СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Стрижнев А. Г., Русакович А. Н., Ледник Г. В.
НПООО «ОКБ ТСП»
Минск, Республика Беларусь
E-mail: aliaksei.rusakovich@gmail.com

Осуществлен синтез цифрового регулятора для электрогидравлической системы с астатическим объектом управления пятого порядка, содержащим в своем составе два колебательных звена. С помощью математического моделирования проведена проверка работы системы с данным объектом управления и рассчитанным для него цифровым регулятором. Полученные результаты рекомендуется использовать при практической реализации аналогичных цифровых систем автоматического управления.

Введение

Для получения требуемого качества переходного процесса системы автоматического управления (САУ) необходимо выбрать корректирующее устройство, которое может быть синтезировано аналитическим способом и реализовано программно. В [1] осуществлен расчет цифровых регуляторов (ЦР) для различных объектов управления (ОУ) не выше четвертого порядка. На практике не всегда удается представить ОУ в упрощенном виде, например, электрогидравлическая САУ [2] может иметь передаточную функцию (ПФ) четвертого, пятого и более высокого порядка. В связи с этим возникла необходимость расчета ЦР для астатического ОУ пятого порядка, содержащего два колебательных звена.

I. Схема САУ и расчет ЦР

Обобщенная функциональная схема [1] САУ с ОУ $G(s)$ приведена на рис. 1, где

$$G\left(s\right)=\alpha/s\left(s^2+bs+a\right)\left(s^2+ds+c\right), \qquad (1)$$

$\alpha=30700c^{-5}$; $a=225c^{-2}$; $b=27c^{-1}$; $c=250c^{-2}$; $d=1,6c^{-1}$.

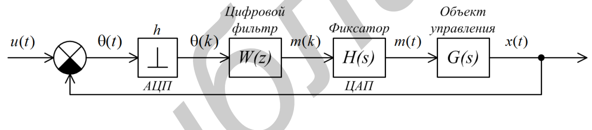

Рис. 1 – Функциональная схема САУ

Наличие в системе ЦР позволяет при входном воздействии типа ступенчатой функции и нулевых начальных условиях осуществить оптимальный переходной процесс без перерегулирования за конечное и минимальное время. Для получения такого процесса в системе, необходимо определить требуемую ПФ $W(z)$ ЦР. Наиболее просто $W(z)$ определяется численным методом переменного коэффициента усиления с использованием оптимальных управляющих воздействий. Для расчета составлена схема [3] аналогового моделирования (рис. 2), где ЦР представлен усилителем с переменным коэффициентом усиления.

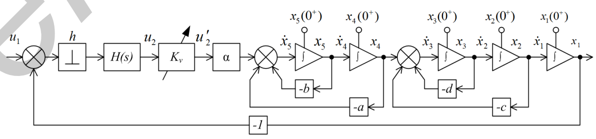

Рис. 2 – Схема аналогового моделирования САУ с цифровым регулятором

Такой усилитель располагается после фиксатора, причем, согласно [1, 4], в любой момент времени $t=\nu h^+$, $\nu=0,1,2,\ldots$, вход u_2 и выход u_2' этого усилителя связаны линейным соотношением $u_2'\left(\nu h^+\right)=K_\nu u_2\left(\nu h^+\right)$. Передаточная функция ЦР имеет вид [1]:

$$W\left(z\right)=\frac{K_0u_2\left(0^+\right)+K_1u_2\left(h^+\right)z^{-1}+K_2u_2\left(2h^+\right)z^{-2}+K_3u_2\left(3h^+\right)z^{-3}+K_4u_2\left(4h^+\right)z^{-4}}{u_2\left(0^+\right)+u_2\left(h^+\right)z^{-1}+u_2\left(2h^+\right)z^{-2}+u_2\left(3h^+\right)z^{-3}+u_2\left(4h^+\right)z^{-4}}=$$

$$=K_0\frac{1+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+b_3z^{-3}+b_4z^{-4}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+a_3z^{-3}+a_4z^{-4}} \qquad (2)$$

где $u_2\left(0^+\right)=1$; $a_1=u_2\left(h^+\right)$; $a_2=u_2\left(2h^+\right)$; $a_3=u_2\left(3h^+\right)$; $a_4=u_2\left(4h^+\right)$;
$b_1=\frac{K_1}{K_0}u_2\left(h^+\right)$; $b_2=\frac{K_2}{K_0}u_2\left(2h^+\right)$; $b_3=\frac{K_3}{K_0}u_2\left(3h^+\right)$; $b_4=\frac{K_4}{K_0}u_2\left(4h^+\right)$;

Оптимальные управляющие воздействия $u_2'\left(\nu h^+\right)$ для ОУ (1) приведены в литературе [1] в виде коэффициентов ПФ (2):

$$K_0=\frac{ac}{\alpha h\left(1-2\sqrt{B}\cos kh+B\right)\left(1-2\sqrt{D}\cos\mu h+D\right)};$$

$$b_1=-2\left(\sqrt{B}\cos kh+\sqrt{D}\cos\mu h\right);$$

$b_2 = B + D + 4\sqrt{BD}\cos kh \cos \mu h;$
$b_3 = -2\left(B\sqrt{D}\cos \mu h + D\sqrt{B}\cos kh\right);$
$b_4 = BD;\ B = e^{-bh};\ D = e^{-dh};$
$k = \sqrt{a - b^2/4};\ \mu = \sqrt{c - d^2/4};$

Следовательно, задача синтеза ЦР сводится к определению недостающих коэффициентов ПФ (2). Из схемы рис.2 записаны дифференциальные уравнения состояния и уравнения переходных состояний:

$\dot{u}_1 = 0;\ \dot{x}_1 = x_2;\ \dot{x}_2 = x_3;\ \dot{x}_3 = x_4 - dx_3 - cx_2;$ $\dot{x}_4 = x_5;\ \dot{x}_5 = \alpha u_2 - ax_4 - bx_5;\ \dot{u}_2 = 0;$

$u_1(\nu h^+) = u_1(\nu h);\ x_1(\nu h^+) = x_1(\nu h); \ldots;$ $x_5(\nu h^+) = x_5(\nu h);\ u_2(\nu h^+) = u_1(\nu h) - x_1(\nu h).$

Переписывая уравнения в векторно-матричной форме $\dot{\mathbf{v}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{v}(\tau)$ и $\mathbf{v}(\nu h^+) = \mathbf{B}\mathbf{v}(\nu h)$, получены матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и векторы $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}(0)$. Методом комплексной плоскости по матрице $\mathbf{A}$ определена матрица перехода $\mathbf{\Phi}(t) = e^{\mathbf{A}t} = L^{-1}\left\{[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\right\}$, где $\mathbf{I}$ – единичная матрица. С учетом усилителя с переменным коэффициентом усиления определена дискретная матрица перехода $\mathbf{\Phi}(h, K_\nu)$. Далее последовательно определены [1] требуемые векторы состояния $\mathbf{v}(\nu h^+)$ в интервалах прерывания мгновенного ключа. Используя векторы состояния $\mathbf{v}(\nu h^+)$, определены неизвестные коэффициенты K_1, K_2, K_3, после подстановки которых в выражение (2), получены коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 ПФ ЦР (2) в окончательном виде:

$$\begin{aligned}
&a_1 = 1 - \tfrac{\alpha K_0}{ac}\left\{\sqrt{B}I\,(B_1\cos kh + M) + \sqrt{D}I\,(D_1\cos\mu h + N) - \tfrac{ad+bc}{ac} + h\right\};\\
&a_2 = 1 - \tfrac{\alpha K_0}{ac}\left\{\sqrt{B}I\,((B_1 + 2D_1)\cos kh - M) + \sqrt{D}I\,((D_1 + 2B_1)\cos\mu h - N) - I\,(BB_1 + DD_1) - \right.\\
&\left. - 2\sqrt{BD}I\,((B_1\cos kh + M)\cos\mu h + (D_1\cos\mu h + N)\cos kh) + h\,(1 + b_1)\right\};\\
&a_3 = 1 - \tfrac{\alpha K_0}{ac}\left\{\sqrt{B}DI\,((B_1 + 2D_1)\cos kh + M) + B\sqrt{D}I\,((D_1 + 2B_1)\cos\mu h + N) - I\,(BD_1 + \right.\\
&\left. + DB_1) - 2\sqrt{BD}I\,((B_1\cos kh - M)\cos\mu h + (D_1\cos\mu h - N)\cos kh) + h\,(1 + b_1 + b_2)\right\}; \qquad (3)\\
&a_4 = 1 - \tfrac{\alpha K_0}{ac}\left\{\sqrt{B}DI\,(B_1\cos kh - M) + B\sqrt{D}I\,(D_1\cos\mu h - N) - BD\tfrac{ad+bc}{ac} + h\,(1 + b_1 + b_2 + b_3)\right\};
\end{aligned}$$

где $M = B_2\sin kh/2k;\ N = D_2\sin\mu h/2\mu;\ B_1 = c\left(b^3 - b^2d - 2ab + bc + ad\right)/a;$
$B_2 = c\left(b^4 - b^3d - 4ab^2 + b^2c + 3abd + 2a^2 - 2ac\right)/a;\ D_1 = a\left(d^3 - bd^2 - 2cd + bc + ad\right)/c;$
$D_2 = a\left(d^4 - bd^3 - 4cd^2 + ad^2 + 3bcd + 2c^2 - 2ac\right)/c;\ I = 1/(c-a)^2 + (bc - ad)(b - d);$

Коэффициенты ПФ ЦР определены непосредственно через параметры ПФ ОУ (1) и шаг квантования h.

II. Моделирование работы системы

Для известных значений параметров ОУ (1) по формулам (2, 3) определены коэффициенты ЦР при $h = 0,1c$:

$K_0 = 14,964;\ b_1 = -0,3962;\ b_2 = 0,913;$
$b_3 = -0,3497;\ b_4 = 0,0573;\ a_1 = 0,9773;$
$a_2 = 0,6462;\ a_3 = 0,1352;\ a_4 = 0,0034.$

Проверка работы системы (рис. 2) осуществлена путем моделирования переходных процессов в среде Simulink пакета MATLAB.

Переходные процессы в системе с объектом $G(s)$ и ЦР $W(z)$, при единичном ступенчатом воздействии, показаны на рис. 3.

Рис. 3 – Переходные процессы в системе с ЦР $W(z)$

Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие длится пять шагов квантования $h = 0,1c$, и переходной процесс (рис. 2) заканчивается за время, равное 0,5 с.

III. Заключение

Полученные формулы позволяют произвести расчет ЦР для системы с астатическим ОУ пятого порядка, содержащим в своем составе два колебательных звена. Математическое моделирование подтверждает, что переходный процесс в системе длится пять шагов квантования h и заканчивается за время, равное 0,5с. Рекомендуется использовать полученные результаты при реализации аналогичных цифровых САУ.

1. Гостев, В. И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами: справочник / В. И. Гостев, В. К. Стеклов. — Киев: Радіоаматор, 1998. — 704 с.
2. Баунин, В. Г. Моделирование цифровой электрогидравлической следящей системы с силовым гидроцилиндром в среде MATLAB / В. Г. Баунин, Н. В. Швецов // Труды Второй Всеросс. науч. конф. «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». — М.: ИПУ РАН, 2004. — с. 841–858.
3. Гостев, В. И. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления / В. И. Гостев, Д. А. Худолий, А. А. Баранов. — Киев: Радіоаматор, 2000. — 400 с.
4. Ту, Ю. Современная теория управления / Ю. Ту. — М.: Машиностроение, 1971. — 472 с.