OSTIS-2014
(Open Semantic Technologies for Intelligent Systems)

УДК 510.63

СМЫСЛОВОЕ СОДЕРЖАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРОСТЫХ СУБЪЕКТНО-ПРЕДИКАТНЫХ СУЖДЕНИЙ

Сметанин Ю.М.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», г. Ижевск, Рроссийская федерация

Gms1234gms@rambler.ru

В работе рассматривается интерпретация суждений на основе ортогонального базиса силлогистики в модели мира (онтологии) изоморфной алгебраической системе, с основой определяемой конституентами из объемов терминов онтологии. Показано, что предлагаемая система для интерпретации суждений позволяет осуществлять проверку логического следования в семантическом смысле

Ключевые слова: ортогональный базис силлогистики: онтология; ***n*** - арные логические отношения; исчисление конституент.

Введение

В аксиоматике и в структурах формул математической логики достаточно неестественно отражается структура многих предложений естественного языка. В большей степени этой структуре соответствует структура суждений Аристотелевой силлогистики. Многосмысловость базиса Аристотеля значительно огрубляет модели получаемые рассуждений [Сметанин 2013b]. Абстрактная истина и ложь, используемая в «деревянном» логическом выводе, вкупе с неудовлетворительной (парадоксальной) моделью причинно-следственных отношений в виде материальной и других импликаций приводит к неадекватности модели. Естественный язык предпочитает сложные ***n* -** арные отношения выражать простыми суждениями о бинарных отношениях объемов используемых терминовю., в отличие от матлогики, в которой они обманчиво просто задаются их индикаторам – предикатами. Это приводит к тому, что «многие методы рассуждений, которые используются в естественном языке, часто весьма трудно однозначно отобразить на языке математической логики. В некоторых случаях такое отображение приводит к существенному искажению сути естественного рассуждения.» [Кулик 2010]. То, что математическая логика во времена естествоиспытателей вместе со схоластической водой выплеснула ребенка (простые суждения и здравый смысл), представляется всѐ более вероятным. В связи с этим актуальной представляется попытка построить логическую модель рассуждений и еѐ интерпретацию без вышеуказанных недостатков. Сохранив при этом такие привлекательные черты силлогистики как **наглядность**, **логическое следование** в семантическом смысле, не допускающее кривых толкований, **непарадоксальность** и **конкретность** ***истины*** и ***лжи*** в терминах отношений объемов используемых терминов.

1. Смысловое содержание n-арного логического отношения.

Область интерпретации в силлогистике выражена пятнадцатью модельными схемами, задающими отношения между объемами двух терминов [Бочаров и др. 2010]. В работе [Сметанин] они разделены на две группы – расширенные жергонновы отношения (не допускающие пустоту и универсальность терминов) - см. рис. 1 и

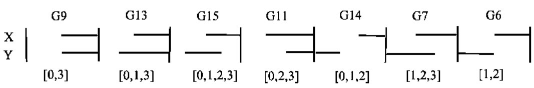

Рисунок 1 – Расширенные жергонновы отношения

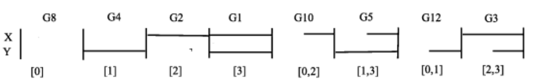

Рисунок 2 – Вырожденные жергонновы отношения

вырожденные жергонновы отношения см. рис.2 (допускающие пустоту или полноту терминов). В работах [Сметанин 2010], [Сметанин 2012a], [Сметанин 2013b] введено понятие ортогонального базиса силлогистики. Ортогональный базис сводит все 15 бинарных отношений между множествами к трем логическим отношениям (равенства – ***Eq(X,Y)***, строгого включения – ***A(X, Y)*** и независимости ***IO(X, Y)***). Областью истинности суждений ортогонального базиса являются следующие модельные отношения смотри (1):

$$\begin{aligned} &A(X,Y) \equiv G_4 \oplus G_5 \oplus G_{12} \oplus G_{13} \\ &Eq(X,Y) \equiv G_1 \oplus G_8 \oplus G_9 \\ &IO(X,Y) = G_{15} \end{aligned} \quad . \qquad (1)$$

При исследовании вопроса о том, какие множества можно построить из заданных ***n*** множеств посредством операций (объединения, пересечения и дополнения до универсума) было ведено понятие конституенты.

$$\begin{aligned} &X_1^{\sigma_1} \cdot X_2^{\sigma_2} \cdot \ldots \cdot X_n^{\sigma_n} \leftrightarrow \langle \sigma_1 \sigma_2 ... \sigma_n \rangle, \\ &\sigma_i \in \{0,1\} \\ &X_i^{\sigma_i} = \begin{cases} X_i, & \sigma_i = 1, \\ X_i', & \sigma_i = 0. \end{cases} \end{aligned} \qquad (2)$$

Если порождающие множества упорядочить по номерам, то с каждой конституентой однозначно можно соотнести десятичное число (индикатор), являющееся эквивалентом двоичного представления конституенты. Например, конституенте (3) соответствует индикатор равный 5.

$$X_1^1 \cdot X_2^0 \cdot X_3^1 = X_1 \cdot X_2' \cdot X_3 \qquad (3)$$

Далее будем рассматривать частично упорядоченную отношением строгого порядка систему подмножеств множества ***U***, называемого далее универсумом. При этом отдельные элементы ***U*** в случае надобности будем трактовать как его одноэлементные подмножества. Пусть (4) есть система из всех непустых подмножеств универсума, которые могут быть построены из конечной системы образующих (5)

$$\mathrm{B}(\Sigma_i) \qquad (4)$$

являющихся собственными, не пустыми

$$\Sigma_n = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\} \qquad (5)$$

подмножествами ***U***, посредством операций объединения, пересечения и дополнения до ***U***. Множество (4) включает также универсум пустое множество. Всего можно составить не более чем 2^n непустых конституент, являющихся элементарными «кирпичиками», из которых можно конструировать указанные выше множества системы (4). Рассмотрим алгебраическую систему (6)

$$\langle \mathrm{B}(\Sigma_i), \quad W_F, \quad W_R \rangle, \; W_F = \langle +, \; \cdot, \; ' \rangle, W_R \langle =, \; \subset \rangle \qquad (6)$$

в которой множество функций есть объединение, пересечение множеств и дополнение множества до универсума, а множество отношений есть равенство и строгое включение множеств. Зафиксируем порядок образующих множеств алгебраической системы (6), например,

$$\pi = \langle i_1, i_2, ..., i_n \rangle \;\; X_{i_1}, X_{i_2}, \cdots, X_{i_n} \qquad (7)$$

Такую алгебраическую систему будем называть системой с заданным порядком образующих или просто заданной и будем ее обозначать как

$$\langle \mathrm{B}(\Sigma_n, \pi), \quad \mathrm{W}_F, \quad \mathrm{W}_R \rangle \qquad (8)$$

Определение 1. Единицей - ***M*** заданной алгебраической системы (АС) (8) или еѐ характеристическим множеством будем называть семейство непустых конституент данной системы. Если всѐ конституенты заданной АС (8) являются непустыми множествами, то такую АС будем называть **канонической.**

Определение 2. Базовой системой номеров ***BSN(U)*** универсума будем называть множество номеров (индикаторов) конституент составляющих характеристическое множество (единицу) заданной алгебраической системы.

Определение 3. Базовой системой номеров ***BSN(X)*** любого множества Х из семейства (8) будем называть множество номеров (индикаторов) непустых конституент из характеристического множества, объединение которых совпадает с данным множеством.

Характеристическое множество ***M*** (единица) и его дополнение ***N*** в заданной (АС) полностью определяются своими ***BSN***. Поэтому для АС с упорядоченной системой образующих ***BSN(M), BSN(N)*** и их характеристические множества можно отождествлять. Далее будем считать, что в заданной системе (8) все множества и универсум заданы в виде ***BSN***. По аналогии с бинарными логическими отношениями ***A(X, Y); Eq(X, Y); IO(X, Y)***. Введем понятие ***n***-арного логического отношения. Так же как бинарные логические отношения задаются единицей, ***BSN***, так и произвольное ***n***-арное логическое отношение задается с помощью алгебраической системы, путем указания перечня еѐ непустых конституент, или равнозначно, единицей. Эту единицу также будем называть онтологией. Алгебраическую систему (8) удобно представить кортежем множеств (9)

$$I = \langle U, X_1, X_2, \cdots, X_n \rangle \qquad (9)$$

Назовѐм логическое ***n***-арное отношение, между образующими алгебраической системы отношением независимости образующих множеств (9) или будем говорить, что множества (и соответствующие им термины либо события) ***независимы в совокупности***, тогда и только тогда когда все конституенты составленные из множеств X_i являются не пустыми. Соответствующая этому отношению заданная алгебраическая система названа в **определении 1** канонической. Основным препятствием для эффективного использования модели мира (9) является трудность задания модельных множеств и универсума. В компьютерных приложениях, например, очень важно иметь возможность оперировать конечными множествами. Мы используем конечное семейство множеств из (4) и (8), каждое из которых представлено конечным множеством индикаторов. Нагляднее всего графически можно проиллюстрировать теоретико – множественную интерпретацию (онтологию) в виде линейной диаграммы смотри рис. 1, 2, 3. Характеристическое множество заданной АС (онтологии), выражаемая ***BNS***, можно представить в виде формулы --- объединения непустых конституент. Нормальной формой Кантора (***НФК***) называется представление множества в виде объединения некоторого количества пересечений. Если в качестве пересечений множеств используются конституенты, то такую ***НФК*** будем называть совершенной ***(СНФК)***. Кроме того, универсум можно выразить любой другой правильно построенной из образующих формулой алгебры множеств, равносильной его ***СНФК***. Таким образом, каждой онтологии соответствует еѐ ***СНФК*** и множество ППФ алгебры множеств тождественных этой ***СНФК***. И обратно классу равносильных ППФ, включающему ***СНФК*** однозначно соответствует единственная онтология. Нас будет интересовать возможность и однозначность задания ***n***-арного логического отношения посредством последовательности отношений включения, равенства и независимости между образующими терминами. Этот интерес обусловлен особенностями выражения результатов мышления на естественном языке и возможностью разработки алгоритмов вычисления логического следования в семантическом смысле. Из полученных теоретических результатов [Сметанин 2010], [Сметанин 2012a], [Сметанин 2012b], [Сметанин 2013a], [Сметанин 2013b] вытекает, что введение отношений ***A(X,Y)*** и ***Eq(X,Y)*** в данную онтологию приводит к сужению еѐ универсума из него убираются номера ***тех и только тех*** конституент которые должны быть пустыми при выполнении вводимого отношения. Для построения алгебраической системы на базе заданной с введением в неѐ отношения независимости между ***X*** и ***Y*** необходимо, в случае отсутствия в ней такового, дополнить универсум исходной онтологии номерами тех конституент в которые входят пересечения ***X*** и ***Y***, ***X'*** и ***Y***, ***X*** и ***Y'***, ***X'*** и ***Y'***. Эти действия не сужают, а могут только расширить исходный универсум. Доказано, что модифицированная онтология, получаемая в результате удаления необходимого и достаточного числа конституент, которые должны быть пустыми при выполнении вводимого логического отношения, является ***максимальной*** из возможных по числу непустых конституент.

2. Многосмысловость бинарных инвариантов

Выше мы отметили, что естественный язык предпочитает сложные ***n***- арные отношения, выражать простыми суждениями о бинарных отношениях объемов используемых терминов. Рассмотрим, какую неточность (вариативность) смыслов) дает этот способ выражения мышления как отражения объективной реальности в психике человека. **Рассмотрим пример 1.** Пусть даны три суждения.

1. Все друзья Сидорова любят прихвастнуть.
2. Тот, кто хвастается, неуверен в себе.
3. Уверенные в себе люди - не скандалисты.

Если ввести обозначения:

X_1 - друзья Сидорова;

X_2 - все, кто хвастается;

X_3 - все уверенные в себе;

X_4 - потенциальные скандалисты;

U - универсум с семейством образующих из вышеобозначенных терминов, то в ортогональном базисе силлогистики [Сметанин 2010] суждения представляются следующим образом, смотри (2).

$$\begin{aligned}&P1.A(X_1,X_2)\oplus Eq(X_1,X_2);\\&P2.A(X_2,X_3')\oplus Eq(X_2,X_3');\\&P3.A(X_3,X_4')\oplus Eq(X_3,X_4')\end{aligned}. \tag{10}$$

Список (10) имеет в традиционной силлогистике восемь смысловых содержаний. Рассмотрим первое смысловое содержание (11)

$$P1.A(X_1,X_2);\ P2.A(X_2,X_3');P3.A(X_3,X_4') \tag{11}$$

Количество терминов в суждениях определяет минимальную общую арность многоместного логического отношения между ними. Например, отношение, задаваемое списком логических бинарных отношений (2), является четырех-арным логическим отношением, но может быть представлено 5-арным и более логическим отношением.

$$P1.A(X_1,X_2);\ P2.A(X_2,X_3'); \tag{12}$$

В работах [Сметанин 2010], [Сметанин 2013a] описан программно-реализованный алгоритм построения максимальной онтологии, с ответствующей данному списку бинарных логических отношений между терминами. Для четырѐх-арного отношения онтология показан а на рис. 3 а и b. Для каждой онтологии (9), являющейся смыслом некоторого логического ***n***-арного отношения можно указать **полный набор** из C^2_n бинарных логических отношений между терминами.

Определение 3. Полный набор определяемого этой онтологией многоместного логического отношения для заданной онтологии ***I*** будем называть бинарным инвариантом сокращенно ***BIN(I).*** Если логические бинарные отношения заданы не для всех возможных сочетаний модельных множеств, то такой набор называется неполным бинарным инвариантом ***nBIN(I)***. Рисунок 3 в частях А) и Б) изображает онтологию для двух неполных бинарных инвариантов (А) ***nBIN=[A(X₁, X₂), A(X₂, X₃') A(X₃, X₄')]***, и (Б) ***nBIN=[A(X₁, X₂), A(X₂, X₃')]***,

Например, из смысла отношения Б) не следует, что ***A(X₃, X₄'),*** то есть «все уверенные в себе люди не скандалисты». Если бы вторую онтологию изменить за счет использования следующего $\boldsymbol{nBIN=[A(X_1, X_2), A(X_2, X_3'), Eq(X_1'{\cdot}X_2'{\cdot}X_3{\cdot}X_4, X_0')]}$, то получится онтология А).

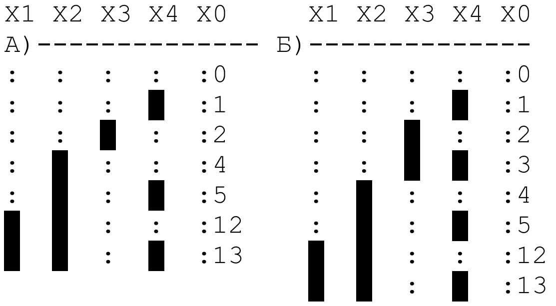

Рисунок 3 – Максимальные онтологии, соответствующие двум неполным бинарным инвариантам.

Таким образом, из последней цепочки суждений также следует, что «все уверенные в себе люди не скандалисты». Одинаковые онтологии имеют совпадающие ***BIN***. Зададимся вопросом, а сколько ещѐ имеется онтологий с $\boldsymbol{nBIN=[A(X_1, X_2), A(X_2, X_3') A(X_3, X_4')]}$? Для данного неполного ***nBIN*** установлено выражающее его семейство из 25 тетрадных логических отношений. Это семейство разбивается на шесть подсемейств, каждое из которых имеет одинаковый полный инвариант. Ниже эти инварианты перечислены

BIN_1=A(X1, X2); A(X1, X3'); IO(X1, X4); A(X2, X3'); IO(X2; X4); A(X3, X4'); - 6 онтологий

BIN_2=A(X1, X2); A(X1,X3');A(X1,X4); A(X2,X3'); IO(X2;X4); A(X3,X4'); - 8 онтологий

BIN_3=A(X1, X2); A(X1, X3'); A(X1, X4'); A(X2, X3'); A(X2; X4'); A(X3, X4'); - 7 онтологий

BIN_4=A(X1, X2); A(X1, X3'); IO(X1, X4); A(X2, X3'); A(X2'; X4'); A(X3, X4'); - 2 онтологии

BIN_5=A(X1, X2); A(X1, X3'); Eq(X1, X4); A(X2, X3'); A(X2'; X4'); Eq(X3, X4'); - 1 онтология

BIN_6=A(X1, X2); A(X1, X3'); A(X1, X4); A(X2, X3'); Eq(X2; X4); A(X3, X4') – 1 онтология

3. Заключение

Таким образом, фиксированному множеству терминов, данному, полному или неполному, бинарному инварианту может быть сопоставлено не единственное смысловое содержание в виде несущих данный инвариант онтологий. Каждой онтологии может быть сопоставлена СНФК и равносильные ей ППФ алгебры множеств. Каждая ППФ выражающая характеристическое множество онтологии в конечном итоге может быть выражена в ортогональном базисе. Следовательно, возможно различным способом выражать смысл в терминах структур этих формул. Поэтому можно различными способами выражать этот смысл в русском языке. Например, имеют одинаковое смысловое содержание 3 суждения из примера 1 и следующие три сужения, так как, их характеристические множества совпадают, смотри рисунок 3 А).

1. Все друзья Сидорова любят прихвастнуть.
2. Тот, кто хвастается, неуверен в себе.
3. Множество людей, не являющихся друзьями Сидорова и не являющихся хвастунами, притом уверенных в себе и не скандалистов пусто.

Библиографический список

[**Бочаров и др. 2010**] Бочаров~В.А.\, Маркин~В.И. Силлогистические теории. М.: Прогресс-Традиция, 2010, 336~c.

[Кулик 2010] Кулик Б.А.\, С чем идет современная логика в XXI век? // Интернет ресурс: http://philosophy.ru/library/kulilk/new_log.htm

[**Сметанин, 2010**] Сметанин~ Ю.М. Алгоритм решения полисиллогизмов в ортогональном базисе посредством исчисления конституентных множеств // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2010. Выпи. 4. С. 172--185.

[**Сметанин, 2012a**] Сметанин~ Ю.М. Вероятностная логика и ортогональный базис силлогистики. OSTIS 2012, материалы второй международной конференции «Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем», Минск, 2012. С. 479--488

[**Сметанин, 2012b**] Сметанин~ Ю.М. Формальная логика на основе ортогонального базиса силлогистики // Логика, язык и формальные модели: Сб. статей // Под ред. Е.Н. Лисанюк, И.Б. Микиртумова, Ю.Ю. Черноскутова СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2012. С. 264-270

[**Сметанин, 2013a**] Сметанин~Ю.М. Логика высказываний на основе алгебраической системы, включающая традиционную силлогистику. // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2013. Вып. 2. С.\;127-146.

[**Сметанин 2013b**] Сметанин~Ю.М. Ортогональный базис силлгистики как основа пропозициональной логики. // Восьмые Смирновские чтения по логике: материалы Международной научной конференции., Москва, 19-21 июня 2013 г. [редкол.: И.А. Герасимова, Д.В. Зайцев, А.С. карпенко, О.М. Григорьев, Н.Е. Томова; отв. ред. В.И. Маркин]~--- М.: Современные тетради, 2013.~--- 160с.~--- ISBN 978-5-88289-414-5. С. 73-76

SEMANTIC CONTENT OF A SEQUENCE OF SUBJECTPREDICATE JUDGMENTS

Smetanin Yu. M.

Udmutr State University

gms1234gms@rambler.ru

Introduction

This paper considers the interpretation of the judgment on the basis of an orthogonal basis in syllogistic model of the world (ontology) is isomorphic to an algebraic system with a basis determined by the constituents of the scope of the term ontology. It is shown that the proposed system allows for the interpretation of judgments to verify logical inference in the semantic sense

Keywords: orthogonal basis of syllogistic ontology; n - ary logical relations; calculation of constituents.

Conclusion

Thus, a fixed set of terms, this complete or incomplete binary invariant, can be compared not only the semantic content of a given bearing invariant anthologies. Each ontology can be mapped formulas sets algebra. Each formula expressing characteristic set ontology, can ultimately be expressed in an orthogonal basis. [Smetanin 2010].Consequently, there are various ways to express the meaning in terms of the structures of these formulas.