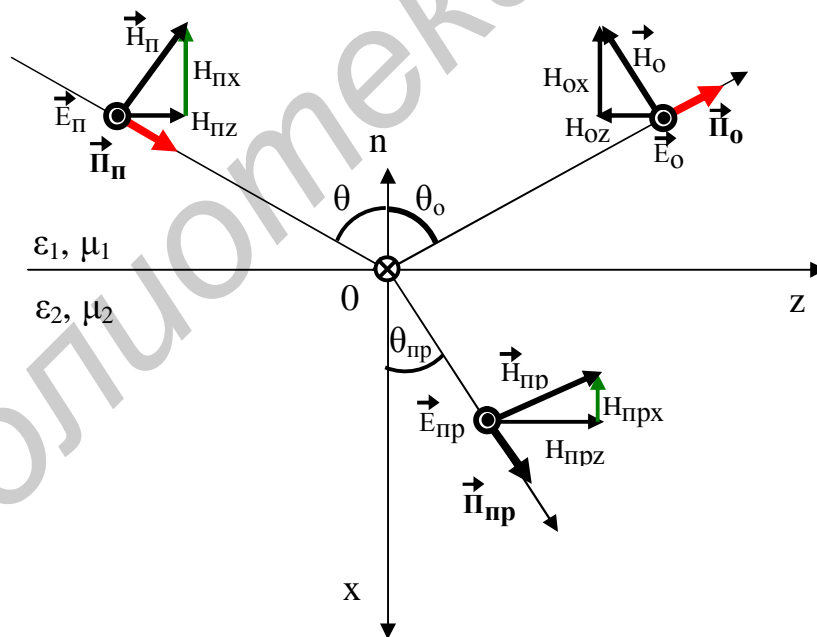


Рис. 2. Падение горизонтально поляризованной ЭМВ на границу раздела сред

С учетом (6) соотношения (5) примут вид

$$1 + R_{\perp} = T_{\perp};$$

$$1 - R_{\perp} = \frac{Z_{c1} \cos q_{\text{пр}}}{Z_{c2} \cos q} T_{\perp}.$$
(7)

Решение системы (7) позволяет определить коэффициент отражения

$$R_{\perp} = \frac{E_{\text{отр}0}}{E_{\text{п}0}} = \frac{Z_{c2} \cos q - Z_{c1} \cos q_{\text{пр}}}{Z_{c2} \cos q + Z_{c1} \cos q_{\text{пр}}}$$
(8)

и коэффициент прохождения

$$T_{\perp} = \frac{E_{\text{пр}0}}{E_{\text{п}0}} = \frac{2Z_{c2} \cos q}{Z_{c2} \cos q + Z_{c1} \cos q_{\text{пр}}}.$$
(9)

При вертикальной (параллельной) поляризации ЭМВ (рис. 3) уравнения, связывающие комплексные амплитуды падающей, отраженной и преломленной волн, имеют вид

$$\begin{cases} \cos i (E_{\text{п}0} + E_{\text{отр}0}) = \cos i_{\text{пр}} E_{\text{пр}0}; \\ \frac{1}{Z_{c1}} (E_{\text{отр}0} + E_{\text{п}0}) = \frac{1}{Z_{c2}} E_{\text{пр}0}. \end{cases}$$
(10)

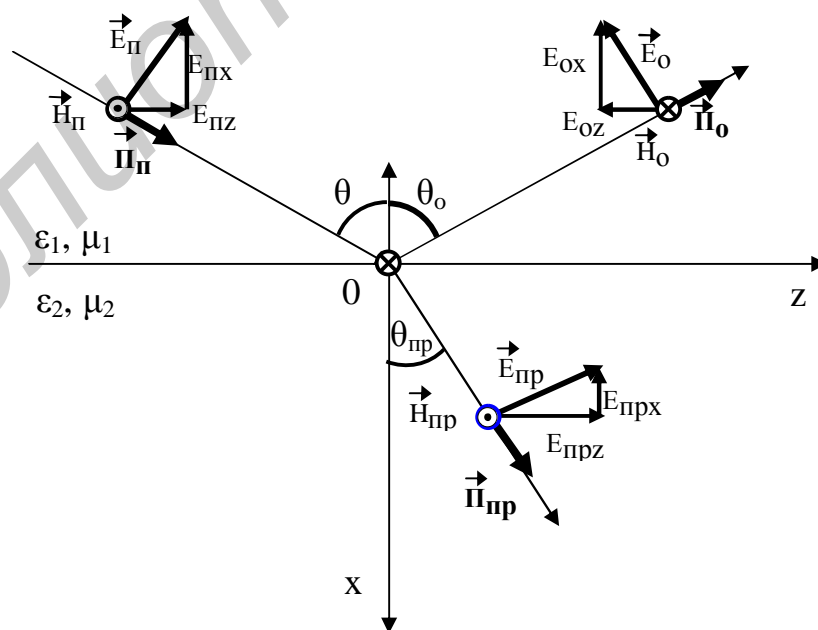


Рис. 3. Падение вертикально поляризованной ЭМВ на границу раздела сред

Для коэффициентов отражения и прохождения по определению имеем

$$\mathcal{R}_{\parallel} = \frac{\mathcal{E}_{\text{отрз}}}{\mathcal{E}_{\text{пз}}}|_{x=0} = \frac{\mathcal{E}_{\text{отр0}}}{\mathcal{E}_{\text{п0}}}; \quad \mathcal{T}_{\parallel} = \frac{\mathcal{E}_{\text{прз}}}{\mathcal{E}_{\text{пз}}}|_{x=0} = \frac{\cos q_{\text{пр}}}{\cos q} \frac{\mathcal{E}_{\text{пр0}}}{\mathcal{E}_{\text{п0}}}. \quad (11)$$

Используя (11), соотношения (10) можно записать в виде

$$1 + \mathcal{R}_{\parallel} = \mathcal{T}_{\parallel}; \quad (12)$$

$$\mathcal{R}_{\parallel} - 1 = -\frac{\mathcal{E}_{c1} \cos q}{\mathcal{E}_{c2} \cos q_{\text{пр}}} \mathcal{T}_{\parallel}.$$

Решение системы (12) позволяет определить коэффициент отражения Френеля:

$$\mathcal{R}_{\parallel} = \frac{\mathcal{E}_{\text{отр0}}}{\mathcal{E}_{\text{п0}}} = \frac{\mathcal{E}_{c2} \cos q_{\text{пр0}} - \mathcal{E}_{c1} \cos q}{\mathcal{E}_{c2} \cos q_{\text{пр}} + \mathcal{E}_{c1} \cos q} \quad (13)$$

и коэффициент прохождения Френеля:

$$\mathcal{T}_{\parallel} = \frac{\mathcal{E}_{\text{пр0}}}{\mathcal{E}_{\text{п0}}} = \frac{2\mathcal{E}_{c2} \cos q}{\mathcal{E}_{c2} \cos q_{\text{пр}} + \mathcal{E}_{c1} \cos q}. \quad (14)$$

Определим коэффициенты отражения и прохождения на границе раздела немагнитных сред.

В выражениях (8), (9) и (13), (14) можно исключить угол преломления, если ограничиться случаем немагнитных сред ( $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ) и положить  $\mathcal{E}_{c1}/\mathcal{E}_{c2} = \mathcal{R}_{21}$ .

Учитывая, что  $\cos q_{\text{пр}} = \sqrt{1 - \sin^2 q_{\text{пр}}} = \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 q / n_{21}}$ , коэффициенты Френеля принимают вид

$$\begin{cases} \mathcal{R}_{\perp} = \frac{\cos q - \sqrt{\mathcal{R}_{21}^2 - \sin^2 q}}{\cos q + \sqrt{\mathcal{R}_{21}^2 - \sin^2 q}}; \\ \mathcal{T}_{\perp} = \frac{2\cos q}{\cos q + \sqrt{\mathcal{R}_{21}^2 - \sin^2 q}}, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \mathcal{R}_{\parallel} = \frac{\mathcal{R}_{21}^2 \cos q - \sqrt{\mathcal{R}_{21}^2 - \sin^2 q}}{\mathcal{R}_{21}^2 \cos q + \sqrt{\mathcal{R}_{21}^2 - \sin^2 q}}; \\ \mathcal{T}_{\parallel} = \frac{2\mathcal{R}_{21} \cos q}{\sqrt{\mathcal{R}_{21}^2 - \sin^2 q} + \mathcal{R}_{21} \cos q}. \end{cases} \quad (16)$$

Если первая среда по параметрам приближается к вакууму ( $\epsilon_1 = 1$ ), выражения (15) и (16) можно представить в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}_{\perp} = \frac{\cos q - \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 q}}{\cos q + \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 q}}; \\ \mathcal{T}_{\perp} = \frac{2 \cos q}{\cos q + \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 q}}, \end{array} \right. \quad (17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}_{\parallel} = \frac{\epsilon_2 \cos q - \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 q}}{\epsilon_2 \cos q + \sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 q}}; \\ \mathcal{T}_{\parallel} = \frac{2 \epsilon_2 \cos q}{\sqrt{\epsilon_2 - \sin^2 q} + \epsilon_2 \cos q}. \end{array} \right. \quad (18)$$

При определении коэффициентов отражения Френеля для волн с круговой поляризацией можно воспользоваться следующими соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}_R = \frac{1}{2} (\mathcal{R}_{\perp} + \mathcal{R}_{\parallel}) = -\frac{\sin^2 q}{\epsilon_2 \cos q + 1}; \\ \mathcal{R}_L = \frac{1}{2} (\mathcal{R}_{\perp} - \mathcal{R}_{\parallel}) = \frac{\epsilon_2 \cos q}{\epsilon_2 \cos q + 1}, \end{array} \right. \quad (19)$$

где  $\mathcal{R}_R$  – коэффициент отражения для волны с согласной поляризацией (правого вращения);

$\mathcal{R}_L$  – коэффициент отражения для волны с кроссполяризационным компонентом (левого вращения).

Выражения (19) справедливы для случая падения на границу раздела волны круговой поляризации с правым направлением вращения.

### 2.3. Полное прохождение волны через границу раздела

При падении плоских ЭМВ на границу раздела двух сред при определенных условиях коэффициент отражения может обращаться в нуль. Угол падения, при котором падающая волна полностью, без отражения, проникает из одной среды в другую, называется *углом Брюстера*  $q_B$ .

Угол Брюстера удовлетворяет одному из двух уравнений:

$$Z_{c2} \cos q_B - Z_{c1} \cos q_{\text{прБ}} = 0 \quad (20)$$

при перпендикулярной поляризации, либо



$$Z_{c1} \cos q_B - Z_{c2} \cos q_{\text{прБ}} = 0 \quad (21)$$

при параллельной поляризации.

Здесь под  $q_{\text{прБ}}$  понимается угол преломления, соответствующий углу падения  $q_B$ .

Для параллельной поляризации угол Брюстера определяется из выражения

$$\sin q_{\text{Б||}} = \sqrt{\frac{e_2(m_1 e_2 - m_2 e_1)}{m_1(e_2 - e_1)(e_2 + e_1)}}. \quad (22)$$

Если  $m_1 = m_2$ , то (22) примет вид

$$\sin q_{\text{Б||}} = \sqrt{\frac{e_2}{e_2 + e_1}}. \quad (23)$$

При  $m_1 \neq m_2$  и  $e_2 > e_1$  знаменатель в (22) положителен и существование угла Брюстера выполняется при условии, когда

$$m_1 e_2 > m_2 e_1 \text{ или } m_2 e_2 > m_1 e_1. \quad (24)$$

Если  $m_1 \neq m_2$  и  $e_2 < e_1$ , знаменатель в (23) отрицателен и для физического существования угла Брюстера необходимо выполнение неравенства

$$m_1 e_2 < m_2 e_1 \text{ или } m_2 e_2 < m_1 e_1. \quad (25)$$

Для перпендикулярной поляризации угол полного преломления определяется из выражения

$$\sin q_{\text{Б⊥}} = \sqrt{\frac{m_2(e_1 m_2 - e_2 m_1)}{e_1(m_2 - m_1)(m_2 + m_1)}}. \quad (26)$$

При  $e_2 = e_1$  выражение (26) примет вид

$$\sin q_{\text{Б⊥}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_2 + m_1}}, \quad (27)$$

и когда  $e_2 \neq e_1$ ,  $m_2 > m_1$ , знаменатель в (26) положителен и физическое существование угла Брюстера выполняется при условии

$$m_2 e_1 > m_1 e_2 \text{ или } m_2 e_2 > m_1 e_1. \quad (28)$$

Если  $e_2 \neq e_1$  и  $m_2 < m_1$ , знаменатель в (26) отрицателен и для физического су-

существования угла Брюстера необходимо выполнение неравенства

$$m_2 e_1 < m_1 e_2 \text{ или } m_2 e_2 < m_1 e_1. \quad (29)$$

В случае немагнитных сред угол Брюстера существует только при параллельной (вертикальной) поляризации волны и определяется выражением

$$q_B = \arctg \sqrt{\frac{e_2}{e_1}}.$$

На рис. 4 приведены зависимости модуля и фазы коэффициента отражения от угла падения ЭМВ для сред с различными диэлектрическими проницаемостями. Как видно, при увеличении  $\epsilon_2$  угол Брюстера возрастает.

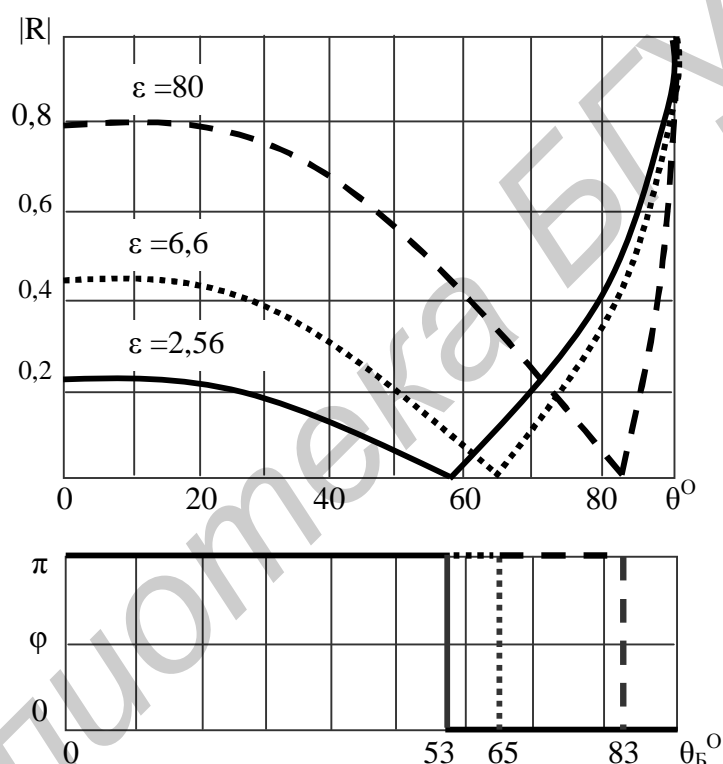


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения от угла падения ЭМВ

#### 2.4. Полное внутреннее отражение

Рассмотрим случай падения плоской однородной волны на границу раздела, при котором не будет происходить распространения плоских волн во второй среде, т.е. преломление будет отсутствовать. Для физического существования угла падения вторая среда должна быть оптически менее плотной по сравнению с первой.

Из (1) следует, что

$$\sin q_{\text{пр}} = \frac{\sin q}{n_{21}} = \frac{k_1 \sin q}{k_2} \quad (30)$$

и при  $n_{21} < 1$   $\sin q_{\text{пр}} > 1$ , которое удовлетворяется лишь при некотором комплексном угле преломления  $q_{\text{пр}} = mp/2 + jc$ , где  $m = 1, 3, 5 \dots$ . В этом случае

$$\sin q_{\text{пр}} = \sin\left(\frac{mp}{2} + jc\right) = \cos jc = \text{ch}c > 0. \quad (31)$$

Комплексный угол преломления характеризует полное отражение падающей волны от оптически менее плотного диэлектрика и существование в нем вместо однородной плоской преломленной волны так называемой *поверхностной волны*. Совокупность этих явлений называется *полным внутренним отражением*.

При значениях  $\sin q > n_{21}$  и  $\sin q_{\text{пр}} > 1$

$$\begin{aligned} \cos q_{\text{пр}} &= \pm \sqrt{1 - \sin^2 q_{\text{пр}}} = \pm j \sqrt{\sin^2 q_{\text{пр}} - 1} = \pm j \sqrt{\frac{\sin^2 q - n_{21}^2}{n_{21}^2}} = \\ &= \pm j \frac{x}{n_{21}^2} = \pm j \frac{k_1}{k_2} x. \end{aligned} \quad (32)$$

В случае, например, горизонтальной поляризации вектор напряжённости электрического поля преломленной волны содержит только одну составляющую  $E_y$  (см. рис. 1) и описывается зависимостью

$$\vec{E}_{\text{пр}} = \vec{y}_0 \vec{E}_{\text{пр}0} \exp\left(-jk_2(x \cos q_{\text{пр}} + z \sin q_{\text{пр}})\right), \quad (33)$$

где  $\vec{y}_0$  – орт-вектор;

$x, z$  – текущие координаты волны в декартовой системе координат.

Подстановка (32) в (33) даёт

$$\vec{E}_{\text{пр}} = \vec{y}_0 \vec{E}_{\text{пр}0} \exp\left(-jk_1(x \cos q + z \sin q)\right). \quad (34)$$

Из (34) следует, что амплитуда поля во второй среде экспоненциально затухает с увеличением расстояния  $x$  от границы раздела. При этом коэффициенты отражения принимают вид

$$\mathcal{R}_{\perp} = \frac{m_2 \cos q + jm_1 x}{m_2 \cos q - jm_2 x}; \quad \mathcal{R}_{\parallel} = -\frac{e_2 \cos q + je_1 x}{e_2 \cos q + je_2 x}. \quad (35)$$

Из (35) следует, что модули коэффициентов отражения равны единице, т.е.

$$R_{\perp} = e^{j2d_{\perp}}; \quad R_{\parallel} = -e^{j2d_{\parallel}}, \quad (36)$$

$$\text{где } d_{\perp} = \arctg\left(\frac{m_1 x}{m_2 \cos q}\right), \quad d_{\parallel} = \arctg\left(\frac{e_1 x}{e_2 \cos q}\right).$$

В первой среде при полном внутреннем отражении напряжённости поля при нормальной поляризации имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\perp}^{\mathbf{r}} = \mathbf{E}_{\parallel}^{\mathbf{r}} + \mathbf{E}_{\text{отр}}^{\mathbf{r}} = y_0 2E_{n0} \cos(k_1 x \cos q + d_{\perp}) \exp(-jk_1 z \sin q - d_{\perp}); \\ \mathbf{H}_{\perp}^{\mathbf{r}} = \mathbf{H}_{\parallel}^{\mathbf{r}} + \mathbf{H}_{\text{отр}}^{\mathbf{r}} = -\frac{2E_{n0}}{Z_{c1}} [x_0 \sin q \cos(k_1 x \cos q + d_{\perp}) + \\ + z_0 j \cos q \sin(k_1 x \cos q + d_{\perp})] \exp(-jk_1 z \sin q - d_{\perp}), \end{array} \right. \quad (37)$$

а для параллельной поляризации –

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\parallel}^{\mathbf{r}} = \mathbf{E}_{\parallel}^{\mathbf{r}} + \mathbf{E}_{\text{отр}}^{\mathbf{r}} = -2E_{n0} [(x_0 \sin q \cos(k_2 x \cos q + d_{\parallel}) + \\ + z_0 j \cos q \sin(k_1 x \cos q + d_{\parallel}))] \exp[-j(k_1 z \sin q - d_{\parallel})]; \\ \mathbf{H}_{\parallel}^{\mathbf{r}} = \mathbf{H}_{\parallel}^{\mathbf{r}} + \mathbf{H}_{\text{отр}}^{\mathbf{r}} = -y_0 \frac{2E_{n0}}{Z_{c2}} \cos(k_1 x \cos q + d_{\parallel}) \exp[-j(k_1 z \sin q - d_{\parallel})]. \end{array} \right. \quad (38)$$

Анализ (37), (38) показывает, что поверхности равных фаз и поверхности равных амплитуд не совпадают. ЭМВ, у которой плоские волновые поверхности и плоские поверхности одинаковых амплитуд не совпадают друг с другом, называется *неоднородной плоской волной*.

Фазовая скорость волны, распространяющейся вдоль границы раздела (вдоль координаты  $z$ ), оказывается равной  $V_{\phi} = w/k_1 \sin q = V_1 / \sin q > V_1$  и большей скорости распространения плоской волны в первой среде. Так как фазовая скорость результирующей волны в первой среде больше скорости волны, свободно распространяющейся в этой же среде, то эту волну называют *ускоренной*.

Неоднородная плоская волна (37) или (38) характеризуется длиной волны  $\Lambda$ , определяемой расстоянием, на которое распространяется волновой фронт (вдоль оси  $z$ ) за время одного периода колебаний:

$$\Lambda = V_{\phi} T = \frac{2p}{k_1 \sin q} = \frac{l_1}{\sin q}, \quad (39)$$

где  $l_1 = l_0/n_1$  – длина волны в первой среде;

$l_0$  – длина волны в свободном пространстве.

Волны вида (37) или (38) наряду с поперечными составляющими обоих векторов  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{H}_1$  имеют также *продольную* составляющую векторов, ориентированную вдоль направления  $z$ . Такие ЭМВ называют *поперечно-продольными*.

Они подразделяются на волны магнитного типа (H-волны), которые характеризуется наличием продольной составляющей магнитного поля (волна, описываемая соотношением (37)), и волны электрического типа (E-волны), которые имеют продольные составляющие электрического поля (волна, описываемая соотношением (38)).

Во второй среде поле может быть определено с помощью коэффициентов прохождения

$$\mathbf{E}_{\perp} = \frac{2m_2 \cos q}{m_2 \cos q - jm_1 x}; \quad \mathbf{H}_{\parallel} = \frac{2n_{21} e_1 \cos q}{e_2 \cos q - je_1 x}. \quad (40)$$

При этом напряжённости поля для перпендикулярно поляризованных волн имеют вид

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{2\perp} = \mathbf{y}_0 \mathbf{E}_{n0} T_{\perp} \exp[-k_1 (xx + jz \sin q)]; \\ \mathbf{H}_{2\perp} = -(\mathbf{x}_0 \sin q + \mathbf{z}_0 jx) \frac{\mathbf{E}_{n0} T_{\perp}}{Z_{c2} n_{21}} \exp[-k_1 (xx + jz \sin q)], \end{cases} \quad (41)$$

а для параллельно поляризованных –

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{2\parallel} = -(\mathbf{x}_0 \sin q + \mathbf{z}_0 jx) \frac{\mathbf{E}_{n0} T_{\parallel}}{n_{21}} \exp[-k_1 (xx + jz \sin q)]; \\ \mathbf{H}_{2\parallel} = -\mathbf{y}_0 \frac{\mathbf{E}_{n0} T_{\parallel}}{Z_{c2}} \exp[-k_1 (xx + jz \sin q)]. \end{cases} \quad (42)$$

Выражения (41), (42) определяют неоднородную плоскую волну, волновые поверхности которой ( $z = \text{const}$ ) перпендикулярны поверхностям равных амплитуд. Эта волна характеризуется коэффициентом фазы  $b = k_1 \sin q$ , равным коэффициенту фазы в первой среде. Следовательно, фазовые скорости волн в первой и во второй средах вдоль границы раздела одинаковы, а значит, равны и длины волн.

Учитывая, что  $k_1 \cos q > k_2$  и  $V_{\phi} = V_2 / k_1 \sin q < V_2$ , фазовые скорости волн, описываемых (41) и (42), во второй среде оказываются меньше скорости волны  $V_2 = 1/\sqrt{e_2 m_2}$ , свободно распространяющейся в этой же среде. Поэтому такие волны получили название *замедленных*.

Амплитуды векторов  $\dot{\mathbf{E}}_2$  и  $\dot{\mathbf{H}}_2$  экспоненциально затухают с увеличением расстояния  $x$  от границы раздела. Скорость затухания определяется произведением  $k_1 x = k_1 \sqrt{\sin^2 q - n_{21}^2} = \sqrt{k_1^2 \sin^2 q - k_2^2}$ , которое возрастает с увеличением угла  $q$ .

### 2.5. Структура поля вблизи идеальной металлической плоскости при наклонном падении ЭМВ

Рассмотренные ранее режимы свидетельствуют о возможности полного отражения ЭМВ от границы раздела с идеальным диэлектриком или проводником. Последний случай чаще всего используется при конструировании

нии СВЧ устройств и систем, поэтому исследуем его подробнее для ЭМВ с различными линейными поляризациями.

### Параллельная поляризация ЭМВ

Пусть плоская ЭМВ с параллельной поляризацией падает на проводящую поверхность под произвольным углом к ее внешней нормали. Направление падения ЭМВ характеризуется вектором Пойнтинга  $\vec{\Pi}_\Pi$ , а ее фронт перпендикулярен вектору  $\vec{\Pi}_\Pi$  (пунктирная линия рис. 5).

Зафиксируем линии фронта волны, отстоящие друг от друга на расстояние, равное половине длины волны. В пределах каждой такой линии вектор  $\vec{E}_\Pi$  постоянен по величине и направлению. Задавшись направлением вектора  $\vec{E}_\Pi$  в какой-либо линии фронта и зная направление вектора  $\vec{\Pi}_\Pi$ , можно однозначно определить ориентацию вектора  $\vec{\Pi}_\Pi$ . Падающая волна, достигнув металлической плоскости, вызывает отраженную волну, фронт которой распространяется по направлению  $\vec{\Pi}_O$ . При определении направления векторов  $\vec{E}_O$  в фронтах отраженной волны следует исходить из равенства нулю тангенциальных составляющих электрического поля у идеальной металлической плоскости. Направление векторов  $\vec{H}_O$  определяется направлением вектора  $\vec{E}_\Pi$  и вектора Пойнтинга отраженной волны  $\vec{\Pi}_\Pi$ .

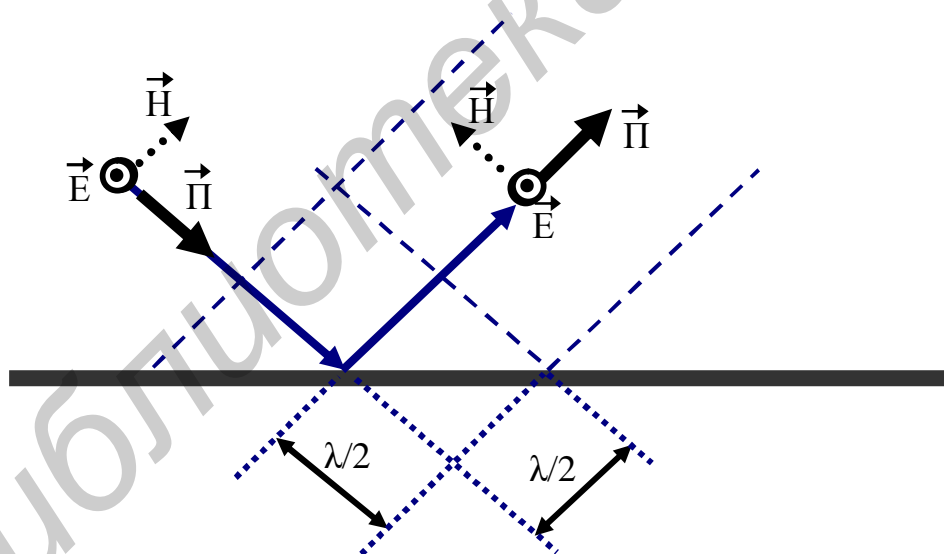


Рис. 5. Падение ЭМВ с параллельной поляризацией на отражающую поверхность

На рис. 6 показаны силовые линии электромагнитного поля, формируемого в результате падения на металлический экран волны. Линии вектора  $\vec{E}$  замкнуты на экран и сами на себя. Магнитные линии образуют вихри и ортогональны электрическим.

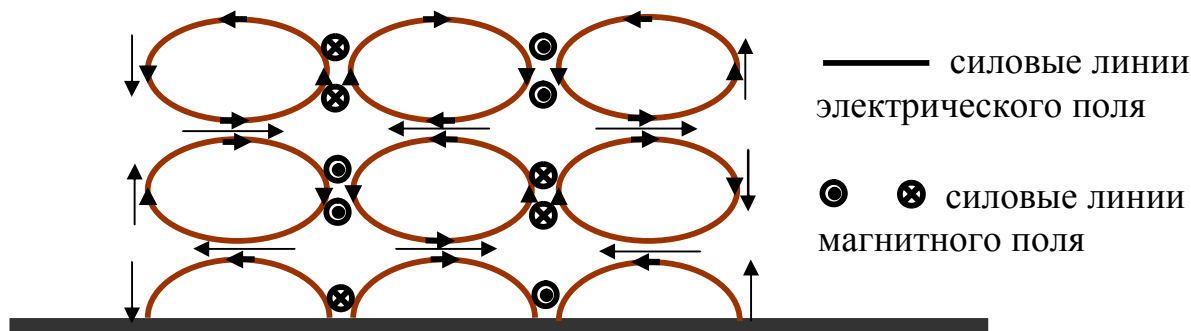


Рис. 6. Структура поля в окрестности металлического экрана

Тонкими линиями на этом же рисунке показаны суммарные векторы  $\vec{E}$ , образованные соседними вихрями поля. Изображение соответствует фиксированному моменту времени.

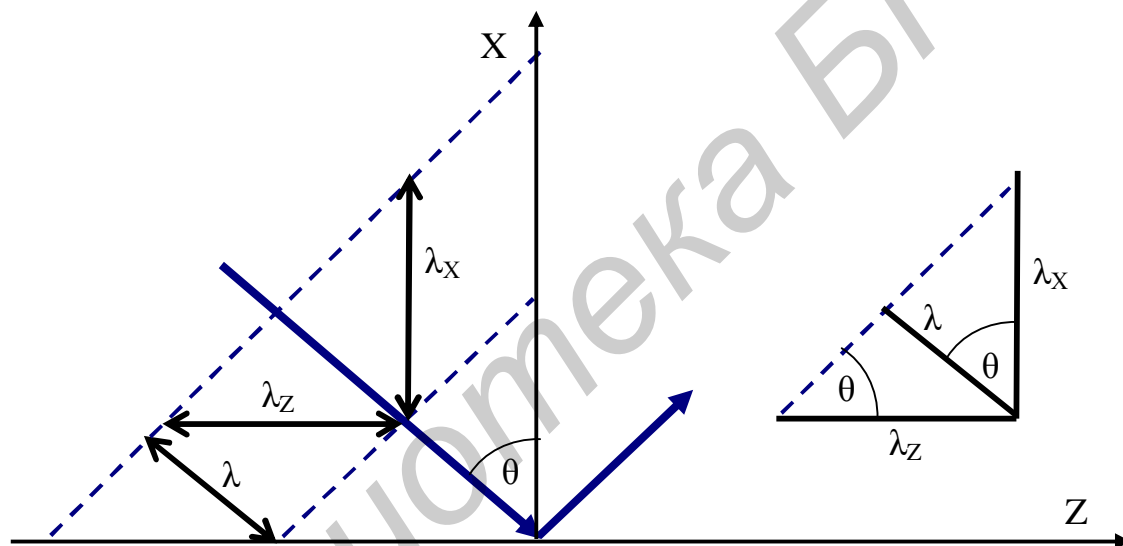


Рис. 7. К определению проекций  $\lambda$

На рис. 7 показано пересечение двух фронтов падающей волны. Из рисунка следует, что

$$l_x = \frac{l}{2\cos q}, \quad l_z = \frac{l}{2\sin q}. \quad (43)$$

Таким образом, масштаб картины определяется длиной волны и углом падения плоской волны на металлическую плоскость.

На рис. 8 показан фронт падающей волны, соответствующий фиксированному времени  $t = t_1$ . Параллельная штриховая линия соответствует положению этого фронта спустя время  $dt$ . Из рисунка следует, что

$$\Delta Z = \frac{bc}{\sin q} = \frac{n dt}{\sin q},$$

где  $n = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a}$  – скорость распространения фронта волны.

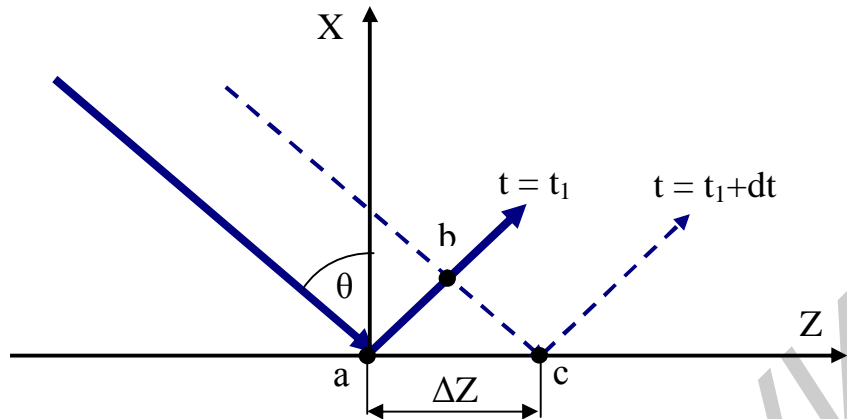


Рис. 8. К определению фазовой скорости

Отношение

$$\frac{\Delta Z}{dt} = n_{\phi} = \frac{n}{\sin q} \quad (44)$$

носит название фазовой скорости. Фазовая скорость представляет собой скорость перемещения волнового фронта вдоль металлической плоскости. Она может быть больше скорости распространения энергии электромагнитной волны.

#### *Перпендикулярная поляризация ЭМВ*

Для построения структуры поля ЭМВ при перпендикулярной поляризации воспользуемся геометрической моделью, использованной при рассмотрении параллельной поляризации волн. Однако в отличие от рассматриваемого выше случая замкнутые электрические линии заменяются замкнутыми магнитными (см. рис. 5, 6, 9, 10).

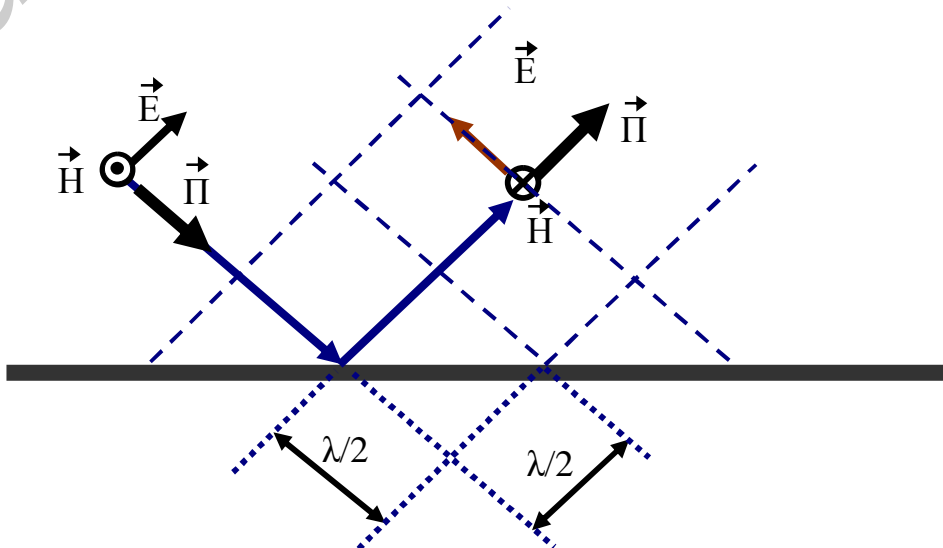




Рис. 9. Падение ЭМВ с перпендикулярной поляризацией на отражающую поверхность

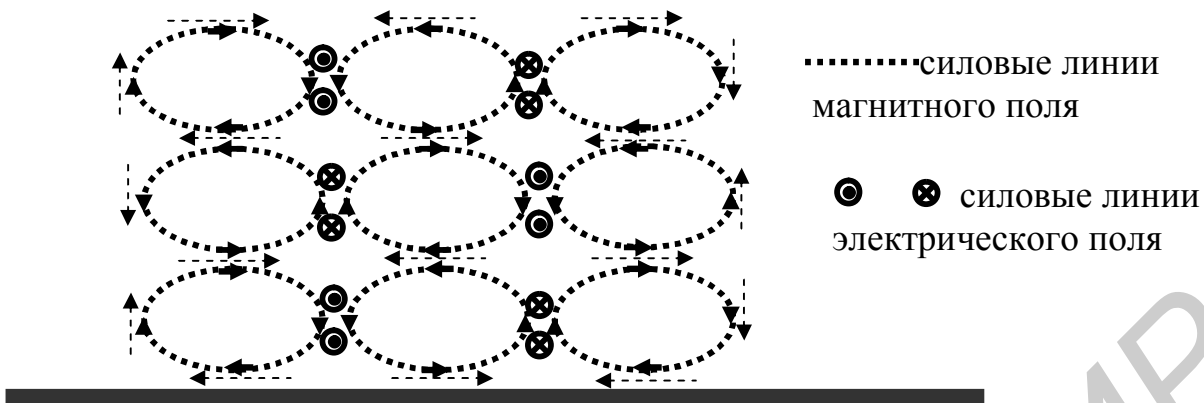


Рис. 10. Структура поля в окрестности металлического экрана

Во втором случае поле  $\vec{E}$  не имеет составляющих по направлению фазовой скорости и в силу этого падающая волна является волной магнитного типа.

### 3. Экспериментальная часть

#### 3.1. Измерительная установка

Структурная схема измерительной установки приведена на рис. 11.

Напряжение постоянного тока с регулируемого источника питания 1 подается на генератор сверхвысокой частоты 2. Изменением напряжения питания добиваются устойчивой работы СВЧ-генератора. Для уменьшения влияния рассогласования в тракте передачи последовательно с генератором СВЧ включен ферритовый вентиль 3. Формирование ЭМП падающей волны требуемой поляризации осуществляется с помощью рупорной антенны 5, мощность излучения которой регулируется с помощью аттенюатора 4.

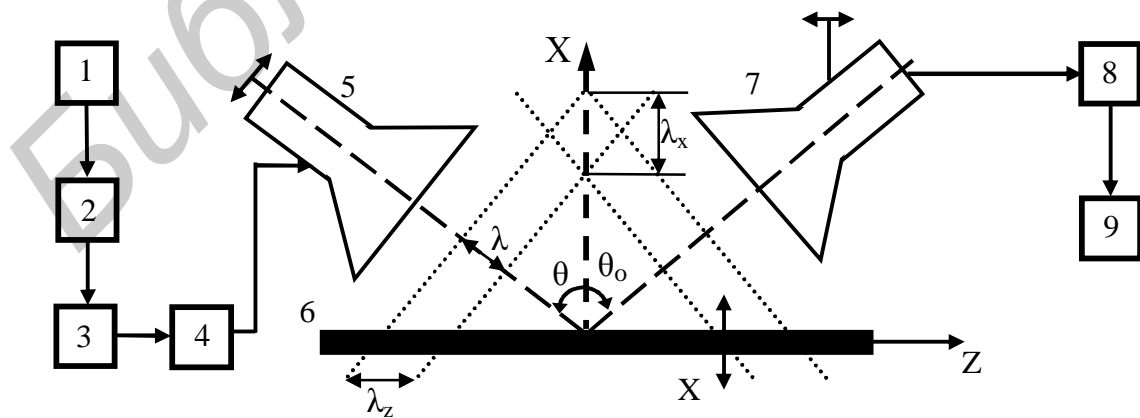


Рис. 11. Структурная схема измерительной установки

После отражения ЭМВ от проводящего экрана 6 в области  $X > 0$  устанавливается интерференционная картина поля, характеризующаяся периодическим изменением амплитуды составляющих векторов напряженностей при перемещении зонда 7 вдоль координат  $X$  и  $Z$ . Перемещая зонд 7, ориентированный на измерение одной из составляющих поля ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ), вдоль координаты  $Z$ , можно последовательно измерить значение поля в максимумах и минимумах. Расстояние между двумя соседними минимумами или максимумами

$$\Delta Z = |Z_{\min 1} - Z_{\min 2}| = |Z_{\max 1} - Z_{\max 2}| = \lambda_z/2.$$

Подобным образом измеряется значение длины волны вдоль координаты  $Y$ . При этом необходимо зафиксировать измерительный зонд в одном из положений  $Z_{\min}$  или  $Z_{\max}$  и перемещением отражающего экрана 6 последовательно измерить значения поля в точках  $X_{\min 1}$ ,  $X_{\min 2}$ ,  $X_{\max 1}$ ,  $X_{\max 2}$ . Откуда

$$\Delta X = |X_{\min 1} - X_{\min 2}| = |X_{\max 1} - X_{\max 2}| = \lambda_x/2.$$

Энергия интерференционного поля, принятая зондом, поступает на детекторную секцию 7, где осуществляется преобразование в постоянный ток. Ток, пропорциональный энергии интерференционного поля ЭМВ, контролируется с помощью микроамперметра 9.

Конструкция измерительной установки предусматривает возможность проведения измерений распределения поля в зависимости от угла падения волны 9 для ортогональных линейных видов поляризации. Для этого рупорная антенна 5 имеет возможность вращения вокруг оси излучения.

### ***3.2. Задание и порядок выполнения работы***

3.2.1. Ознакомиться со структурной схемой, аппаратурой и элементами измерительной установки, описанием приборов и инструкцией по эксплуатации СВЧ-генератора.

3.2.2. Проверить правильность соединения блоков, установки отражающего экрана и зонда.

3.2.3. Установить заданную преподавателем частоту излучения, перемещая короткозамыкающий поршень на генераторе СВЧ. Установку частоты производить на основе калибровочного графика.

3.2.4. Включить источник питания и настроить детекторную секцию на рабочую частоту по максимальным показаниям тока микроамперметра, предварительно установив плоскость апертуры зонда 7 параллельно плоскости раскрыва рупорной антенны 5.

3.2.5. Проверить устойчивость генерации СВЧ-мощности. Для этого необходимо в небольших пределах плавно изменять напряжение на источнике питания 1. Установить оптимальное значение напряжения, при котором показания микроамперметра максимальны.

3.2.6. Установить необходимый уровень излучаемого сигнала с помощью аттенюатора 4.

3.2.7. Установить излучатель 5 на один из заданных преподавателем углов падения  $\theta$  при вертикальной поляризации падающей волны и снять зависимости тока детектора от перемещения экрана для составляющих поля  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ . Измерение  $I_x(y) \sim E_x(y)$ ;  $I_y(y) \sim E_y(y)$ ;  $I_z(y) \sim E_z(y)$  производить на интервале изменения координаты  $X \geq 1,5\lambda$ .

3.2.8. Последовательно устанавливая экран 6 в точках  $X_i$ , соответствующих максимальным значениям компонент поля  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ , снять зависимости показаний тока детектора от перемещения зонда 7 вдоль оси Z.

3.2.9. Провести измерения по пп. 3.2.7 и 3.2.8 для других углов падения  $\theta$ .

3.2.10. Изменить поляризацию падающей волны поворотом секции излучателя 5 на  $90^\circ$ . При тех же углах падения  $\theta$  произвести измерения тока детектора, соответствующие компонентам  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ , вдоль осей X и Z.

3.2.11. По результатам измерений построить графики изменения соответствующих составляющих поля вдоль осей координат X и Z (в абсолютных значениях координат) и рассчитать с помощью выражения

$$I_x = 2\Delta X = \frac{2p}{k \cos q} = \frac{I}{\cos q} \quad (45)$$

рабочую длину волны  $\lambda$ . Сравнить расчетное и экспериментальное значение длин волн  $\lambda$ .

3.2.12. Рассчитать характеристическое сопротивление  $Z_{c\perp}$  и  $Z_{c\parallel}$  для горизонтальной и вертикальной поляризаций с помощью выражений

$$Z_{c\perp} = \frac{|\dot{E}_y|}{|\dot{H}_x|} = Z_0 \sin q; \quad Z_{c\parallel} = \frac{|\dot{E}_x|}{|\dot{H}_y|} = \frac{Z_0}{\sin q}, \quad (46)$$

где  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$  (Ом) – характеристическое сопротивление свободного пространства.

3.2.13. Определить фазовую скорость и скорость передачи энергии при распространении ЭМВ для заданных углов

$$n_\phi = c/\sin q; \quad n_\epsilon = c \sin q. \quad (47)$$

3.2.14. Сравнить результаты измерений с расчетными и сделать выводы.

#### 4. Содержание отчета

1. Название и цель лабораторной работы.
2. Структурная схема экспериментальной установки с указанием режимов и параметров настройки.
3. Результаты экспериментальных и теоретических исследований по

пп. 3.2.7–3.2.14 (протокол измерений и графические зависимости).

4. Выводы.

## 5. Контрольные вопросы

1. Как границы физических тел влияют на распространение плоских волн?

2. В чем состоит смысл законов Снелля?

3. Как определяются коэффициенты отражения и прохождения ЭМВ?

4. Для чего служат формулы Френеля?

5. В чем состоит закон полного внутреннего отражения?

6. Как определить угол Брюстера для различных видов поляризации?

7. Какие параметры и характеристики направленной волны зависят от вида поляризации падающей волны? Какие не зависят? Почему?

8. Каковы характерные признаки неоднородной волны? Чем продольные волны отличаются от поперечных?

9. Что такое поверхностная волна? Каковы условия ее возбуждения на границе раздела двух сред?

10. Как выглядит структура поля продольной волны при наклонном падении плоской ЭМВ с вертикальной и горизонтальной поляризациями на идеально отражающую поверхность?

11. Как определить направление распространения волны? В чем сходства фазовой скорости и скорости передачи энергии направляемой волны?

12. Как влияют параметры отражающей плоскости на структуру поля?

13. Как измерить продольные и поперечные составляющие поля, их зависимость от координат?

14. Почему характеристические сопротивления  $Z_c$  для различных видов поляризации имеют различные значения?

## Литература

1. Кураев, А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын. – Минск : Бестпринт, 2004.

2. Никольский, В. В. Электродинамика и распространение радиоволн : учеб. пособие для вузов / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М. : Наука, 1989.

3. Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М. : Радио и связь, 1988.

4. Вольман, В. И. Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. – М. : Связь, 2002.

5. Гололобов, Д. В. Распространение радиоволн и антенно-фидерные устройства. Ч. 1 : Распространение радиоволн / Д. В. Гололобов, В. Б. Кирильчук. – Минск : БГУИР, 2004.

Учебное издание

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРАВЛЕННЫХ ВОЛН  
ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ  
НА ОТРАЖАЮЩУЮ ПОВЕРХНОСТЬ**

Методические указания к лабораторной работе №5  
по курсам «Электродинамика и распространение радиоволн»,  
«Электромагнитные поля и волны»  
для студентов всех форм обучения

С о с т а в и т е л и :

**Гололобов** Дмитрий Владимирович

**Кижлай** Игорь Николаевич

**Кирильчук** Валерий Владимирович и др.

Редактор Т. П. Андрейченко

Корректор Е. Н. Батурчик

---

Подписано в печать 20.02.2008.

Гарнитура «Таймс».

Уч.-изд. л. 1,3.

Формат 60×84 1/16.

Печать ризографическая.

Тираж 150 экз.

Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 1,51.

Заказ 12.

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.  
220013, Минск, П. Бровки, 6