КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ КРОВЕЛЬНЫХ ПАНЕЛЕЙ

Курочка К. С., Стефановский И. Л.
Кафедра «Информационные технологии»,
Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого
Гомель, Республика Беларусь
E-mail: kurochka@gstu.by, igorst@gstu.by

Изложено построение конечно-элементной математической модели многослойной кровельной панели с использованием двумерного конечного элемента. Построенная модель позволяет оценить напряженно-деформированное состояние кровельной панели под действием статической нагрузки, при уменьшении размерности матрицы жесткости.

Введение

Трехслойные кровельные панели (рис. 1) обладают высокими теплотехническими и звукоизоляционными свойствами, дешевы в производстве, просты в монтаже [1]. Минераловатный утеплитель на основе базальтового волокна, применяемый в качестве среднего слоя, обеспечивает несгораемость панели и экологическую безопасность при пожаре.

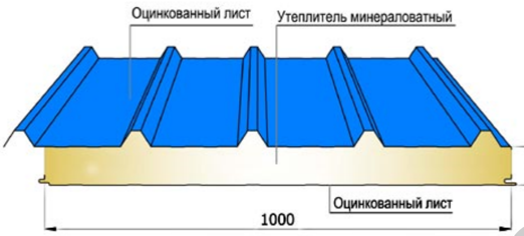

Рис. 1 – Кровельная панель

Для обеспечения безопасной эксплуатации кровельных панелей необходимо изучить их напряженно-деформируемое состояние в условиях действия статических (действие снега) и динамических нагрузок (ветровые нагрузки).

Кровельные панели состоят из трех слоев с различными прочностными характеристиками. Первый (верхний) слой представляет собой тонкую гофрированную стальную пластину, воспринимающую изгибные усилия. Второй (средний) слой – минераловатный утеплитель, имеющий значительную толщину, воспринимающий поперечную силу и касательные напряжения, обеспечивает совместность работы обшивок. Третий (нижний) слой – тонкая слабопрофилированная пластина, воспринимающая растяжения. Для математического моделирования подобных конструкций в том числе используется метод конечных элементов [2]. Обшивки моделируются пластинчатыми конечными элементами прямоугольной формы [3]. Для моделирования среднего слоя используются трехмерные конечные элементы с восемью узлами.

Такой подход приводит к получению матриц жесткости больших размерностей, что увеличивает использование памяти вычислительных систем и времени расчета, особенно при расчете воздействия динамической нагрузки.

I. Конечно-элементная модель

Для решения этой проблемы авторами в данной работе предлагается использовать двумерный конечный оболочечный элемент, использующий соотношения для внутренней работы каждого слоя в отдельности, что позволяет учитывать геометрическую и физическую нелинейности, а также неоднородность по слоям оболочки. В разработанной однослойной модели двумерный элемент представляет все слои кровельной панели.

Для описания обшивок кровельной панели используется гипотеза тонких пластинок Кирхгофа [4], для описания среднего слоя заполнителя – гипотеза пластин средней толщины Рейсснера [5].

Воспользуемся вариационным принципом Лагранжа [6], согласно которому задача решается в перемещениях, с минимизацией полной потенциальной энергии системы.

Потенциальная энергия деформации кровельной панели:

$$U_{plate} = U_{Ktop} + U_R + U_{Kbottom},$$

где U_R – потенциальная энергия среднего слоя пластины, вычисленная в соответствии с гипотезами Рейсснера, U_K – потенциальная энергия верхнего и нижнего слоев пластины, вычисленная в соответствии с гипотезами Кирхгофа.

Потенциальная энергия деформации среднего слоя (1). Потенциальная энергия деформации верхнего слоя:

$$U_{Ktop} = \frac{1}{2}\int_{A_e}\int_0^h \left\{\varepsilon_b^0\right\}^T \left\{\sigma_b^0\right\} dAdz.$$

Потенциальная энергия деформации нижнего слоя:

$$U_{Kbottom} = \frac{1}{2}\int_{A_e}\int_2^h \left\{\varepsilon_b^2\right\}^T \left\{\sigma_b^2\right\} dAdz.$$

Векторы напряжений:

$$\{\sigma_b\}^T = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}, \{\sigma_s\}^T = \{\tau_{yz}, \tau_{zx}\}.$$

Векторы деформаций:

$$\{\varepsilon_b\}^T = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}\}, \{\varepsilon_s\}^T = \{\gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}.$$

Потенциал поверхностных сил, действующих на кровельную панель:

$$A_{plate} = -\int_{A_e} \{u\}^T \{F\} dA,$$

где $\{u\}^T$ – вектор перемещений; $\{F\}$ – вектор усилий, содержащий нагрузки, действующие на верхний слой панели.

Согласно теореме Лагранжа состояние равновесия консервативной механической системы устойчиво тогда и только тогда, когда ее полная потенциальная энергия минимальна. Необходимое условие минимума полной энергии записывается в виде вариационного уравнения Лагранжа:

$$\delta P = \delta U_{plate} + \delta A_{plate} = 0. \qquad (2)$$

Решая уравнение (2) относительно перемещений находим прогибы кровельной панели.

II. Результаты

При расчете использовалась однопролетная схема с пролетом 3 м. Равномерно-распределенная нагрузка, эквивалентная действию снеговой, принималась в диапазоне от 0,5 кПа до 3,5 кПа. Утеплитель принимался изотропным. Физико-механические характеристики слоев кровельной панели соответствуют [1]. Нагрузка прикладывалась к первому слою кровельной панели. В качестве граничных условий были использованы полное защемление кровельной панели по периметру (перемещения во всех направлениях равны нулю). Конечно-элементная сетка составила 20х20 элементов. Сопоставление с результатами исследования [1] показало сходимость, достаточную для практического применения.

Заключение

Предлагаемый конечный элемент имеет 12 степеней свободы. При моделировании панели в программном комплексе ANSYS с использованием элементов solid185 (трехмерный элемент с восемью узлами) и shell181 (пластинки прямоугольной формы) количество степеней свободы составляет 72 степени на один элемент панели.

Разработанный конечный элемент позволяет уменьшить размерность матрицы жесткости и систем разрешающих уравнений. Предлагаемую модель можно использовать при расчете многослойных конструкций под действием статических нагрузок, обеспечивая экономию вычислительных ресурсов и оперативной памяти вычислительных систем.

Список литературы

1. Ильдаров, Е. В. Экспериментально-теоретическая оценка надежности трехслойных кровельных панелей с ортотропным средним слоем из минеральной ваты на основе базальтового волокна: автореф. дис. канд. тех. наук: 05.23.01 / Е. В. Ильдаров; Самарский гос. архитектурно-строительный ун-т – Самара., 2012. – 23 с.
2. Zienkiewicz, O. C. The finite element method for solid and structural mechanics. Sixth edition / O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor. – Oxford: Elsivier, 2005. – 631 p.
3. Тимошенко, С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1966. – 635 с.
4. Chapelle, D. The Finite Element Analysis of Shells – Fundamentals / D. Chapelle, K–J Bathe. – Berlin.: Springer, 2009. – 426 p.
5. Андреев, А. Н. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: изгиб, устойчивость, колебания / А. Н. Андреев, Ю. В. Немировский. – Новосибирск: Наука, 2001. – 288 с.
6. Chapelle, D. The Finite Element Analysis of Shells – Fundamentals / D. Chapelle, K–J Bathe. – Berlin.: Springer, 2009. – 426 p.

$$U_R = \frac{1}{2}\int_{A_e}\int_0^h \{\varepsilon_b^1\}^T \{\sigma_b^1\} dAdz + \frac{1}{2}\int_{A_e}\int_0^h \{\varepsilon_s^1\}^T \{\sigma_s^1\} dAdz. \qquad (1)$$

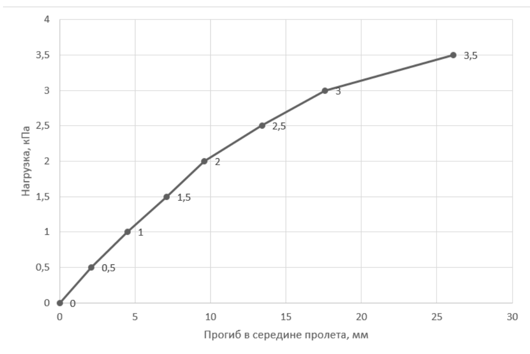

Рис. 2 – Зависимость перемещений в середине кровельной панели от нагрузки