

УДК 621. 372. 512

## ОПИСАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СОГЛАСУЮЩИХ И ЧАСТОТНО-ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

А.А. СВИРИДЕНКО

Военная академия Республики Беларусь, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 16 мая 2017

**Аннотация.** Представлена методика определения параметров рассеяния широкополосных согласующих и частотно-избирательных цепей, основанная на использовании волновых свойств нагрузки и требуемой функции передачи. Полученные обобщенные выражения позволяют определять  $S$ -параметры согласующих и частотно-избирательных цепей без использования частотных преобразований и приближенных вычислений на ЭВМ.

**Ключевые слова:**  $S$ -параметры, фильтрация, согласование.

**Abstract.** The definition technique of dispersion parameters of broadband matching and the frequency-selective chains based on use of wave properties of loading and demanded function of transfer is presented. The received generalized expressions allow to define  $S$ -parameters matching and frequency-selective chains without use of frequency transformations and the approached calculations on the computer.

**Keywords:**  $S$ -parameters, filtration, coordination.

**Doklady BGUIR. 2017, Vol. 107, No. 5, pp. 26-31**  
**The description of broadband matching and frequency-selective chains**  
**by means of the generalised matrix of dispersion**  
**A.A. Svirydzenka**

### Введение

Особенностью развития современных полупроводниковых приемо-передающих систем является стремительное продвижение в верхнюю часть диапазона сверхвысоких частот (СВЧ). Большие затраты времени и средств, требуют от разработчиков устройств СВЧ максимальной детализации и точности в процессе анализа и синтеза. В связи с этим применение корректировки на любом этапе производства современных устройств СВЧ можно назвать крайней мерой, а применение численных методов расчета электрических цепей различного назначения с использованием ЭВМ можно считать как некое приближение к оптимальному результату.

Важной частью общей проблемы создания современных полупроводниковых приемо-передающих систем является проблема широкополосного согласования произвольных комплексных нагрузок. Несмотря на важность и большие усилия, приложенные в последние десятилетия, проектирование широкополосных согласующих устройств, особенно на СВЧ, остается без должного теоретического обоснования.

Фундаментальным аналитическим методом проектирования широкополосных согласующих цепей является работа [3], в которой определены ограничения на согласование произвольных комплексных нагрузок, а также обеспечена физическая прозрачность процесса согласования на всех этапах. Решением задачи в [3] является система  $Z$ -параметров

реактивного четырехполюсника (ЧП), которые рассчитываются непосредственно по заданным функциям входного сопротивления и сопротивления нагрузки.

Системы параметров классических матриц неудобны для описания процессов на СВЧ, ввиду этого для их описания применяют систему параметров рассеяния или систему  $S$ -параметров. С другой стороны, цепи с сосредоточенными параметрами в равной степени можно описать при помощи как классических матриц, так и системы  $S$ -параметров (волновых матриц). Таким образом, параметры рассеяния можно назвать универсальными для описания электрических цепей, работающих в любом частотном диапазоне. Единственным преимуществом классических матриц является их простота, обусловленная тем, что в отличие от волновых матриц они характеризуют ЧП безотносительно к нагрузке. В этой связи интерес представляет попытка определения системы  $S$ -параметров согласующих и частотно-избирательных цепей, которые рассчитывались бы непосредственно по заданным функциям передачи мощности и коэффициента отражения от комплексной нагрузки в линии со стандартным характеристическим сопротивлением.

1 *Анализ методов описания СВЧ цепей с использованием  $S$ -параметров.* В настоящее время для описания цепей различают систему стандартных, универсальных и нестандартных  $S$ -параметров.

1.1 *Описание с помощью стандартных  $S$ -параметров.* Система называется стандартной, если ее параметры измерены в линии со стандартным характеристическим сопротивлением. Как указывалось выше, в отличие от классических матриц волны, отраженные от ЧП и проходящие через него, определяются в системе  $S$ -параметров не только параметрами ЧП, но и характеристическими сопротивлениями линий, подключенных к входу и выходу, т.е. в конечном счете, нагрузками.

$$\begin{bmatrix} U_{отр1} \\ U_{отр2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{пад1} \\ U_{пад2} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Согласно выражению (1) параметры матрицы рассеяния имеют безразмерную величину и четкий физический смысл. Элементы  $S_{12}$  и  $S_{21}$  представляют собой волновые коэффициенты передачи во входной линии при согласовании выходов при прямом и обратном направлении передачи соответственно. Элементы  $S_{11}$  и  $S_{22}$  – волновые коэффициенты отражения во входной линии при согласовании выходов при прямом и обратном направлении передачи соответственно.

1.2 *Описание с помощью универсальных  $S'$ -параметров.* Волны мощности и матрица универсальных  $S'$ -параметров очень просто определены в статье Курокавы [5]. Эти параметры, как и параметры матрицы рассеяния, описывают взаимосвязь падающих и отраженных волн мощности, но в отличие от последних, являются универсальными, справедливыми как для вещественных, так и комплексных нагрузок. Нормировка в случае  $S'$ -матриц осуществляется к действительной части комплексных сопротивлений генератора и нагрузки.

Согласно [3], если  $a_i = \frac{U_i + Z_i I_i}{2\sqrt{\operatorname{Re} Z_i}}$ ;  $b_i = \frac{U_i - Z_i^* I_i}{2\sqrt{\operatorname{Re} Z_i}}$ , где  $U_i, I_i$  – напряжения и токи на входе

и выходе ЧП, а  $Z_i$  – комплексное внутреннее сопротивление генератора ( $i = 1$ ) и нагрузки ( $i = 2$ ), то  $a_i$  и  $b_i$  имеют размерность  $\sqrt{\text{Вт}}$  и представляют собой волны, падающие на ЧП и отраженные от него. Связь  $a_i$  и  $b_i$  описывается в этом случае универсальной матрицей

рассеяния волн мощности  $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ , где независимыми переменными

являются  $a_1$  и  $a_2$ , т.е. волны, падающие на ЧП, а зависимыми –  $b_1$  и  $b_2$  – волны, отраженные от него. Отношения  $\frac{b_i}{a_i}$  – коэффициенты передачи и отражения волн мощности.

Подробное описание вывода формул связи между универсальными и классическими параметрами представлено в [5], где конечным результатом являются выражения:

$$S'_{11} = \frac{A_1^* \left[ (1 - \Gamma_2 S_{22}) (S_{11} - \Gamma_1^*) + \Gamma_2 S_{12} S_{21} \right]}{A_1 \left[ (1 - \Gamma_1 S_{11}) (1 - \Gamma_2 S_{22}) - \Gamma_1 \Gamma_2 S_{12} S_{21} \right]}$$

$$S'_{12} = \frac{A_1^* S_{12} \left( 1 - |\Gamma_1|^2 \right)}{A_1 \left[ (1 - \Gamma_1 S_{11}) (1 - \Gamma_2 S_{22}) - \Gamma_1 \Gamma_2 S_{12} S_{21} \right]}$$

$$S'_{22} = \frac{A_2^* \left[ (1 - \Gamma_1 S_{11}) (S_{22} - \Gamma_2^*) + \Gamma_1 S_{12} S_{21} \right]}{A_1 \left[ (1 - \Gamma_1 S_{11}) (1 - \Gamma_2 S_{22}) - \Gamma_1 \Gamma_2 S_{12} S_{21} \right]}$$

$$S'_{21} = \frac{A_1^* S_{21} \left( 1 - |\Gamma_2|^2 \right)}{A_1 \left[ (1 - \Gamma_1 S_{11}) (1 - \Gamma_2 S_{22}) - \Gamma_1 \Gamma_2 S_{12} S_{21} \right]}$$

Здесь  $\Gamma_i = \frac{Z_i - Z_0}{Z_i + Z_0}$  – коэффициенты отражения от входных и выходных нагрузок  $Z_i$

в линии со стандартным характеристическим сопротивлением  $Z_0 = 50$ ;  $A_i = \frac{1 - \Gamma_i^*}{|1 + \Gamma_i|} \left( 1 - |\Gamma_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ ;  $i = 1, 2$ .

**1.3 Система нестандартных  $S$ -параметров.** В случае, когда  $S_{11}$  и  $S_{22}$  близки к 0 или 1, возникают погрешности измерения стандартных  $S$ -параметров, что приводит к существенным ошибкам при нахождении внешних нагрузок и, как следствие, к погрешностям при определении коэффициента усиления реальных усилителей. Ввиду этого в [4] впервые была введена система нестандартных  $S$ -параметров. Непосредственное измерение коэффициентов отражения от нагрузок  $\Gamma_{m1}, \Gamma_{m2}$  или комплексно-сопряженных с ними величин, представляющих собой входные и выходные коэффициенты отражения ЧП, нагруженного на нагрузки, реализующие режим двухстороннего согласования, свободно от ошибок, связанных с увеличением погрешностей, возникающих при расчетах с неточно измеренными стандартными  $S$ -параметрами. Однако знание параметров  $\Gamma_{m1}, \Gamma_{m2}$  или комплексно-сопряженных с ними величин недостаточно для описания ЧП. Для этого необходимо дополнить систему коэффициентами передачи  $S_{12}$  и  $S_{21}$  ЧП, нагруженного на стандартные нагрузки. Полученная система позволяет осуществить однозначный переход к системе стандартных  $S$ -параметров.

## 2 Обобщенные $S$ -параметры согласующих, частотно-избирательных цепей устройств.

**Постановка задачи.** Как стало известно, имеющиеся способы описания СВЧ устройств полностью характеризуют ЧП, включенный между стандартными либо комплексными нагрузками. Однако вопрос о том, какими волновыми параметрами должен обладать ЧП, включенный между двумя стандартными либо комплексными нагрузками для передачи максимальной мощности остается открытым. Другими словами, необходимо определить  $S$ -параметры ЧП, включенного между двумя произвольными сопротивлениями, обеспечивающего режим двухстороннего согласования при сохранении требуемой частотной характеристики передачи мощности.

**2.1  $S$ -параметры эквивалентов Дарлингтона.** Согласно методу реализации по Дарлингтону положительное вещественное входное сопротивление представляется как входное сопротивление без потерь, нагруженное со стороны выхода на одно единственное резистивное

сопротивление, которое всегда можно сделать равным 1 Ом,  $Z_{\text{вх}} = \frac{z_{11}z_{22} - z_{12}^2 + z_{11}Z_{\text{н}}}{z_{22} + Z_{\text{н}}} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2}$ .

Полагая  $Z_H = 1$  и учитывая  $Z_{BX} = m_1 + n_1 / m_2 + n_2$ ,  $z$ -параметры можно представить в виде двух форм:

Форма А

$$z_{11} = \frac{m_1}{n_2}, z_{22} = \frac{m_2}{n_2}, z_{12} = \frac{\sqrt{m_1 m_2 - n_1 n_2}}{n_2};$$

Форма Б

$$z_{11} = \frac{n_1}{m_2}, z_{22} = \frac{n_2}{m_2}, z_{12} = \frac{\sqrt{n_1 n_2 - m_1 m_2}}{m_2}, \quad (3)$$

где  $m_1, m_2, n_1, n_2$  – соответственно четные и нечетные части полиномов рациональной функции  $Z_{BX}$ .

Для получения системы параметров рассеяния применена формула связи между нормированными матрицами волновой и классической теории [2]:

$$[S] = \frac{1}{(z_{11}+1)(z_{22}+1)-z_{12}z_{21}} \times \begin{bmatrix} (z_{11}-1)(z_{22}+1)-z_{12}z_{21} & 2z_{12} \\ -2z_{21} & (z_{11}+1)(z_{22}-1)-z_{12}z_{21} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Откуда система параметров рассеяния имеет вид

$$S_{11} = \frac{m_1 + n_1 - m_2 - n_2}{m_1 + n_1 + m_2 + n_2}, S_{22} = \frac{m_2 + n_1 - m_1 - n_2}{m_1 + n_1 + m_2 + n_2}, S_{12} = \frac{2\sqrt{m_1 m_2 - n_1 n_2}}{m_1 + n_1 + m_2 + n_2}.$$

Приняв  $m_1 - m_2 = m'_1$ ,  $m_1 + m_2 = m'_2$ ,  $n_1 - n_2 = n'_1$ ,  $n_1 + n_2 = n'_2$ , получена система параметров рассеяния:

$$S_{11} = \frac{m'_1 + n'_1}{m'_2 + n'_2}, S_{22} = \frac{n'_1 - m'_1}{m'_2 + n'_2}, S_{12} = \frac{\sqrt{n'^2_1 - m'^2_1 - n'^2_2 + m'^2_2}}{m'_2 + n'_2}, \quad (5)$$

где  $m'_1, m'_2, n'_1, n'_2$  – соответственно четные и нечетные части полиномов рациональной функции  $\rho(s) = \frac{m'_1 + n'_1}{m'_2 + n'_2}$ .  $\rho(s)$  выделяется из функции передачи  $K_p(-s^2) = \rho(s)\rho(-s)$ . Система (5)

действительна для ЧП, нагруженного с обеих сторон на стандартное сопротивление.

2.2 *Обобщенные S-параметры согласующих, частотно-избирательных цепей.* Для получения системы параметров рассеяния ЧП, нагруженного на комплексную нагрузку, применим систему  $z$ -параметров, полученную в [3]:

$$z_{11} = \frac{m_1 m_{2H} + n_1 n_{2H}}{m_{2H} n_2 + n_{2H} m_2}, z_{22} = \frac{m_2 m_{1H} + n_2 n_{1H}}{m_{2H} n_2 + n_{2H} m_2}, z_{12} = \frac{[(m_1 m_2 - n_1 n_2)(m_{1H} m_{2H} - n_{1H} n_{2H})]^{1/2}}{n_2 m_{2H} - m_2 n_{2H}}, \quad (6)$$

где  $m_{1H}, m_{2H}, n_{1H}, n_{2H}$  – соответственно четные и нечетные части полиномов рациональной функции  $Z_H$ . Подстановка (6) в (4) после преобразования приводит к следующему результату:

$$S_{11} = -\frac{m_1 m_{2H} - m_2 m_{1H} - m_1 n_{2H} - m_2 n_{1H} + n_1 m_{2H} + n_2 m_{1H} - n_1 n_{2H} + n_2 n_{1H}}{m_{1H} m_1 + n_{1H} m_1 - m_2 m_{2H} + m_2 n_{2H} - n_1 m_{1H} - n_1 n_{1H} + n_2 n_{2H} - n_2 m_{2H}}, \quad (7)$$

$$S_{22} = \frac{m_1 m_{2H} - m_2 m_{1H} + m_1 n_{2H} + m_2 n_{1H} - n_1 m_{2H} - n_2 m_{1H} - n_1 n_{2H} + n_2 n_{1H}}{m_{1H} m_1 + n_{1H} m_1 - m_2 m_{2H} + m_2 n_{2H} - n_1 m_{1H} - n_1 n_{1H} + n_2 n_{2H} - n_2 m_{2H}}, \quad (8)$$

$$S_{12} = \frac{-\sqrt{m_{2H}^2 - m_{1H}^2 - n_{2H}^2 + n_{1H}^2} \sqrt{m_2^2 - m_1^2 - n_2^2 + n_1^2}}{m_{1H} m_1 + n_{1H} m_1 - m_2 m_{2H} + m_2 n_{2H} - n_1 m_{1H} - n_1 n_{1H} + n_2 n_{2H} - n_2 m_{2H}}, \quad (9)$$

где  $m_{1H}, m_{2H}, n_{1H}, n_{2H}$  – соответственно четные и нечетные части полиномов функции

$$\rho_H = \frac{m_{1H} + n_{1H}}{m_{2H} + n_{2H}}. \quad (10)$$

Полученную систему (7)–(9) можно считать обобщением системы (5) на случай произвольной комплексной нагрузки с коэффициентом отражения (10). Данная система описывает волновые свойства ЧП, требуемого для согласования двух произвольных

сопротивлений, одно из которых может быть комплексным. В этом случае  $m_{1н}, m_{2н}, n_{1н}, n_{2н}$  представляют собой частотно-зависимые функции.

*Пример.* Для иллюстрации состоятельности полученной системы приведем пример получения  $S$ -параметров частотно-избирательного ЧП. Необходимо сформировать Баттервортовскую частотную характеристику преобразования мощности пятого порядка между резистивными (волновыми) сопротивлениями 100 и 200 Ом; круговая граничная частота  $\omega_c = 10^4$ .

Не минимально-фазовый коэффициент отражения для цепи с характеристикой Баттерворта пятого порядка, полученный в результате процедуры факторизации из  $K_p(\omega^2)$ , согласно [2], определяется как

$$\rho_{вх}(s) = \pm \frac{\delta^n \left( a_0 + \sum_{i=1}^n (-1)^i a_i s^i \right)}{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i s^i}, \quad (11)$$

где  $a_0, a_i$  при  $i=1, 2, \dots, n$  – коэффициенты полиномов Баттерворта,  $n$  – порядок функции передачи.

Для пятого порядка выражение (10) принимает вид

$$\rho_{вх}(s) = S_{11}(s) = \frac{\delta^5 - 3,23607\delta^4 s + 5,23607\delta^3 s^2 - 5,23607\delta^2 s^3 + 3,23607\delta s^4 - s^5}{1 + 3,23607s + 5,23607s^2 + 5,23607s^3 + 3,23607s^4 + s^5},$$

откуда, согласно (5),

$$m_1 = \delta^5 + 5,236\delta^3 s^2 + 3,236\delta s^4, \quad m_2 = 1 + 5,236 s^2 + 3,236 s^4,$$

$$n_1 = -3,236\delta^4 s - 5,236\delta^2 s^3 - s^5, \quad n_2 = 3,236 s + 5,236 s^3 + s^5.$$

Нормированный (относительно 100 Ом) коэффициент отражения нагрузки для  $R_n = 200$  Ом равен  $S_{11н} = 1/3$ , откуда  $m_{1н} = 1$ ,  $m_{2н} = 3$ . Коэффициент, определяющий максимальный уровень передачи на нулевой частоте, согласно [1, с. 93], равен

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \delta^n}{1 - \delta^n}. \quad (12)$$

Тогда подстановка в (12)  $n = 5$  и  $R_1 = 100$ ,  $R_2 = 200$  Ом приводит к результату  $\delta = 0,80274$ . Подстановка  $S_{11}, S_{11н}$ , а также  $\delta$  в систему (7)–(9) дает требуемое значение параметров рассеяния ЧП, необходимого для формирования Баттервортовской частотной характеристики.

Задача формирования Баттервортовской частотной характеристики преобразования мощности пятого порядка между резистивными сопротивлениями 100 и 200 Ом успешно решена в [1, с. 95], частотная характеристика представлена на рис. 1 (линия 1). Также на рис. 1 представлена частотная характеристика цепи, полученная в результате синтеза с использованием системы (7)–(9) (линия 2).

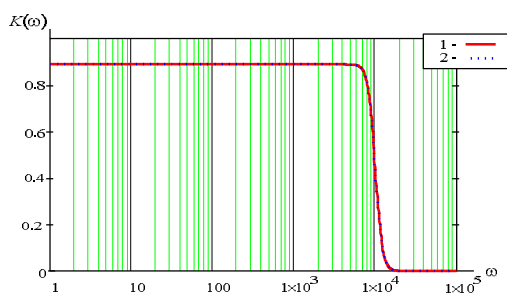


Рис. 1. Частотные характеристики

Как видно из рисунка, частотные характеристики полностью совпадают во всей полосе частот, что подтверждает работоспособность системы параметров рассеяния (7)–(9).

### Заключение

Получена система  $S$ -параметров, описывающая свойства ЧП, нагруженного с обеих сторон на стандартное сопротивление. Систему (5) можно считать эквивалентом Дарлингтона для волновой теории. Разработана новая система параметров рассеяния согласующих частотно-избирательных цепей (7)–(9), отличающаяся тем, что рассчитывается непосредственно по функциям передачи мощности и нормированного коэффициента отражения нагрузки. Система  $S$ -параметров показывает, какими свойствами должен обладать ЧП, нагруженный с обеих сторон на сопротивление, одно из которых может быть комплексным. Приведен пример получения  $S$ -параметров ЧП, нагруженного на резистивные сопротивления. Частотная характеристика полученного ЧП совпадает с характеристикой, полученной классическим методом. Это свидетельствует о том, что данная система может быть использована для разработки новой аналитической теории широкополосного согласования на основе анализа волновых свойств нагрузки.

### Список литературы

1. Кайчень В. Теория и проектирование широкополосных согласующих цепей. М: Связь, 1979. 86 с.
2. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ. М.: Связь, 1971. 389 с.
3. Филиппович Г.А. Широкополосное согласование сопротивлений. Минск: ВА РБ, 2004. 43 с.
4. Шварц Н.З. Система нестандартных  $S$ -параметров // Микроэлектроника и полупроводниковые приборы. 1976. Вып. 1. С. 302–310.
5. Kurokawa K. Power Waves and the Scattering Matrix // IEEE Trans. 1965. Vol. MTT-13, No. 2. P. 194.

### References

1. Kajchen' V. Teorija i proektirovanie shirokopolosnyh soglasujushhijh cepej. M: Svjaz', 1979. 86 s. (in Russ.)
2. Fel'dshtejn A.L., Javich L.R. Sintez chetyrehpoljuskov i vos'mipoljuskov na SVCh. M.: Svjaz', 1971. 389 s. (in Russ.)
3. Filippovich G.A. Shirokopolosnoe soglasovanie soprotivlenij. Minsk: VA RB, 2004. 43 s. (in Russ.)
4. Shvarc N.Z. Sistema nestandartnyh  $S$ -parametrov // Mikrojelektronika i poluprovodnikovye pribory. 1976. Vyp. 1. S. 302–310. (in Russ.)
5. Kurokawa K. Power Waves and the Scattering Matrix // IEEE Trans. 1965. Vol. MTT 13, No. 2. P. 194.

### Сведения об авторах

Свириденко А.А., м.т.н., адъюнкт кафедры радиолокации и приемо-передающих устройств Военной академии Республики Беларусь.

### Information about the authors

Svirydzienka A.A., magister of technical science, adjunct the engineer of educational laboratory of chair of a radar-location and receptions and sending devices of Military academy of Republic of Belarus.

### Адрес для корреспонденции

220057, Республика Беларусь,  
г. Минск, пр. Независимости, д. 220,  
Военная академия Республики Беларусь  
тел. +375-29-200-71-06;  
e-mail: svirid2785@gmail.com  
Свириденко Анатолий Анатольевич

### Address for correspondence

220057, Republic of Belarus,  
Minsk, Nezavisimosty ave., 220,  
Military academy of Republic of Belarus  
tel. +375-29-200-71-06;  
e-mail: svirid2785@gmail.com  
Svirydzienka Anatoli Anatolievitch