ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО ФАЗОЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

А.В. Марков, В.И. Симаньков
Кафедра систем управления,
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектороники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: simankou@tut.by, markov@bsuir.by

Описывается метод параметрической идентификации линейных моделей объектов автоматики по экспериментальным частотным характеристикам, отличающийся от описанных в литературе. Предложен двухэтапный метод параметрической идентификации по частотным характеристикам: сначала аппроксимация фазочастотной характеристики (ФЧХ) объекта, затем аппроксимация амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) объекта.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время есть автоматизированные, программные средства идентификации. Наиболее известен программный пакет "$System\ Identification\ Toolbox$" (далее – $SITb$) [1,2], интегрированный в САПР $MATLAB$. $SITb$ включает в себя набор методов параметрической идентификации, как во временной области, так и в частотной. Однако в $SITb$ идентификация по частотным характеристикам использует в качестве целевой функции только минимум ошибки амплитудно-фазочастотной характеристики. Предлагается дополнить идентификацию по частотным характеристикам, используя в качестве целевой функции минимум ошибки по фазочастотной характеристике.

I. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Предлагается следующая последовательность действий:

1) Аппроксимация ФЧХ. Для решения задач параметрической идентификации широко применяется метод наименьших квадратов [3]. Параметры, обеспечивающие минимум квадрата ошибки ФЧХ модели, находятся путем минимизация функции (1).

$$e_\varphi(\theta_\varphi) = \sum_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} [\hat{\varphi}(\omega) - \varphi(\omega, \theta)]^2, \qquad (1)$$

где $\varphi(\omega, \theta)$ – ФЧХ модели; $\hat{\varphi}(\omega)$ – ФЧХ объекта; θ_φ – параметры, определяющие вид ФЧХ; $\omega_{min}...\omega_{max}$ – диапазон частотных характеристик объекта.

2) Аппроксимация АЧХ. Найденные в предыдущем пункте параметры фиксируются, за неизвестный параметр принимается k системы и находится минимум одномерной функции

$$e_A(k) = \sum_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} [\hat{A}(\omega) - A(\omega, k)]^2, \qquad (2)$$

где $A(\omega, k)$ – АЧХ модели; $\hat{A}(\omega)$ – АЧХ объекта. Полученная функция является квадратичной вида

$$e_A(k) = ak^2 + bk + c. \qquad (3)$$

Экстремум квадратичной функции (3) находится как

$$k = -\frac{b}{2a}. \qquad (4)$$

Полученное значение k обеспечивает минимальную сумму квадратов ошибки АЧХ модели. Задача аппроксимации АЧХ при известных параметрах ФЧХ решается простым алгебраическим способом. Задача определения ФЧХ представляется более сложной, решить которую можно с применением численных методов [2]. Необходимо выбрать метод, который будет оптимальным для решения поставленной задачи.

II. ВЫБОР ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

Рассмотрим методы первого порядка, обеспечивающие компромисс между скоростью и стабильностью. На каждом шаге метода первого порядка очередная точка определяется по формуле:

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \lambda^k d^k, \qquad (5)$$

где d^k – направление спуска на каждой итерации; λ^k – длина шага в направлении d^k на k-й итерации; $k \in N$ – порядковый номер итерации.

Методы первого порядка различаются расчетом d^k и d^k. Произведем сравнение метода наискорейшего спуска, параллельных касательных, сопряженных градиентов Флетчера-Ривза и сопряженных градиентов Полака-Рибьера на примере параметрической идентификации объекта третьего порядка. Пусть передаточная функция имеет вид:

$$G(s) = \frac{k}{s[(Ts)^2 + 2\xi Ts + 1]}.$$

где $T = 0,1$, $\xi = 0,5$, $k = 10$.

Произведем параметризацию модели:

$$k \to \theta_1, T \to \theta_2, \xi \to \theta_3;$$

$$G(j\omega, \theta) = \frac{\theta_1}{j\omega[(\theta_2 s)^2 + j2\omega\theta_2\theta_3 + j2\omega\theta_2\theta_3 + 1]}.$$

Данная модель представляет собой последовательное соединение интегрирующего и колебательного звена. ФЧХ модели является суммой ФЧХ этих звеньев. В [3] имеются аналитические выражения для ФЧХ элементарных звеньев. Затем необходимо подставить в (1) выражение для ФЧХ модели вместо $\varphi(\omega, \theta)$ и рассчитать градиент получившегося выражения. Решена задача поиска минимума функции (1) различными численными методами, результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты численной оптимизации

Метод	Наискорейшего-спуска	Параллельных-касательных	Флетчера-Ривза	Полака-Рибьера
Количество-итераций	776	16	1501	11

Как видно, метод сопряженных градиентов Полака-Рибьера решает задачу за меньшее число итераций, следовательно, предпочтительно иопользовать его.

III. ЭКСПЕРИМЕНТ

Произведено сравнение разработанного метода и метода "*Process models estimation*", реализованным в САПР *MATLAB* на идентификации реального объекта. Структура модели задана следующей:

$$G(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{s[(T_2 s)^2 + 2\xi T_2 s + 1](T_3 s + 1)}.$$

В результате получены следующие характеристики:

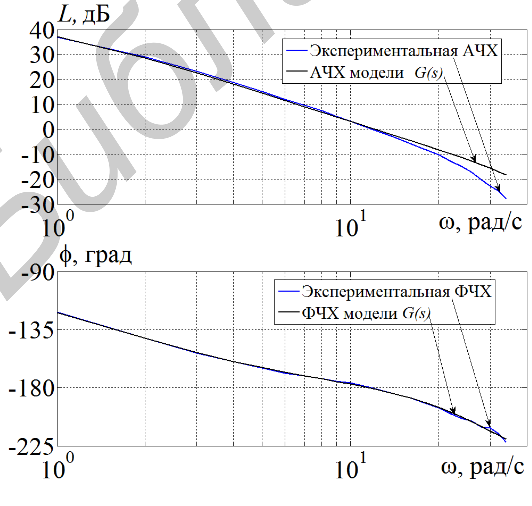

Рис. 1 – Предложенный метод

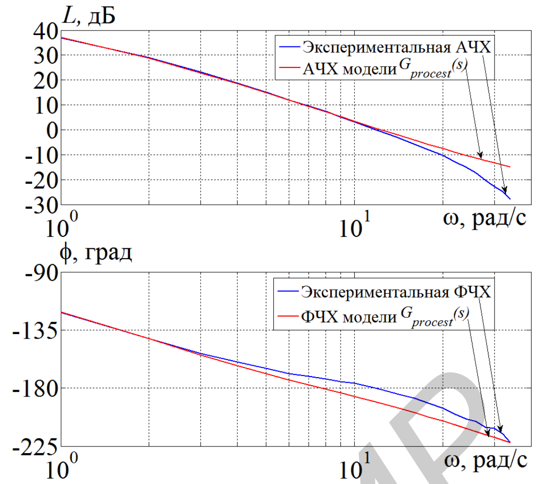

Рис. 2 – Process models estimation

Из рис. 1 и рис. 2 видно, что точность аппроксимации ФЧХ предложенным методом выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод может использоваться для параметрической идентификации динамических объектов, и имеет преимущество в точности аппроксимации ФЧХ перед методом "*Process models estimation*", предложенным в "*System Identification Toolbox*". Достоинствами метода являются высокая скорость сходимости, сбалансированная точность аппроксимации частотных характеристик, сравнительная простота. Высокая скорость сходимости обусловлена тем, что точность вычислений градиента и целевой функции по аналитическим выражениям выше точности численной аппроксимации.

1. Дьяконов, В.П. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем / Дьяконов В.П., Круглов В.В. – Специальный справочник. – С. Пб.: Питер, 2001. – 448 с.
2. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг, ред. Я.З. Цыпкин. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
3. Струченков, В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. – М.: Солон-пресс. 2009. – 320 с.
4. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы / Д. П. Ким. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.