ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ СРАВНЕНИЕ ПРОГРАММ ОПТИМИЗАЦИИ СОВМЕСТНЫХ И РАЗДЕЛЬНЫХ ДИАГРАММ ДВОИЧНОГО ВЫБОРА ДЛЯ СИСТЕМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Бибило П. Н., Ланкевич Ю. Ю.
Объединённый институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси
Минск, Республика Беларусь
E-mail: bibilo@neman.bas-net.by, yurafreedom18@gmail.com

Описываются результаты эксперимента по сравнению эффективности применения двух программ минимизации диаграмм двоичного выбора для уменьшения сложности и увеличения быстродействия логических схем, синтезируемых в библиотеке проектирования заказных цифровых сверхбольших интегральных схем (СБИС).

Введение

Синтез схем комбинационной логики разбивается на два больших этапа: технологически независимую оптимизацию реализуемых систем булевых функций и технологическое отображение – покрытие оптимизированных представлений описаниями логических элементов. Эффективными методами технологически независимой оптимизации являются методы поиска многоуровневых представлений систем булевых функций в виде диаграмм двоичного выбора (BDD – Binary Decision Diagram) [1]. Построение BDD для булевой функции либо системы функций осуществляется на основе разложения Шеннона и включает два основных этапа: на первом этапе осуществляется поиск последовательности (перестановки) аргументов, по которой ведется разложение Шеннона; на втором – строится BDD по выбранной последовательности переменных разложения. Различие исследованных в данной работе алгоритмов (и реализующих их программ) минимизации BDD заключается в том, что первый алгоритм минимизирует BDD по общей для всех функций системы перестановке переменных (совместные BDD), второй алгоритм использует для каждой функции системы индивидуальную перестановку переменных (раздельные BDD). В качестве базового алгоритма исследован предложенный в [2] алгоритм построения диаграммы двоичного выбора с использованием инверсий подфункций (коэффициентов разложения), которые задаются в виде полиномов Жегалкина.

I. Минимизация диаграмм двоичного выбора

Разложением Шеннона полностью определенной булевой функции $f = f(x)$ по переменной x_i называется представление $f = f(x) = \bar{x}_i f(x_1, ..., x_{i-1}, 0, x_{i+1}, ..., x_n) \vee x_i f(x_1, ..., x_{i-1}, 1, x_{i+1}, ..., x_n)$. Функции $f_0 = \bar{x}_i f(x_1, ..., x_{i-1}, 0, x_{i+1}, ..., x_n)$ и $f_1 = x_i f(x_1, ..., x_{i-1}, 1, x_{i+1}, ..., x_n)$ в правой части называются коэффициентами разложения по переменной x_i , остаточными подфункциями, либо просто подфункциями. Они получаются из функции $f = f(x_1, ..., x_n)$ подстановкой вместо переменной x_i константы 0 и 1 соответственно. Каждая из подфункций f_0 и f_1 может быть разложена по одной из переменных из множества $\{x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n\}$. Процесс разложения подфункций заканчивается, когда все переменных будут использованы для разложения, либо когда все подфункции выродятся до констант 0, 1. На каждом шаге разложения выполняется сравнение на равенство полученных подфункций и оставляется одна из нескольких попарно равных (с точностью до инверсии) подфункций. Диаграмма двоичного выбора задает в виде ориентированного графа взаимосвязи коэффициентов разложения, каждой вершине графа соответствует некоторая подфункция [1]. Далее для системы функций будут рассматриваться BDD двух видов – совместные и раздельные. Совместными BDD, представляющими систему функций, будем называть такие BDD, которые построены по общей для всех функций системы перестановке переменных. Если же BDD для каждой из функций системы строятся независимо, т.е. так, что каждая из функций разлагается по своей перестановке переменных, то такие BDD для системы функций будем называть раздельными. Построение раздельных BDD осуществляется в системе FLC с помощью стратегий «Декомпозиция по функциям», «BDD-оптимизация листьев проекта», «Устранение иерархии» [3]. После минимизации BDD осуществляется перевод полученных логических уравнений в VHDL-описание и построение логической схемы в базисе элементов заказной сверхбольшой интегральной схемы, аналогично тому, как это было осуществлено в [2].

II. Эксперимент

Сравнение совместных и раздельных BDD проводилось на потоке из 18 примеров систем ДНФ (дизъюнктивных нормальных форм) булевых функций: 13 примеров систем функций из библиотеки Berkeley PLA Test Set [4] и пяти примеров из практики проектирования. Пример X3_matr это система ДНФ, полученная по многоуровневому представлению системы функций; Sin_16 – это задание в виде таблицы истинности 16-битного приближения тригонометрической функции $y = sinx$; примеры Syst4, Syst8 взяты из практики промышленного проектирования цифровых схем, примеры Verg1, Verg2 описаны в [1]. Для примера Verg1 было исследовано задание в виде совершенной ДНФ (СДНФ) и минимизированной ДНФ, для этого примера результаты построения совместных BDD оказались одинаковыми, для раздельных BDD – разными. Результаты эксперимента представлены в таблице, где n – число переменных; m – число функций; k – число элементарных конъюнкций в системе ДНФ булевых функций; S_{ASIC} – площадь логической схемы, задаваемая в числе базовых ячеек, из которых состоят элементы; τ – задержка схемы (нс).

III. Выводы

Эксперимент показал, что применение совместных BDD является более предпочтительным приемом технологически независимой минимизации при синтезе логических схем из библиотечных элементов, так как площадь схем, построенных по совместным BDD в подавляющем числе случаев меньше площади схем, построенных по раздельным BDD. Однако для получения схем с меньшей задержкой не исключается вариант, что синтез по раздельным BDD может привести к более быстродействующим схемам по сравнению со схемами, получаемыми по совместным BDD.

IV. Список литературы

1. Бибило, П. Н. Применение диаграмм двоичного выбора при синтезе логических схем – Минск: Беларус. навука, 2014. – 231 с.
2. Бибило, П. Н., Ланкевич, Ю. Ю. Использование полиномов Жегалкина при минимизации многоуровневых представлений систем булевых функций на основе разложения Шеннона // Программная инженерия. – 2017. - № 3. - С. 369 – 384.
3. Бибило, П. Н., Романов, В. И. Логическое проектирование дискретных устройств с использованием продукционно-фреймовой модели представления знаний. – Минск: Беларус. навука, 2011. – 279 с.
4. Computer science. Columbia university [Электронный ресурс] http://www1.cs.columbia.edu/ cs6861/sis/espresso-examples/ex. - Дата доступа 24.06.2017

Таблица 1 – Экспериментальные результаты

Пример	Параметры системы функций F			Совместные BDD		Раздельные BDD	
	n	m	k	S_{ASIC}	τ	S_{ASIC}	τ
ROOT	8	5	256	26109	4.78	27113	3.77
ADDM4	9	8	512	80782	7.84	77183	5.31
MP2D	11	14	123	17471	3.56	17248	4.38
ADD6	12	7	1092	12806	8.03	20518	7.80
T3	12	8	152	16534	5.20	17103	3.75
tial	14	8	640	360264	8.44	440535	10.98
M181	15	9	430	19513	4.07	16344	2.63
B12	15	9	431	18966	3.62	16266	2.63
INTB	15	7	664	273532	9.02	252914	7.95
B2	16	17	110	199106	8.18	427640	8.29
B9	16	5	123	26081	4.91	35109	4.80
Sin_16	16	16	65536	8318112	16.40	12893388	18.56
Verg1(СДНФ)	17	61	2004	392023	13.50	1479699	13.80
Verg1 (ДНФ)	17	61	482	392023	13.50	1499787	15.20
Verg2	18	63	1019	577971	9.44	667016	9.29
IN2	19	10	137	76117	7.36	93415	7.08
Syst8	25	28	45548	6567459	17.95	7213127	17.83
Vtx1	27	6	110	26996	5.96	54539	6.18
X9dn	27	7	120	26996	6.00	54394	6.13
Soar	83	94	529	121627	6.60	152641	6.94
X3_matr	135	99	915	242406	7.91	223457	9.69
Число лучших решений				15	10	6	11