АНАЛИЗ МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ ВИРУСОВ В ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ С УЧЕТОМ СИГНАЛОВ

Науменко В. В.
Кафедра стохастического анализа и эконометрического моделирования, Гродненский государственный университет им. Я. Купалы
Гродно, Республика Беларусь
E-mail: victornn86@gmail.com

Рассматривается G-сеть массового обслуживания с сигналами в переходном режиме, которая может использоваться при моделировании поведения вирусов в информационно-телекоммуникационных системах и сетях. Доказано, что вероятности состояний сети удовлетворяют определенной системе разностно-дифференциальных уравнений. Для их нахождения применена методика, основанная на использовании аппарата многомерных производящих функций. Получено выражение для производящей функции, с помощью которой найдены зависящие от времени вероятности состояний сети. Получено также выражение для нахождения среднего числа заявок в системах сети

Введение

Построение и исследование математических моделей для оценки качества функционирования современных информационно-телекоммуникационных систем и сетей является важной задачей. Это обусловлено необходимостью повышения надежности передачи и обработки информации в них. Необходимо, чтобы такие модели учитывали как характерные особенности систем, так и возможное влияние различных дестабилизирующих факторов, как например, внезапные сбои, попадание вирусов, потеря передаваемых или обрабатываемых данных.

Чтобы учесть подобные факторы в [1] предложена концепция отрицательных заявок и связанных с ними сетей (G-сетей) и систем массового обслуживания (СМО). При поступлении в систему сети отрицательная заявка уничтожает одну положительную заявку, если таковая имеется в наличии в данной системе, тем самым уменьшая число положительных заявок в системе на единицу. Затем отрицательная заявка исчезает из сети, не получив никакого обслуживания.

Воздействие внешней среды на процесс очереди положительных заявок может оказываться не только отрицательными заявками, но и поступающими извне сигналами-триггерами, действие которых заключается в мгновенном перемещении положительной заявки из данной системы в некоторую другую систему сети. Таким образом, триггер, в отличие от отрицательной заявки, не уничтожает положительную заявку, а лишь мгновенно перемещает ее с заданной вероятностью из данной системы в некоторую другую систему сети.

К примеру, в компьютерных сетях "положительными" заявками являются задания, а "отрицательными" заявками – компьютерные вирусы. Это соответствует тому, что при поступлении в компьютерную сеть вирус уничтожает или наносит вред, заражает одну из исполняемых программ, уменьшая количество действующих программ или запросов в системе на единицу. Затем вирус исчезает из сети, не получая для себя никакого обслуживания. Сети МО с сигналами (отрицательными заявками и/или триггерами) используются при аналитическом моделировании информационно-телекоммуникационных систем и сетей, при этом отрицательные заявки могут возникать, например, при моделировании компьютерных вирусов, а введение триггеров позволяет управлять нагрузкой в сети.

I. Описание сетевой модели

Рассмотрим открытую G-сеть МО с n однолинейными СМО. В СМО S_i извне (из системы S_0) поступает поток положительных (обычных) заявок с интенсивностью λ_{0i}^{+} и дополнительный поток сигналов, который также является пуассоновским с интенсивностью λ_{0i}^{-}, $i=\overline{1,n}$. Длительности обслуживания положительных заявок в СМО S_i распределены экспоненциально с параметром μ_i, $i=\overline{1,n}$. После окончания обслуживания положительной заявки в СМО S_i, она направляется в СМО S_j с вероятностью p_{ij}^{+} опять как положительная заявка, с вероятностью p_{ij}^{-} – как сигнал и с вероятностью $p_{i0} = 1-\sum_{j=1}^{n}(p_{ij}^{+}+p_{ij}^{-})$ уходит из сети во внешнюю среду, $i,j=\overline{1,n}$. Таким образом, в сети циркулируют не только положительные заявки, но и сигналы.

Сигнал, поступающий в пустую систему (в которой нет положительных заявок), не оказывает на сеть никакого влияния и сразу исчезает из нее. В противном случае, если система не пуста, когда в нее поступает сигнал, то могут произойти следующие события: поступающий сигнал мгновенно перемещает положительную заявку из системы S_j в систему S_s с вероятностью q_{js}, в этом случае сигнал называют триггером; или с вероятностью $q_{j0} = 1-\sum_{s=1}^{n} q_{js}$

сигнал срабатывает как отрицательная заявка и уничтожает в СМО S_j положительную заявку [2]. Под состоянием сети будем понимать вектор $k(t)=(k,t)=(k_1,k_2,...,k_n,t)$, где k_i – число заявок в момент времени n в системе S_i, $i=\overline{1,n}$.

II. Нахождение вероятностей состояний и среднего числа заявок в системах сети

Вероятности состояний рассматриваемой сети удовлетворяют системе разностно-дифференциальных уравнений:

$$\frac{dP(k,t)}{dt}=-\sum_{i=1}^{n}[\lambda_{0i}^{+}+(\lambda_{0i}^{-}+\mu_i)u(k_i)]P(k,t)+$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\{\lambda_{0i}^{+}u(k_i)P(k-I_i,t)+$$
$$+(\mu_i p_{i0}+\lambda_{0i}^{-}q_{i0})P(k+I_i,t)+$$
$$+\sum_{j=1}^{n}[\mu_i(1-u(k_j))p_{ij}^{-}P(k+I_i,t)+$$
$$+(\mu_i p_{ij}^{+}+\lambda_{0i}^{-}q_{ij})u(k_j)P(k+I_i-I_j,t)+$$
$$+\mu_i p_{ij}^{-}q_{j0}P(k+I_i+I_j,t)+$$
$$+\sum_{s=1}^{n}\mu_i p_{ij}^{-}q_{js}u(k_s)P(k+I_i+I_j-I_s,t)]\},$$

где I_i – вектор размерности n, состоящий из нулей, за исключением компоненты с номером i, которая равна 1, $i=\overline{1,n}$; $u(x/)=\{\begin{matrix}1,x>0\\0,x\le 0\end{matrix}/.$ – функция Хевисайда.

Предположим, что все системы сети функционируют в режиме высокой нагрузки, т.е. $k_i(t/)>0$, $\forall t>0$, $i=\overline{1,n}$. Будем считать, что в начальный момент времени сеть находится в состоянии $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n,0)$, $\alpha_i>0$, $i=\overline{1,n}$, $P(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n,0)=1$, $P(k_1,k_2,...,k_n,0)=0$, $\forall\alpha_i\neq k_i$, $i=\overline{1,n}$.

Обозначим через $\Psi_n(z,t)$, где $z=(z_1,z_2,...,z_n)$, n-мерную производящую функцию:

$$\Psi_n(z,t)=\sum_{k_1=0}^{\infty}\sum_{k_2=0}^{\infty}...\sum_{k_n=0}^{\infty}P(k,t)\prod_{i=1}^{n}z_i^{k_i}.$$

Доказано, что выражение для нее имеет вид

$$\Psi_n(z,t)=a_0(t)\sum_{l_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{l_n=0}^{\infty}\sum_{c_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{c_n=0}^{\infty}\sum_{r_1=0}^{\infty}\cdots$$
$$\cdots\sum_{r_n=0}^{\infty}\sum_{u_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{u_n=0}^{\infty}\sum_{w_1=0}^{\infty}\cdots$$
$$\cdots\sum_{w_n=0}^{\infty}t^{\sum_{i=1}^{n}(l_i+c_i+r_i+u_i+w_i)}\times$$
$$\times\prod_{i=1}^{n}\frac{\lambda_{0i}^{+\,l_i}(\mu_i p_{i0}+\lambda_{0i}^{-}q_{i0})^{c_i}\prod_{j=1}^{n}(\mu_i p_{ij}^{+}+\lambda_{0i}^{-}q_{ij})^{r_i}}{l_i!c_i!r_i!u_i!w_i!}\times$$
$$\times(\mu_i\prod_{j=1}^{n}p_{ij}^{-}q_{j0})^{u_i+w_i}(\mu_i\prod_{j=1}^{n}\prod_{s=1}^{n}q_{js})^{w_i}\times$$
$$\times z_i^{\alpha_i+l_i-c_i-r_i-u_i+R-U-W}\quad(1),$$

где $R=\sum_{i=1}^{n}r_i$, $U=\sum_{i=1}^{n}u_i$, $W=\sum_{i=1}^{n}w_i$,

$$a_0(t)=\{-\sum_{i=1}^{n}(\lambda_{0i}^{+}+\lambda_{0i}^{-}+\mu_i)t\}.$$

Вероятность состояния $P(k_1,k_2,...,k_n,t)$ является коэффициентом при $z_1^{k_1}z_2^{k_2}...z_n^{k_n}$ в разложении функции $\Psi_n(z,t)$ в многократный ряд (1), при условии, что в начальный момент времени сеть находится в состоянии $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n,0)$.

С помощью производящей функции можно также найти и различные средние характеристики сети в переходном режиме. Продифференцировав производящую функцию (1) по z_m и положив $z_i=1$, $i=\overline{1,n}$, получим соотношение для среднего числа заявок в системе S_m, $m=\overline{1,n}$:

$$N_m(t)=a_0(t)\sum_{k_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{k_n=1}^{\infty}k_m\sum_{r_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{r_n=0}^{\infty}\sum_{u_1=0}^{\infty}\cdots$$
$$\cdots\sum_{u_n=0}^{\infty}\sum_{w_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{w_n=0}^{\infty}\sum_{c_1=0}^{\alpha_1-r_1+R-u_1-U-W-1}\cdots$$
$$\cdots\sum_{c_n=0}^{\alpha_n-r_n+R-u_n-U-W-1}t^{\sum_{i=1}^{n}(k_i-\alpha_i+2c_i+2r_i-R+2u_i+U+W)}\times$$
$$\times\prod_{i=1}^{n}\frac{\lambda_{0i}^{+\,l_i}(\mu_i p_{i0}+\lambda_{0i}^{-}q_{i0})^{c_i}\prod_{j=1}^{n}(\mu_i p_{ij}^{+}+\lambda_{0i}^{-}q_{ij})^{r_i}}{l_i!c_i!r_i!u_i!w_i!}\times$$
$$\times\frac{(\mu_i\prod_{j=1}^{n}p_{ij}^{-}q_{j0})^{u_i+w_i}(\mu_i\prod_{j=1}^{n}\prod_{s=1}^{n}q_{js})^{w_i}}{(k_i-\alpha_i+c_i+r_i-R+u_i+U+W)!}.$$

III. Список литературы

1. Gelenbe, E. Product form queueing networks with negative and positive customers // J. Appl. Prob. – 1991. – Vol. 28. – P. 656–663.
2. Gelenbe, E. G-networks with triggered customer movement // J. Appl. Prob. – 1993. – Vol. 30. – P. 742–748.