Оптимизация распределения подзадач в системах агентов

Ревотюк М.П., Полоневич А.М.
Кафедра ИТАС, факультет информационных технологий и управления
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
e-mail: rmp@bsuir.by

***Аннотация* – Реализация распределенной схемы решения задач с высокой вычислительной сложностью при наличии временных ограничений вынуждает учитывать возможности узлов вычислительной сети. Предложен вариант оптимального распределения подзадач исходной задачи на доступные узлы сети на основе оценок вероятности решения подзадач в заданный срок.**

Ключевые слова: распределенные вычисления; диспетчирование; вычислительная сложность

Регулярное решение задач повышенной вычислительной сложности в последнее время может выполняться на вычислительной сети системами агентов [1]. Агент – проблемно-ориентированное расширение операционной системы, решающий задачу утилизации ресурсов узла вычислительной сети на основе ЭВМ общего назначения. В отличие от многопроцессорных систем, пользователь ЭВМ может прерывать работу агента, поэтому принятое к исполнению задание может быть выполнено с некоторой вероятностью. Оценки такой вероятности доступны по результатам протоколирования и могут быть использованы агентом-диспетчером для планирования надежного решения задачи.

Предмет рассмотрения – управление статическим распределением ранжированных по важности заданий между агентами с учетом априорных вероятностных оценок процесса решения.

Рассматриваемая задача структурно подобна задаче распределения целей в военных операциях. Аналогия с военными операциями имеет право на использование, например, при решении задач методом ветвей и границ или других стратегий поиска на деревьях вариантов.

Рассмотрим статический вариант распределения, подразумевая под целью задачу, “уничтожаемую” “орудиями” – агентами. Согласно [2], положим, что имеется *n* целей и *m* видов орудий, способных поразить цель. Обозначим вес цели *j* как v_j, а число орудий типа *i*, которые можно назначить на цель, как w_i. Пусть p_{ij} – вероятность поражения цели *j* орудием типа *i*. Соответственно, значение $q_{ij} = 1 - p_{ij}$ характеризует вероятность отсутствия внимания к цели *j*. При назначении x_{ij} орудий типа *i* на цель *j* вероятность отсутствия внимания к такой цели будет $q_{ij}^{x_{ij}}$. Последнее означает, что цель может быть обработана орудием любого типа. Такое предположение, отражающее простейшую стратегию резервирования обслуживания, оставим для простоты формализации задачи.

Таким образом, задача распределения сводится к назначению x_{ij} орудий так, чтобы общее число не пораженных целей оказалось минимальным.

Формальное определение задачи имеет вид:

$$\min\left\{ \sum_{j=1}^{n} v_j s_j \;\middle|\; \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le w_i, \ \ s_j = \prod_{i=1}^{m} q_{ij}^{x_{ij}}, \\ (x_{ij} \ge 0) \wedge (x_{ij} \bmod 1) = 0, \\ i = \overline{1,m}, \ \ j = \overline{1,n} \end{array} \right\}. \qquad (1)$$

Это задача целочисленного программирования с выпуклой целевой функцией. Для простоты решения в [2] предложен простой способ ее линеаризации.

Пусть $y_j = -\log_2(s_j)$ и $d_{ij} = -\log_2(q_{ij})$. Так как $0 \le q_{ij} \le 1$, то $d_{ij} \ge 0$. Тогда после подстановки в (1)

$$s_j = 2^{-y_j}, \ \ y_j = \sum_{i=1}^{m} d_{ij} x_{ij}, \ \ j = \overline{1,n}$$

получаем задачу целочисленного программирования с сепарабельной выпуклой целевой функцией:

$$\min\left\{ \sum_{j=1}^{n} v_j 2^{-y_j} \;\middle|\; \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le w_i, \ \ \sum_{i=1}^{m} d_{ij} x_{ij} = y_j, \\ (x_{ij} \ge 0) \wedge (x_{ij} \bmod 1) = 0, \\ y_j \ge 0, \ \ i = \overline{1,m}, \ \ j = \overline{1,n}; \end{array} \right\}. \qquad (2)$$

Решение задачи (2) существенно упрощается после кусочно-линейной аппроксимации функции стоимости. Для этого функция $f_j(y_j) = v_j 2^{-y_j}$ определяется в параметрической форме на множестве касательных на ее графике. Пусть $F_j(p, y_j)$ обозначает верхнюю огибающую касательных, где $p > 0$. Функция $F_j(p, y_j)$ аппроксимирует $f_j(y_j)$ снизу и для каждого значения y_j представляет собой ее нижнюю границу. Таким образом, целевая функция в (2) заменяется кусочно-линейной функцией вида $\sum_{j=1}^{n} F_j(p, y_j)$, что позволяет решить задачу методами линейного программирования [2].

Нетрудно заметить, что другое отображение возможности решения агентами отдельных подзадач, реализуемое на основе алгебры событий теории вероятности, не нарушает линейности решаемой задачи.

[1] Ревотюк, М.П. Управление обслуживанием потока запросов системами агентов/Ревотюк М.П., Полоневич А.М.// Информационные системы и технологии (IST'2010): мат. VI Междунар. конф. (Минск, 24-25 нояб. 2010 г.). – Минск: А.Н. Вараксин, 2010. – С.436-439.

[2] Ahuja R.K., Kumar A, Jha K.C., Orlin J.B. Exact and Heuristic Algorithms for the Weapon-Target Assignment Problem. Operations Research, vol. 55(6), 2007. – pp. 1136-1146.