КОМПЕНСАЦИЯ ИНЕРЦИОННОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЯ В КОНТУРЕ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

А. М. Еромин, С. А. Шабан, А. Н. Мороз
Кафедра систем автоматического управления,
кафедра тактики и вооружения войсковой противовоздушной обороты,
Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь»
Минск, Республика Беларусь
E-mail: aeromin@yandex.ru, serg-shab@mail.ru

Проводится синтез координатного блока цели контура телеуправления. Предлагается способ и определяются требования для компенсации инерционности измерителя в контуре телеуправления.

Введение

Рассматривается контур телеуправления. Измеряемой координатой считается ошибка наведения, которая формируется на основе разности выходных сигналов двух измерителей: координатного блока цели и координатного блока ракеты. При синтезе принимается допущение, что измерителем ошибки наведения является только координатный блок цели. В качестве управления принимается нормальное ускорение ракеты.

I. Постановка задачи

Представим кинематику плоского телеуправления в виде линеаризованного уравнения [1,2]:

$$\ddot{h}(t) = W_k(t) - W_p(t), \tag{1}$$

где $h(t)$ – ошибка наведения ракеты на цель; $W_k(t)$ и $W_p(t)$ – требуемое (кинематическое) и нормальное ускорения ракеты соответственно.

Будем полагать, что $W_k(t)$ является случайной функцией времени и описывается стохастическим дифференциальным уравнением [2]:

$$\dot{W}_k(t) = -\frac{1}{T}W_k(t) + \frac{1}{T}\xi(t), \quad W_k(t_0) = W_{k0},$$

где $\xi(t)$– гауссовый процесс типа белого шума с интенсивностью Q; T – параметр, характеризующий маневренные возможности цели.

Представим уравнение (1) в форме Коши. Положив $h(t) = x_1(t), \quad W_k(t) = x_3(t)$ при $t_0 < t < t_k$ модель контура телеуправления с учетом задающего воздействия в векторно-матричной форме примет вид

$$\dot{X}(t) = FX(t) + GU(t) + J\xi(t), \quad X(t_0) = X_0, \tag{2}$$

где

$$X = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix}, \quad F = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/T \end{Vmatrix}, \quad U = \begin{Vmatrix} 0 \\ W_p \\ 0 \end{Vmatrix},$$

$$G = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad J = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/T & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Ошибка наведения в контуре телеуправления формируется в виде [1,2]:

$$h = r_p(t)(\hat{\varepsilon}'_c - \hat{\varepsilon}'_p),$$

где $r_p(t)$ – дальность до ракеты; $\hat{\varepsilon}'_c, \hat{\varepsilon}'_p$ – относительные угловые координаты цели и ракеты, измеряемые координатным блоком цели и координатным блоком ракеты соответственно.

Предположим, что координатный блок цели является астатическим второго порядка. Запишем уравнение динамики координатного блока цели в векторно-матричной форме

$$\dot{Z}(t) = LZ(t) + CX(t) + N\eta(t), \tag{3}$$

где

$$Z = \begin{Vmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Vmatrix}, \quad L = \begin{Vmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{Vmatrix}, \quad C = \begin{Vmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ k_2 & 0 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$N = \begin{Vmatrix} k_1 \\ k_2 \end{Vmatrix}, \quad k_1 = K_cT_c, \quad k_2 = K_c.$$

K_c, T_c - параметры передаточной функции измерителя контура телеуправления; $z_1 = \hat{\varepsilon}'_c$ – измеренная координата; $x_1 = \varepsilon'_c = \varepsilon_c - \varepsilon_a$ – ошибка углового положения антенны; $\eta(t)$ – гауссовый процесс типа белого шума с интенсивностью R.

Требуется провести синтез координатного блока цели контура телеуправления.

II. Синтез координатного блока цели

Для построения оптимального линейного фильтра при инерционном измерителе применим предварительное преобразование выражения (3) введя в рассмотрение преобразованный вектор оценивания [3]

$$Z^*(t) = \dot{Z}(t) - LZ(t) = CX(t) + N\eta(t). \tag{4}$$

Теперь задача аналитического построения фильтра свелась к рассмотренной в [4], но для преобразованного вектора оценивания $Z^*(t)$.

С учетом (4) уравнения фильтра для рассматриваемой задачи запишутся в виде:

$$\dot{\hat{X}}(t) = F\hat{X}(t) + GU(t) + B(t)(Z^*(t) - C\hat{X}(t)), \qquad \hat{X}(t_0) = X_0. \tag{5}$$

Матрица коэффициентов усиления $B(t)$ определяется из условия минимума среднего квадрата ошибки фильтрации [2,3]

$$B(t) = P(t)C^T(NRN^T)^{-1}. \qquad (6)$$

Входящая в (6) ковариационная матрица ошибок фильтрации $P(t)$ симметрична, положительно определенна и удовлетворяет уравнению Риккати [2,3]

$$\dot{P}(t) = FP(t)+P(t)F^T-P(t)C^T(NRN^T)^{-1}CP(t)+$$
$$+JQJ^T, \qquad P(t_0) = P_0. \qquad (7)$$

Анализируя выражения (6), (7) с целью выявления условий компенсации инерционности поступающих на вход фильтра (5) измерений (3) выразим коэффициенты усиления b_{ij} (элементы матрицы $B(t)$) через параметры системы и характеристики протекающих процессов.

Так как матрица

$$NN^T = \begin{Vmatrix} k_1 \\ k_2 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} k_1 & k_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} k_1^2 & k_1 k_2 \\ k_1 k_2 & k_2^2 \end{Vmatrix} \qquad (8)$$

вырождена [2,3], то, умножив левую и правую части (6) на (8), можно найти систему скалярных уравнений:

$$\begin{cases} b_{11}k_1 + b_{12}k_2 = p_{11}/R; \\ b_{21}k_1 + b_{22}k_2 = p_{12}/R; \\ b_{31}k_1 + b_{32}k_2 = p_{13}/R. \end{cases}$$

Покажем, что условия оптимальной фильтрации выполняются независимо от выбора соотношения между b_{i1} и b_{i2} при следующих требованиях:

$$b_{i1}k_1 = dp_{1i}, \quad b_{i2}k_2 = (1-d)p_{1i} \qquad (9)$$

при $i = \{1, 3\}$; $\quad d = const.$

Найдем передаточные функции $W_{z_1x_1}(s) = z_1(s)/x_1(s)$ и $W_{z_2x_1}(s) = z_2(s)/x_1(s)$. Представив уравнение (2) в скалярной форме и применив к нему преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим:

$$\begin{cases} (k_1+s)z_1(s) - z_2(s) = k_1x_1(s); \\ k_2z_1(s) + pz_2(s) = k_2x_1(s). \end{cases} \qquad (10)$$

Решая систему (10) методом Жордана, получим:

$$\begin{cases} K_{z_1x_1}(s) = \frac{z_1(s)}{x_1(s)} = \frac{k_1s+k_2}{s^2+k_1s+k_2} = \frac{k_1s+k_2}{A(s)}; \\ K_{z_2x_1}(s) = \frac{z_2(s)}{x_1(s)} = \frac{k_2s}{s^2+k_1s+k_2} = \frac{k_2s}{A(s)}, \end{cases} \qquad (11)$$

где $A(s) = s^2 + k_1s + k_2$.

Представив уравнение (2) в скалярной форме, линейную комбинацию $b_{i1}z_1^*(s) + b_{i2}z_2^*(s)$(при $i = \{1, 3\}$) с учетом (3), (9) и (11) можно представить в виде:

$$b_{i1}z_1^*(s) + b_{i2}z_2^*(s) = b_{i1}(\dot{z}_1(s) + k_1z_1(s) - z_2(s))+$$
$$+b_{i2}(\dot{z}_2(s) + k_2z_1(s)) = \frac{p_{1i}x_1(s)}{2R}\left(\frac{s(k_1s+k_2)}{k_1A(s)}+\right.$$
$$\left.+\frac{k_1s+k_2}{A(s)} - \frac{k_2s}{k_1A(s)} + + \frac{k_2s^2}{k_2A(s)} + \frac{k_1s+k_2}{A(s)}\right) =$$
$$= \frac{p_{1i}x_1(s)(s^2+k_1s+k_2)}{RA(s)} = \frac{p_{1i}x_1(s)}{R}. \qquad (12)$$

С учетом (9) и (12) уравнение (2) в скалярной форме запишем в виде:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t) + \frac{p_{11}(t)(z(t)-\hat{x}_1)}{R}; \\ \dot{\hat{x}}_2(t) = \hat{x}_3(t) - W_p(t) + \frac{p_{21}(t)(z(t)-\hat{x}_1)}{R}; \\ \dot{\hat{x}}_3(t) = -\frac{\hat{x}_3(t)}{T} + \frac{p_{31}(t)(z(t)-\hat{x}_1)}{R}, \end{cases} \qquad (13)$$

где $z(t) = x_1(t) + \eta(t)$.

Сравнивая систему уравнений (13) с аналогичными уравнениями из [4], можно сделать вывод о том, что условия оптимальной фильтрации выполняются независимо от выбора соотношения между b_{i1} и b_{i2}, но при этом должны быть выполнены условия (9).

Другими словами, при выполнении условия (9) и формировании сигнала в соответствии с (13) состояние системы (2) оценивается фильтром

$$\dot{\hat{X}}(t) = F\hat{X}(t) + GU(t) + B(t)(Z(t)-$$
$$-C\hat{X}(t)), \qquad \hat{X}(t_0) = X_0.$$

где $Z(t)$ – вектор измерения (в данном случае это измеренное значение ошибки наведения, формируемое из состояний $z_1(t), z_2(t)$ инерционного измерителя (3) в соответствии с условиями (9) и (13).

Таким образом, компенсация инерционности измерительного устройства осуществляется за счет добавления ошибки сопровождения к оценке угловой координаты, что позволяет уменьшить динамическую ошибку разности угловых координат цели и ракеты.

Заключение

Проведен синтез координатного блока цели. Показано, что выбором коэффициентов усиления фильтра измерителя и его структуры можно добиться компенсации инерционности координатного блока цели. Такой подход позволяет уменьшить динамическую ошибку разности угловых координат цели и ракеты в установившемся режиме, а задачу фильтрации возложить на устройство выработки команд управления.

1. Орлов, Е. В. Проектирование систем телеуправления / Е. В. Орлов. – Ижевск: Удмурт. ун-т., 2000. – 272 с.
2. Кун, А. А. Основы построения систем управления ракетами: в 3 ч. / А. А. Кун, В. Ф. Лукьянов, С. А. Шабан. Под ред. А. А. Куна. – Минск: Издание академии, 2001. – 3 ч.
3. Казаков, И. Е. Методы оптимизации стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков. – М.: Наука, 1987. –304 с.
4. Кун, А. А. Синтез квазиоптимального контура телеуправляемой ракеты / А. А. Кун [и др.]//Сб. науч. ст. Воен. акад. Респ. Беларусь.– 2014. – №26. – С. 95-102.