АЛГОРИТМИЗАЦИЯ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ НА ТРЁХ ПЛАНАРНЫХ ПОЗИЦИОНЕРАХ

В. В. Кузнецов, Д. Г. Бегун, В. В. Поляковский
Факультет компьютерного проектирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: vitaly.kuznetsov2014@icloud.com

Рассматривается алгоритмизация решения обратной задачи кинематики для системы перемещений со структурой в виде механизма параллельной кинематики на трех двухкоординатных планарных позиционерах со взаимно ортогональными управляемыми перемещениями.

При проведении лазерного мониторинга охраняемых объектов используются различные механизмы наведения луча лазера на объект мониторинга и последующее сканирование. Как правило это системы перемещений с разделенными по приводам и автономными отдельно управляемыми координатами. С появлением гибридного многокоординатного привода синхронного типа, созданного на предприятии «Рухсервомотор» (г. Минск), конфигурирование таких систем может осуществляться на механизмах параллельной кинематики с компьютерным управлением для реализации требуемых программируемых движений. Такие системы представляют собой механо-аппаратно-программные комплексы, относящиеся к классу мехатронных систем перемещений. Структурно их можно разделить на две функциональные составляющие: многокоординатный привод и исполнительный механизм параллельной кинематики. Многокоординатный привод может быть построен как на параллельном сочетании необходимого количества однокоординатных управляемых двигателей линейного или поворотного типов, либо на использовании одного гибридного многокоординатного синхронного двигателя, в котором управление всеми отдельными элементами происходит через специальный контроллер распределенной системы управлений от программы верхнего уровня управляющей ЭВМ.

В отличии от традиционных, в использованных нами гибридных приводах реализована конструктивная интеграция необходимых степеней свободы в одном многокоординатном двигателе с общим аппаратным и программным интерфейсом для всех задействованных обобщенных координат. В настоящей работе рассматривая систему перемещений и сканирования с шестью степенями свободы, построенное на трёх двухкоординатных планарных приводах прямого действия и механизма параллельной кинематики на основе пространственной группы Ассура третьего класса [1] (рис. 1).

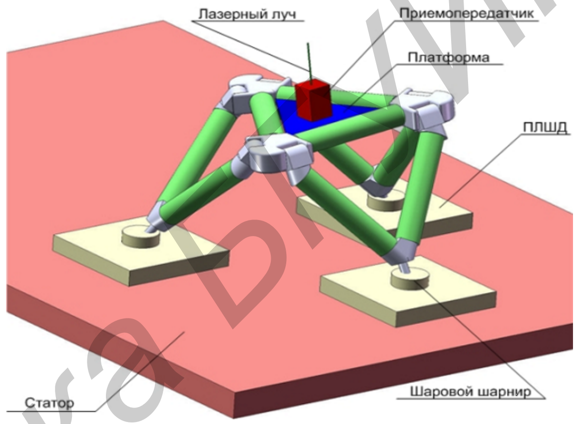

Рис. 1 – Механизм параллельной кинематики на планарных позиционерах

Рассмотрим математическое описание топологии отдельной параллельной кинематической цепи, например, AFB, связанной с платформой ABC вращательным соединением AB. Для этого фрагмента механизма на рис. 2 представлен выбор необходимых систем координат S_2 и S_3 и принятый угол ω_1, определяющий относительный поворот звена AFD по отношению к звену ABC во вращательном соединении AB.

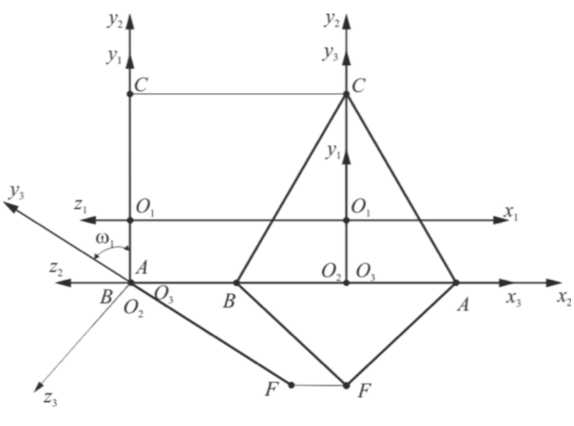

Рис. 2 – Фрагмент расчётной схемы

В соответствии с принятым координатным описанием топологии этого фрагмента (рис. 2) матрицы перехода M_{12} и M_{23} между соответствующими системами координат S_2 и S_1, S_3 и S_2 будут иметь вид(1).

С учетом (1) и (2) полная цепочка матричных преобразований координат положения точки F в систему координат S_0 будет иметь вид(3).

Так как положение точки F ограничено общей плоскостью перемещения точек D, E и F, то есть плоскостью x_0Oy_0, по которой осуществляется кинематическое замыкание тремя планарными позиционными (рис. 2), то аналитическое условие этого замыкания имеет вид: z_0^F. Или из (3) получим:

$$z_0^F = a_{32}\cdot\left(\cos\omega_1+\frac{1}{3}\right)-a_{33}\cdot\left(\sin\omega_1+\frac{1}{3}\right)+a_{34}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}$$

отсюда получим(4).

Выражение (4) позволяет найти два возможных значения угла $\omega_1(\omega_1^1, \omega_1^2)$ соответствующие двум конфигурационным вариантам положения подвижного звена AFB по отношению к плоскости x_0Oy_0. Координаты x_0^F и y_0^F положения точки F на этой плоскости определятся ч учётом найденного ω_1.

Аналогичным образом, как и для точки F, осуществляется алгоритмизация математических моделей для точек D и E.

На основании представленной выше модели алгоритмизации были разработаны программы компьютерного моделирования в среде MATLAB рассматриваемого механизма параллельной кинематики, с интерактивной визуализацией самого механизма и параметров и параметров и характеристик. Для тестового примера базовые конструктивные размеры исполнительного механизма были приняты следующими: геометрическая конфигурация механизма параллельной кинематики представляет собой раскрывающийся тетраэдр с четырьмя равносторонними треугольными звеньями со сторонами равными $a = 14$. Начальное положение рабочей платформы соответствует предельным координатам $x_{01} = 0, y_{01} = 0, z_{01} = a\frac{\sqrt{3}}{2}, \varphi = 0°, \theta = 0°, \psi = 0°$. В этом случае платформа параллельна основанию и находится на максимальном удалении от него всей предельной характеристики рабочей области. Установлено, что изменение координаты z_a возможно в пределах от 0 до $a\frac{\sqrt{3}}{2}$, границы рабочей области по x_{01} и y_{01} зависят только от размеров плоского статора. Угол φ может меняться в пределах от 0° до 360°. Угол θ меняется в пределах от минус $59,25°$ при $z = 6,2$ до плюс $59,25°$ при $z = 6,2$. Угол ψ может изменяться от минус $81,79°$ при $z = 8,0$ до плюс $68,40°$ при $z = 3,8$.

Было также проверено имитационное компьютерное моделирование траектории движения планарных сегментов привода при изменении положения платформы без учёта и с учётом их планарной геометрии. Это позволило разработать средствами MATLAB интерфейс интерактивной визуализации всей системы с возможностью проведения её интерактивного исследования по кинематическим характеристикам.

Список литературы

1. Моделирование механизмов параллельной кинематики в среде MATLAB/Simulink / С. Е. Карпович, [и др.]. – Минск : Бестспринт, 2013. – 153 с.
2. Системы многокоординатных перемещений в исполнительные механизмы для позиционного технологического оборудования / С. Е. Карпович, [и др.]. – Минск : Бестспринт, 2013. – 208 с.
3. Виттенбург, Й. Динамика систем твёрдых тел / Й. Виттенбург. – М: Мир, 1980. – 292 с.
4. Heimann, B. Mechatronika. Komponenty, metody, przyklady / B. Heimann, W. Gerth, K. Popp. – Warzawa : PWN, 2001. – 351 s.

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad M_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_1 & -\sin\omega_1 & 0 \\ 0 & \sin\omega_1 & \cos\omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & -\sin\varphi\cos\psi+\cos\varphi\sin\theta\sin\psi & \sin\varphi\sin\psi+\cos\varphi\sin\theta\cos\psi & x_{01} \\ \sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi\cos\psi+\sin\varphi\sin\theta\sin\psi & -\cos\varphi\sin\psi+\sin\varphi\sin\theta\cos\psi & y_{01} \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi & z_{01} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$R_0^F = M_{01}\cdot M_{12}\cdot M_{23}\cdot R_3^F; \qquad R_0^F = a\frac{\sqrt{3}}{2}\begin{bmatrix} a_{12}(\cos\omega_1+\frac{1}{3})-a_{13}(\sin\omega_1+\frac{1}{3})+a_{14}\frac{2}{\sqrt{3}} \\ a_{22}(\cos\omega_1+\frac{1}{3})-a_{23}(\sin\omega_1+\frac{1}{3})+a_{24}\frac{2}{\sqrt{3}} \\ a_{32}(\cos\omega_1+\frac{1}{3})-a_{33}(\sin\omega_1+\frac{1}{3})+a_{34}\frac{2}{\sqrt{3}} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\cos\omega_1 = \frac{-M_1\cdot P_1 \pm \sqrt{-M_1^2\cdot P_1^2-(M_1^2+N_1^2)^2\cdot(P_1^2-N_1^2)^2}}{M_1^2+N_1^2} \tag{4}$$

где $M_1 = aa_{32}\frac{\sqrt{3}}{2}; N_1 = aa_{33}\frac{\sqrt{3}}{2}; P_1 = \frac{aa_{32}}{2\sqrt{3}} - a_{34}$.