ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО И ДИСКРЕТНОГО ТИПА

В.П. Кузнецов, Н.В. Хаджинова, Е.В. Протченко
Кафедра информационных систем и технологий,
кафедра информационных технологий автоматизированных систем,
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлекторoники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: khajynova@bsuir.by, vpk@bsuir.by

Рассматриваются модели замкнутых систем автоматического управления как непрерывного, так и дискретного типа. Показана взаимосвязь этих моделей и возможность перехода от одной к другой.

В теории управления при исследовании дискретных систем управления с амплитудно-импульсной модуляцией первого рода (АИМ-I) широкое применение находят приемы, базирующиеся на сведении дискретной системы к некоторой эквивалентной системе, что приводит к значительным упрощениям при анализе динамики. Применение такого подхода к дискретным системам с другими видами модуляции: широтно-импульсной (ШИМ) и частотно-импульсной (ЧИМ), первого и особенно второго рода наталкивается на определенные трудности.

В данной работе предпринята попытка разработки и обоснования алгоритма сведения математической модели дискретной системы с широтно-импульсной модуляцией первого рода (ШИМ-I) к модели дискретной системы с АИМ-I и далее к непрерывной системе.

Рассматривается стандартная структура замкнутой системы автоматического управления (САУ), состоящей из линейной непрерывной части, описываемой передаточной функцией W(S), элемента сравнения $e = \vartheta - y$, где ϑ - входной сигнал системы, y - выходной, а e - сигнал рассогласования. Сигнал e поступает на вход широтно-импульсного модулятора и далее на линейную часть системы. Выходной сигнал модулятора представляет собой последовательность прямоугольных импульсов постоянного периода θ и постоянной высоты A, а ширина импульса τ в R-ом периоде следования импульсов определяется законом модуляции $\tau_n = f(e_n)$, где $e_n = e(R_n)$, $R_n = 0, 1, 2....$ Итак, рассматривается система с ШИМ-1ого рода.

Уравнения динамики системы имеют вид

$$\dot{x} = Ax + Be^*, y = Cx, e = \vartheta - y, \tau_k = f(e_k), \quad (1)$$

где – e^* сигнал на выходе модулятора, x - вектор состояния системы, а матрицы A, B, C получаются по передаточной функции системы. Все сигналы зависят от непрерывного времени t, либо в дискретные моменты времени обозначаются индексом n.

Ставится задача заменить систему с ШИМ-1 на эквивалентную систему с АИМ-1, так чтобы процессы в обоих системах были идентично в дискретные моменты времени $t = n\theta$, т.е. подобрать соответствующую новую передаточную функцию $W^{'}(S)$. При этом знаменатель новой передаточной функции $W^{'}(S)$ должен совпадать со знаменателем исходной функции $W(S)$.

Процедуру такого перехода рассмотрим на частном случае системы первого порядка. Пусть $W(S) = K/(TS+1)$, тогда разностные уравнения такой системы будут иметь вид

$$y_{n+1} = y_n d + kAd(d^{-\gamma_n} - 1), \tau_n = f(e_n), e_n = \vartheta_n - y_n, \quad (2)$$

где $d = e^{\frac{-\theta}{T}}, \gamma_n = \tau_n/\theta$. Полагая существование в замкнутой САУ установившегося режима, координаты которого будем обозначать$\bar{y}, \bar{r}, \bar{e}, \bar{\gamma}$ нетрудно произвести линеаризацию исходных уравнений [1] и получить линейную модель разомкнутой системы.

$$\Delta y_{n+1} = dy_n + b\Delta e_n, (3)$$

где $b = kAdk_r d^{-\bar{\gamma}}/T, k_r = \frac{df(e)}{de}$ при $e = \bar{e}$ – коэффициент передачи широтно-импульсного элемента.

Теперь рассмотрим искомую эквивалентную модель системы с АИМ-1, но с передаточной функцией $W_1(S) = K_1/(TS+1)$, где k_1 подлежит определению из условия совпадения процессов в системах в дискретные моменты времени $k\theta$. Нетрудно найти аналогичное уравнению (3) уравнение для данного случая, которое будет иметь вид

$$y_{n+1} = dy_n + k_1 d(d^{-\gamma} - 1)e_n.(4)$$

Сравнивая (4) и (3) находим искомый коэффициент

$$k_1 = \frac{kAk_\tau}{T(1 - d^{\bar{\gamma}})}.(5)$$

1. Кузнецов, В. П. Линеализированные модели дискретных систем с различными видами модуляции// Автоматика и телемеханика, №8, 1981.