

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ КАК СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Нестеренков С. Н., Белов К. П.

Кафедра информатики, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
Минск, Республика Беларусь  
E-mail: nsn@bsuir.by, showc7@gmail.com

*Сформулирована задача многомерной оптимизации и предложено ее решение, базирующееся на генетическом алгоритме. Рассмотрены плюсы и минусы данного подхода, а также примеры задач, в которых он может быть применен.*

## ВВЕДЕНИЕ

Задачи многомерной оптимизации распространены в практической деятельности людей [1]. Например, оптимизационные модели строятся при решении инженерных, статистических, финансовых и других проблем [2].

Задачей оптимизации в математике называется задача нахождения экстремума (минимума или максимума) вещественной функции в заданной области определения [3,4].

Постановка задачи оптимизации [5]:

Сформулируем математически задачу оптимизации. Среди элементов  $x$ , образующих множества  $X$ , необходимо найти такой элемент  $x^*$ , который предоставляет минимальное значение  $f(x^*)$  заданной функции  $f(x)$ .

Для корректной постановки задачи оптимизации необходимо задать [1]:

1. Допустимое множество — множество  $X = \{x \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m\} \subset \mathbb{R}^n$ ;
2. Целевую функцию — отображение  $X \rightarrow \mathbb{R}$
3. Критерий поиска (max или min).

Тогда решить задачу  $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}$  означает одно из:

Показать, что  $X = \emptyset$ .

Показать, что целевая функция  $f(x)$  не ограничена снизу.

Найти  $x^* \in X : f(x^*) = \min_{x \in X} f(x)$ . Если  $\nexists x^*$ , то найти  $\inf_{x \in X} f(x)$ .

При решении задачи многомерной оптимизации можно сказать, что  $\vec{x}$  является вектором, состоящим из всех элементов векторов целевых функций, значения которых необходимо оптимизировать.

Обучение нейронной сети также можно представить как задачу оптимизации. В таком случае целевой функцией будет являться набор весовых коэффициентов сети. Также возможно осуществить подбор функций активации.

## I. ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ

Генетический алгоритм является алгоритмом эволюционных вычислений [6]. Его можно применить для нахождения значений вектора целевой функции.

Для нахождения экстремума не целочисленной функции в  $n$ -мерном пространстве применение графических методов не является возможным (в силу невозможности графической интерпретации  $n$ -мерного пространства), а аналитические методы, как правило, требуют помимо исследуемой функции указания дополнительных параметров [7,8]. Поэтому в  $n$ -мерном пространстве решение задачи происходит численными методами. Эти методы многомерной оптимизации, в свою очередь, могут быть классифицированы следующим образом:

1. сканирование,
2. покоординатный поиск,
3. градиентные методы
  - 3.1. собственно градиентный,
  - 3.2. метод крутого восхождения,
  - 3.3. метод сопряженных градиентов

## II. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ РАБОТЫ АЛГОРИТМА

Генетический алгоритм состоит из следующих шагов [9]:

1. Случайным образом генерируется конечный набор пробных решений:  
 $P^1 = \{p_1^1 \dots p_n^1\}, p_i^1 \in X$   
(первое поколение,  $n$  - размер популяции).
2. Оценка приспособленности текущего поколения производится при помощи:  
 $F^k = \{f_1^k \dots f_n^k\}, f_i^k = W(p_i^k)$   
в терминологии генетического алгоритма это называется фитнес-функцией.
3. Выход, если выполняется критерий останова (вымирание всех особей или достижение максимально возможного числа итераций, или нахождение решения в пределах доверительного интервала), иначе
4. Генерация нового поколения посредством операторов селекции  $S$ , скрещивания  $C$  и мутаций  $M$ :  
 $P^{k+1} = M \cdot C \cdot S(P^k, F^k)$  и переход к пункту 2.

В процессе селекции выживают (отбираются) только несколько лучших пробных решений, остальные далее не используются. Скрещивание вместо двух особей создает новую, элементы которой перемешаны каким-то особым образом. Мутация

случайным образом меняет случайно выбранную компоненту пробного решения на иную.

### III. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Фитнес-функция должна быть подобрана таким образом, чтобы показывать, насколько текущее решение соответствует ожидаемому [10]. Соответственно, для решения конкретной задачи данную функцию необходимо подбирать в зависимости от того, какого результата необходимо добиться.

Описанный подход не позволит найти экстремумы функции, но сможет подобрать коэффициенты функций в соответствии с их экстремумами.

1. сгенерируем конечный набор пробных решений:

$$P^1 = \{p_1^1 \dots p_n^1\}, \quad p_i^1 \in X,$$

где  $p_i^1$  представляет собой вектор значений компонент целевой функции

2. произведем оценку приспособленности текущего поколения:

$$F^k = \{f_1^k \dots f_n^k\}, \quad f_i^k = W(p_i^k),$$

где  $W(p_i^k)$  - фитнес-функция

3. завершим работу алгоритма, если найдено оптимальное решение, иначе
4. сгенерируем новое поколение, используя функции селекции и скрещивания (каким именно образом следует проводить селекцию и скрещивание, оговаривать не будем, так как подойдет любая из возможных реализаций).

### IV. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОДХОДА

Данный подход оптимизации является обобщенным и может быть использован для решения широкого спектра задач, например, для решения задачи составления расписания пар преподавателей, причем в данную задачу можно внести еще дополнительные переменные, такие как часы занятости преподавателей другими видами деятельности, а также часы занятости студентов (в случае посещения ими занятий в других организациях) [11].

### V. ПРОБЛЕМА МНОГОЭКСТРЕМАЛЬНОСТИ

Существуют функции с несколькими локальными минимумами. Такие функции называются многоэкстремальными, для некоторых алгоритмов оптимизации они могут являться проблемой.

Генетический алгоритм в силу своей псевдослучайной природы обходит это ограничение при достаточном размере популяции, так как на каждой итерации мы генерируем некоторое количество новых особей, которые могут лежать в любой точке области значений функции.

Также в силу выбора начальных решений они будут равномерно разбросаны по всему множеству возможных значений, что в свою очередь в конечном итоге даст еще более лучший результат.

### VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Недостатком использования генетического алгоритма как способа решения задач многомерной оптимизации является то, что он по сути своей представляет оптимизированный перебор. В связи с этим генетический алгоритм может иметь довольно большое, а во многих случаях и неприемлемое время нахождения решения (при условии, что критерием останова является попадание найденного решения в доверительный интервал вероятности, а не достижение порогового значения итераций). В случае, когда критерием останова считается пороговое значение итераций, можно получить решение, не вполне удовлетворяющее ожиданиям.

### VII. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абакаров А. Ш., Сушков Ю. А. Статистическое исследование одного алгоритма глобальной оптимизации. — Труды ФОРА, 2004.
2. В работе Widrow B., Hoff M.E. Adaptive switching circuits. 1960 IRE WESTCON Conferencion Record. — New York, 1960
3. В. В. Круглов, В. В. Борисов — Искусственные нейронные сети. Теория и практика — с.11
4. Мак-Каллок У. С., Питтс В. Логическое исчисление идей, относящихся к нервной активности // Автоматы / Под ред. К. Э. Шеннона и Дж. Маккарти. — М.: Изд-во иностр. лит., 1956. — С. 363—384. (Перевод английской статьи 1943 г.)
5. Горбань А. Н. Кто мы, куда мы идём, как путь наш измерить? Пленарный доклад на открытии конференции Нейроинформатика-99 (МИФИ, 20 января 1999). Журнальный вариант: Горбань А. Н. Нейроинформатика: кто мы, куда мы идём, как путь наш измерить // Вычислительные технологии. — М.: Машиностроение. — 2000. — № 4. — С. 10—14. = Gorban A.N. Neuroinformatics: What are us, where are we going, how to measure our way? The Lecture at the USA-NIS Neurocomputing Opportunities Workshop, Washington DC, July 1999 (Associated with IJCNN'99).
6. Barricelli, Nils Aall (1954). «Esempi numerici di processi di evoluzione». *Methodos*: 45–68.
7. Barricelli, Nils Aall (1957). «Symbiogenetic evolution processes realized by artificial methods». *Methodos*: 143–182.
8. Fraser, Alex (1957). «Simulation of genetic systems by automatic digital computers. I. Introduction». *Aust. J. Biol. Sci.* 10: 484–491.
9. Fraser Alex. *Computer Models in Genetics*. — New York: McGraw-Hill, 1970. — ISBN 0-07-021904-4.
10. Нестеренков, С. Н. Адаптивный поиск вариантов расписания с использованием модифицированного генетического алгоритма / С.Н. Нестеренков // Вести Института современных знаний - 2015. - N2 (63). - С. 67-74
11. Нестеренков, С. Н. Метод определения персональных весовых коэффициентов преподавателей при распределении их нагрузки / С.Н. Нестеренков // Вести Института современных знаний - 2015. - N1 (62). - С. 74-80.