РАЗДЕЛ III. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ И ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

УДК 332.1

С.Г. Бильчинская, И.Н. Сюльжин, Ю.А. Чернявский, Е.В. Шабинская

РЕГРЕССИОННЫЙ ДВУХКОМПОНЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ИНФЛЯЦИОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ В СИСТЕМНЫХ ПОКАЗАТЕЛЯХ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ РЕГИОНОВ

Предметом регрессионного анализа являются системные статистические данные регионального экономического развития, характеризующие общую инфляцию в сопоставлении с ростом (падением) заработной платы за период времени с 1.01.2015 г. по 30.06.2016 г. Приводятся регрессионные зависимости: «заработная плата – время»; «заработная плата без инфляционной составляющей – время» и «общая инфляция – время». В расчет принимались данные наблюдения для двух временных периодов: первый – за 2015 г., второй – с 1.01.2016 г. по 30.06.2016 г. Соответствие приведенных линейных уравнений регрессии использованным статистическим данным оценивается коэффициентами детерминации. Установлена необходимость применения для анализа многофакторных инфляционных процессов регрессионных методов, позволяющих выявлять и оценивать статистическое различие между линейными и нелинейными связями.

Ключевые слова: регрессионный анализ, инфляция, экономика региона, средняя зарплата.

S.G. Bilchinskaya, I.N. Syulzhyn, Y.A. Chernyavskiy, E.V. Shabinskaya

DOUBLE-COMPONENT REGRESSION ANALYSIS OF THE INFLATION COMPONENT IN SYSTEMATIC INDICATORS OF REGIONAL ECONOMIC ACTIVITY

The subject of the regression analysis is the system statistical data of regional economic development, characterizing the overall inflation in comparison with the growth (decline) in wages for the period from 01.01.2015 till 30.06.2016. The regression dependences are given according to "wages – time"; "wages without inflationary component – time" and "general inflation – time." The calculation of these observations has been made for the two time periods: the first one is for 2015 year; the second one is from 1.01.2016 till 30.06.2016. The compliance of the above linear regression equations with the used statistics is estimated by coefficients of determination. The necessity to use regression methods for multivariate analysis of inflation is identified. Such methods allow to evaluate the statistical differences between linear and non-linear relationships.

Key words: regression analysis, inflation rate, economy of the region, average salary.

DOI: 10.17217/2079-0333-2016-38-90-99

Введение

В настоящей работе регрессионный двухкомпонентный линейный анализ применен для исследования временной зависимости (время – независимая переменная) ряда существенных системных показателей текущей и прогнозируемой экономической деятельности региона: общей инфляции, номинальной и реальной заработной платы.

В парном регрессионном анализе поведение некоторой зависимой переменной y оценивается путем определения регрессионной зависимости y от соответственно выбранной независимой переменной x. Для случая простой линейной модели парной регрессии y связан с переменной x следующей зависимостью

$$y = \alpha + \beta x + u, \tag{1}$$

где u – случайная составляющая. В неслучайной составляющей $(\alpha+\beta x)$ величины y параметры α и β – постоянные величины, не имеющие ничего общего с законами вероятности. Значения величины x во всех наблюдениях можно считать заранее заданными и никак не связанными с исследуемой зависимостью. На основании n выборочных наблюдений будем оценивать уравнение регрессии

$$\hat{y} = a + bx. \tag{2}$$

Содержащиеся в уравнении регрессии (2) величины a и b являются лишь оценками α и β, соответственно, а уравнение регрессии отражает только общую тенденцию для выборки. При этом каждое отдельное наблюдение подвержено воздействию случайностей.

При наличии n наблюдений двух переменных x и y используются следующие определения b и a:

$$b = \frac{\mathrm{Cov}(x,y)}{\mathrm{Var}(x)}, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Cov}(x,y) &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y-\bar{y}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}xy-\bar{x}\,\bar{y}, \\ \mathrm{Var}(x) &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\bar{x}^2; \end{aligned} \tag{4}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x},$$

где $\mathrm{Cov}(x, y)$ – функция взаимной корреляции значений x и y, $\mathrm{Var}(x)$ – выборочная дисперсия [1].

Определение регрессионной зависимости «общая инфляция – время»

Уравнение регрессионной зависимости инфляции от времени в 2015 г. (рис. 1) получено с использованием данных наблюдения, приведенных в табл. 1.

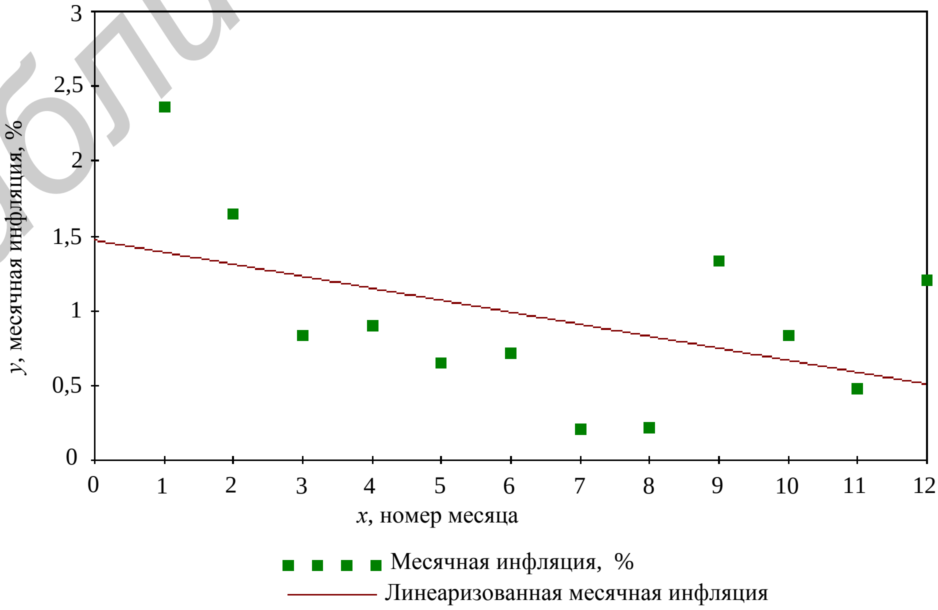

Рис. 1. Регрессионная зависимость общей инфляции от времени в 2015 г.

Таблица 1

Наблюдаемые и расчетные данные для вычисления регрессионной зависимости «общая инфляция – время» за 2015 г.

x	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	y_i	$y_i-\bar{y}$	$(y_i-\bar{y})^2$	$x_i y_i$	$\hat{y}_i$	$\hat{y}_i-\bar{\hat{y}}_i$	$(\hat{y}_i-\bar{\hat{y}}_i)^2$	$e_i=y_i-\hat{y}$	$e_i-\bar{e}$	$(e_i-\bar{e})^2$
1	−5,5	30,25	2,36	1,41	1,99	2,36	1,399	0,446	0,199	0,961	0,9662	0,9335
2	−4,5	20,25	1,65	0,7	0,49	3,3	1,318	0,365	0,133	0,332	0,3372	0,1137
3	−3,5	12,25	0,83	−0,12	0,014	2,49	1,237	0,284	0,081	−0,407	−0,4018	0,1615
4	−2,5	6,25	0,9	−0,05	0,025	3,6	1,156	0,203	0,041	−0,256	−0,2508	0,0629
5	−1,5	2,25	0,65	−0,3	0,09	3,25	1,075	0,122	0,016	−0,425	−0,4198	0,1763
6	−0,5	0,25	0,72	−0,23	0,053	4,32	0,994	0,041	0,002	−0,274	−0,2688	0,0723
7	0,5	0,25	0,21	−0,74	0,55	1,47	0,913	−0,041	0,0016	−0,703	−0,6978	0,4870
8	1,5	2,25	0,22	−0,73	0,533	1,76	0,832	−0,122	0,015	−0,612	−0,6068	0,3682
9	2,5	6,25	1,33	0,38	0,144	11,97	0,751	−0,203	0,041	0,579	0,5842	0,3413
10	3,5	12,25	0,83	−0,12	0,0144	8,3	0,67	−0,284	0,081	0,16	0,1652	0,0273
11	4,5	20,25	0,48	−0,47	0,221	5,28	0,589	−0,365	0,133	−0,109	−0,1038	0,0108
12	5,5	30,25	1,2	0,25	0,0625	14,4	0,508	−0,446	0,199	0,692	0,6972	0,4860

$$\bar{x}=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}x_i=\frac{1}{12}\times 78=6{,}5;$$

$$\mathrm{Var}(x)=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}(x_i-\bar{x})^2=$$

$$=\frac{1}{12}\times 143=11{,}92.$$

$$\bar{y}=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}y_i=$$

$$=\frac{1}{12}\times 11{,}38=0{,}95;$$

$$\mathrm{Var}(y)=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}(y_i-\bar{y})^2=$$

$$=\frac{1}{12}\times 4{,}187=0{,}35.$$

$$\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}x_i y_i=$$

$$=5{,}21$$

$$\bar{\hat{y}}=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}\hat{y}_i=\frac{1}{12}\times 11{,}442=0{,}953;$$

$$\mathrm{Var}(\hat{y})=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}(\hat{y}_i-\bar{\hat{y}})^2=$$

$$=\frac{1}{12}\times 0{,}941=0{,}078.$$

$$\bar{e}=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}e_i=\frac{1}{12}\times(-0{,}062)=-0{,}0052;$$

$$\mathrm{Var}(e)=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n=12}(e_i-\bar{e})^2=$$

$$=\frac{1}{12}\times 3{,}24=0{,}27.$$

$$\underset{(0{,}35)}{y = 1{,}48} + \underset{(0{,}047)}{0{,}082x}. \tag{5}$$

$$\mathrm{Cov}(y,x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=12} xy - \bar{x}\,\bar{y} = \frac{1}{12}\times 62{,}5 - 6{,}5\times 0{,}95 = -0{,}975;$$

$$\mathrm{Var}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=12}(x-\bar{x})^2 = \frac{1}{12}\times 143 = 11{,}92; \qquad \bar{y} = \frac{1}{12}\times 11{,}38 = 0{,}95;$$

$$b = \frac{\mathrm{Cov}(y,x)}{\mathrm{Var}\,x} = -0{,}081; \qquad a = \bar{y} - b\bar{x} = 0{,}95 - (-0{,}081)\times 6{,}5 = 1{,}48.$$

Цифры, указанные в скобках регрессионной зависимости (5), являются стандартными ошибками (с. о.) оценок коэффициентов регрессии a и b, которые рассчитываются по следующим формулам [1]:

$$\begin{aligned}
&\text{с.о.}(a) = \sqrt{\frac{s_e^2}{n}\left\{1 + \frac{\bar{x}^2}{\mathrm{Var}(x)}\right\}} = \sqrt{\frac{0{,}324}{12}\left\{1 + \frac{42{,}25}{11{,}92}\right\}} = 0{,}35;\\
&\text{с.о.}(b) = \sqrt{\left\{\frac{s_e^2}{n\,\mathrm{Var}(x)}\right\}} = \sqrt{\frac{0{,}324}{12\times 11{,}92}} = 0{,}047;\\
&s_e^2 = \frac{n}{n-2}\mathrm{Var}(e) = \frac{12}{10}\times 0{,}27 = 0{,}324;\\
&\mathrm{Var}(e) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=12}(e_i - \bar{e})^2 = \frac{1}{12}\times 3{,}24 = 0{,}27.
\end{aligned} \tag{6}$$

Данными статистическими характеристиками оценивается разброс значений наблюдаемой переменной y относительно значений $\hat{y}$, вычисляемых по регрессионной зависимости (5):

$$\begin{aligned}
&e_i = y_i - \hat{y}_i,\\
&\bar{e} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} e_i.
\end{aligned} \tag{7}$$

Предположим, что начальной задачей оценивания регрессии является подтверждение гипотезы о том, что уровень инфляции незначительно зависит от времени. Соответственно, при принятой начальной гипотезе коэффициент регрессии $\beta_0 = 0$, а «t-статистика» принимает вид:

$$t = \frac{b - \beta_0}{\text{с.о.}(b)} = \frac{-0{,}081 - 0}{0{,}047} = -1{,}72. \tag{8}$$

Для выборки из 12 наблюдений число степеней свободы равняется 10. В соответствии с «таблицей t-распределения» [2] при пятипроцентном уровне значимости критическое значение «t-статистики» лежит между 2,228 и −2,228, а в нашем случае $t = -1{,}72$, то есть начальную гипотезу нельзя исключать из рассмотрения. Это, разумеется, не устраняет необходимости устанавливать экономические и другие причины инфляционных процессов.

Коэффициент детерминированности для результатов данной регрессионной зависимости (рис. 1) равняется:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Var}\,(y)=\frac{1}{12}\sum(y_i-\bar{y}_i)=\frac{4{,}19}{12}=0{,}35,\\
&\mathrm{Var}\,(\hat{y})=\frac{1}{12}\sum(\hat{y}_i-\bar{\hat{y}})^2=\frac{1}{12}0{,}94=0{,}078,\\
&R^2=\frac{\mathrm{Var}\,(\hat{y})}{\mathrm{Var}\,(y)}=\frac{0{,}078}{0{,}35}=0{,}22,\quad R^2=1-\frac{\mathrm{Var(e)}}{\mathrm{Var(y)}}\cong 0{,}22.
\end{aligned} \tag{9}$$

Относительно небольшое значение коэффициента R^2 обусловлено следующей причиной. Основной недостаток простого линейного регрессионного анализа состоит в том, что он обеспечивает удовлетворительные результаты только для случаев линейных зависимостей. Для анализа более сложных процессов в экономике целесообразно применять регрессионные методы, позволяющие устанавливать статистическое различие между линейными и нелинейными связями [3].

Возможность построения нелинейных моделей, как с помощью приведения их к линейному виду, так и путем использования нелинейной регрессии, в значительной мере определяет универсальность регрессионного анализа [1]. Для описания зависимостей в экономике часто используются функции вида:

$$y=\alpha x^{\beta}\ , \tag{10}$$

которые являются нелинейными как по параметрам, так и по переменным. Здесь y и x − зависимая и независимая переменные, соответственно, а α и β – постоянные коэффициенты, которые определяются в результате регрессионного анализа. Для этого выражение (10) преобразуется в линейное соотношение путем логарифмирования его обеих частей:

$$\ln y=\ln\alpha+\beta\ln x\,. \tag{11}$$

К линейному виду уравнение (11) трансформируем, обозначая $y'=\ln y$, $\alpha'=\ln\alpha$ и $z=\ln x$:

$$y'=\alpha'+\beta z\ . \tag{12}$$

После того, как по наблюдаемым значениям вычислены параметры y', α' и z, с использованием ранее описанной методики определяется регрессионная зависимость:

$$\hat{y}'=\alpha'+\beta z\ . \tag{13}$$

Коэффициент при переменной z – это собственно коэффициент β искомой регрессионной зависимости, а для получения оценки α необходимо вычислить $\exp(\alpha')$.

Линейный регрессионный анализ отличает, в первую очередь, простота реализации, а также работоспособность модели для крайне широкого диапазона входных данных. При этом при использовании результатов регрессионного анализа для прогнозирования линейный метод позволяет сглаживать случайные колебания данных и облегчать анализ основной линии тренда, однако анализ второй и третьей производных в таком случае оказывается невозможным.

Определение регрессионной зависимости номинальной и реальной среднемесячной заработной платы от времени

В табл. 2 приведены данные вычисления регрессионной зависимости среднемесячной заработной платы в регионе во временном интервале от 01.01.2015 г. до 30.06.2016 г. [4].

Таблица 2

Исходные и расчетные данные для вычисления регрессионной зависимости изменений номинальной среднемесячной заработной платы в регионе во временном интервале от 01.01.2015 г. до 30.06.2016 г.

x	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	y_i	$(y_i - \bar{y})^2$	$x_i y_i$	$\hat{y}_i$	$\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i$	$(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}}_i)^2$	$e_i = y_i - \hat{y}$	$e_i - \bar{e}$	$(e_i - \bar{e})^2$
1	–8,5	72,25	602,3	5535,4	602,3	634,6	–42,05	1768,2	–32,35	–32,37	1047,8
2	–7,5	56,25	612,9	4070,4	1225,8	639,6	–37,1	1376,4	–26,7	–26,7	713,96
3	–6,5	42,25	648,3	800,9	1944,9	644,5	–32,2	1036,8	3,8	3,8	14,29
4	–5,5	30,25	653,6	533,6	2614,4	649,5	–27,2	739,8	4,1	4,08	16,65
5	–4,5	20,25	668,7	64,0	3343,5	654,4	–22,3	497,3	14,3	14,28	203,92
6	–3,5	12,25	688,4	136,9	4130,4	659,4	–17,3	299,3	29	28,98	839,84
7	–2,5	6,25	700,9	585,6	4906,3	664,3	–12,4	153,76	36,6	36,58	1338,1
8	–1,5	2,25	697,1	416,2	5576,8	669,3	–7,4	54,76	27,8	27,78	771,73
9	–0,5	0,25	686,3	92,2	6176,7	674,2	–2,5	6,25	12,1	12,08	145,93
10	0,5	0,25	683.8	50,4	6838,0	679,2	2,5	6,25	4,6	4,58	20,98
11	1,5	2,25	674,9	3,2	7423,9	684,1	7,4	54,76	–9,2	–9,22	85,01
12	2,5	6,25	671,9	23,0	8062,8	689,1	12,4	153,76	–17,2	–17,22	296,53
13	3,5	12,25	655,2	462,2	8517,6	694,1	17,35	301,02	–38,8	–38,82	1507
14	4,5	20,25	661,6	228,0	9262,4	699,0	22,3	497,29	–37,4	–37,42	1400,26
15	5,5	30,25	709,5	1075,8	10642,5	703,9	27,2	739,84	5,6	5,58	31,14
16	6,5	42,25	708,6	1017,6	11337,6	708,9	32,2	1036,84	–0,31	–0,32	0,1
17	7,5	56,25	718,3	1730,6	12211,1	713,8	37,1	1376,41	4,5	4,48	20,07
18	8,5	72,25	738,7	3844,0	13296,6	718,8	42,1	1772,41	19,9	19,58	395,21

$$\bar{x} = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18} x_i = \frac{1}{18}\times 171 = 9{,}5;$$

$$\mathrm{Var}(x) = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{18}\times 484{,}5 = 26{,}9.$$

$$\bar{y} = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18} y_i = \frac{1}{18}\times 12181{,}1 = 676{,}7;$$

$$\mathrm{Var}(y) = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{18}\times 20670{,}0 = 1148{,}3.$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18} x_i y_i = \frac{1}{18}\times 118113{,}6 = 6561{,}9.$$

$$\bar{\hat{y}} = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18} \hat{y}_i = \frac{1}{18}\times 12181{,}1 = 676{,}7;$$

$$\mathrm{Var}(y) = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2 = \frac{1}{18}\times 11871{,}0 = 659{,}5.$$

$$\bar{e} = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18} e_i = \frac{1}{18}\times 0{,}35 = 0{,}02;$$

$$\mathrm{Var}(e) = \frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(e_i - \bar{e})^2 = \frac{1}{18}\times 8848{,}52 = 491{,}58;$$

$$R^2 = 1 - \frac{\mathrm{Var}(e)}{\mathrm{Var}(y)} = 1 - \frac{491{,}58}{1148{,}3} = 0{,}57.$$

Расчетные значения коэффициентов регрессии для этого случая равнялись:

$$b = \frac{\mathrm{Cov}(x,y)}{\mathrm{Var}(x)} = \frac{133{,}25}{26{,}9} = 4{,}95\ ; \quad (14)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 676{,}7 - 4{,}95 \times 9{,}5 = 629{,}7\,.$$

Соответственно, имеем следующую регрессионную зависимость:

$$\hat{y} = 629{,}7 + 4{,}95\,x. \quad (15)$$

Дисперсии наблюдаемых и регрессионных значений среднемесячной заработной платы равнялись, соответственно [3]:

$$\mathrm{Var}(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=18}(y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{18}\,20670 = 1148{,}3;$$
$$\mathrm{Var}(\hat{y}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=18}(\hat{y} - \bar{\hat{y}})^2 = \frac{1}{18}11871 = 659{,}5. \quad (16)$$

Коэффициент детерминации, характеризующий уровень соответствия линии регрессии всем наблюдениям, будет равен:

$$R^2 = \frac{\mathrm{Var}(\hat{y})}{\mathrm{Var}(y)} = \frac{659{,}5}{1148{,}3} = 0{,}574. \quad (17)$$

При полном соответствии линии регрессии всем наблюдениям максимальное значение коэффициента R^2 равняется 1, поэтому полученное значение $R^2 = 0{,}574$ будем считать приемлемым [5].

Регрессионная зависимость среднемесячной заработной платы совместно со статистическими данными за соответствующий период времени (от 01.01.2015 г. до 30.06.2016 г.) в регионе приведена на рис. 2.

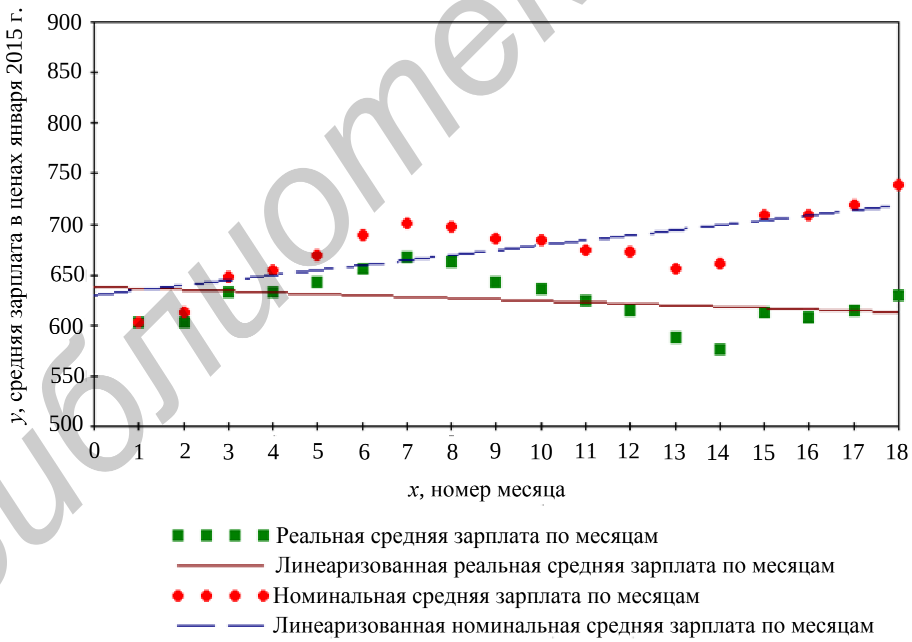

Рис. 2. Средняя зарплата по месяцам

В табл. 3 представлены результаты вычисления регрессионной зависимости среднемесячной реальной (из номинальной удаляется инфляционный компонент) заработной платы в регионе во временном интервале от 01.01.2015 г. до 30.06.2016 г.:

$$y_i' = y_i / k_i * 100, \quad (18)$$

где k – коэффициент инфляции соответствует индексу потребительских цен [6], а его начальное значение в январе 2015 г. принимается равным 100 (рис. 3).

Таблица 3

Исходные и расчетные данные для вычисления регрессионной зависимости изменения реальной среднемесячной заработной платы в регионе во временном интервале от 01.01.2015 г. до 30.06.2016 г.

$x(t)$	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	y_i	k_i	$y_i'=y_i/k_i*100$	$y_i'-\bar{y}'$	$(y_i'-\bar{y}')^2$	x_iy_i'	$\hat{y}'$	$\hat{y}_i'-\bar{\hat{y}}'$	$(\hat{y}_i'-\bar{\hat{y}}')^2$
1	−8,5	72,25	602,32	100,000	602,32	−22,43	503,09	602,32	636,65	11,90	141,61
2	−7,5	56,25	612,91	101,650	602,96	−21,79	474,74	1205,92	635,25	10,50	110,25
3	−6,5	42,25	648,37	102,494	632,59	7,85	61,55	1897,78	633,85	9,10	82,81
4	−5,5	30,25	653,61	103,416	632,02	7,27	52,85	2528,08	632,45	7,70	59,29
5	−4,5	20,25	668,76	104,088	642,49	17,74	314,83	3212,46	631,05	6,30	39,69
6	−3,5	12,25	688,37	104,838	656,60	31,86	1014,75	3939,63	629,65	4,90	24,01
7	−2,5	6,25	700,86	105,058	667,12	42,37	1795,07	4669,82	628,25	3,50	12,25
8	−1,5	2,25	697,05	105,289	662,03	37,28	1390,15	5296,27	626,85	2,10	4,41
9	−0,5	0,25	686,30	106,689	643,27	18,52	342,97	5789,42	625,45	0,70	0,49
10	0,5	0,25	683,76	107,575	635,61	10,86	118,01	6356,13	624,05	−0,70	0,49
11	1,5	225	674,87	108,091	624,35	−0,40	0,16	6867,87	622,65	−2,10	4,41
12	2,5	6,25	671,87	109,388	614,21	−10,54	111,17	7370,47	621,25	−3,50	12,25
13	3,5	12,25	655,16	111,423	587,99	−36,76	1351,01	7643,92	619,85	−4,90	24,01
14	4,5	20,25	661,57	114,665	576,96	−47,79	2284,14	8077,40	618,45	−6,30	39,69
15	5,5	30,25	709,45	115,617	613,62	−11,13	123,86	9204,30	617,05	−7,70	59,29
16	6,5	42,25	708,59	116,438	608,56	−16,19	262,24	9736,89	615,65	−9,10	82,81
17	7,5	56,25	718,29	117,009	613,88	−10,87	118,19	10435,93	614,25	−10,50	110,25
18	8,5	72,25	738,74	117,465	628,90	4,15	17,25	11320,25	612,85	−11,90	141,61

$$\bar{x}=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}x_i=\frac{1}{18}\times 171=9{,}5;$$

$$\mathrm{Var}(x)=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{18}\times 484{,}5=26{,}92.$$

$$\bar{y}'=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}y_i'=\frac{1}{18}\times 11245{,}49=624{,}75;$$

$$\mathrm{Var}(y')=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(y_i'-\bar{y}')^2=\frac{1}{18}\times 10336{,}04=574{,}22.$$

$$\overline{xy'}=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}x_iy_i'=\frac{1}{18}\times 106154{,}87=5897{,}49.$$

$$\bar{\hat{y}}'=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}\hat{y}_i'=\frac{1}{18}\times 11245{,}5=624{,}75;$$

$$\mathrm{Var}(\hat{y}')=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{n=18}(\hat{y}_i'-\bar{\hat{y}}')^2=\frac{1}{18}\times 949{,}62=52{,}76.$$

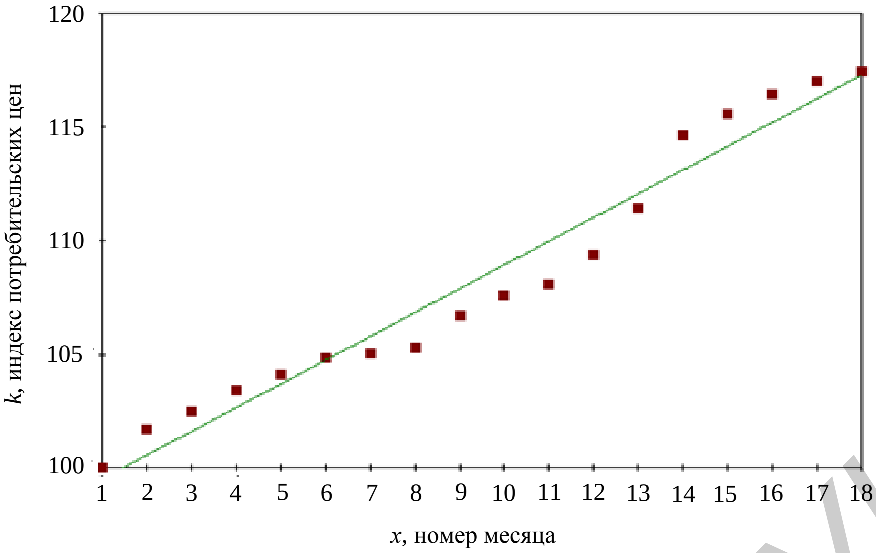

Рис. 3. Индекс потребительских цен по месяцам

В данном случае получено следующее регрессионное уравнение

$$\hat{y}' = 638{,}03 - 1{,}398x. \qquad (19)$$

$$\mathrm{Cov}(x, y') = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=18} xy' - \bar{x}\,\bar{y}' = \frac{1}{18}106154{,}87 - 9{,}5 \times 624{,}75 = -37{,}63,$$

$$\mathrm{Var}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=18}(x - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n=18} x^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{18} \times 484{,}5 = 26{,}9;$$

$$b = \frac{\mathrm{Cov}(x, y')}{\mathrm{Var}\, x} = -1{,}398; \qquad a = \overline{y'} - b\bar{x} = 624{,}75 - (-1{,}398 \times 9{,}5) = 638{,}031.$$

Коэффициент детерминации, характеризующий уровень соответствия линии регрессии всем наблюдениям, будет равен:

$$R^2 = \frac{\mathrm{Var}(\hat{y}')}{\mathrm{Var}(y')} = \frac{52{,}76}{574{,}22} = 0{,}092. \qquad (20)$$

Отличие коэффициентов детерминации (17) и (20) может быть обусловлено тем, что имеющее место в регионе изменение среднемесячной заработной платы оказывает соответствующее влияние на уровень инфляции [7].

Выводы

Для обеспечения лучшего соответствия наблюдаемых данных и аналитических результатов необходимо использовать более совершенные модели регрессионного анализа, учитывающие реальные нелинейные зависимости. Применение линейного регрессионного анализа позволяет выделить четкие направления трендов и на основе них предсказывать дальнейшее направление движения, однако для более точного прогнозирования стоит использовать нелинейные модели, которые позволяют не только оценивать, выявлять, но и прогнозировать воздействия комплекса факторов на различные показатели экономической деятельности регионов.

Литература

1. *Доугерти К.* Введение в эконометрику: пер. с англ. – М: ИНФРА-М, 1999. – XIV. – 402 с.
2. *Harvey A.* The Econometric Analysis of Time Series. – Oxford: Philip. Allan, 1981. – XVII. – 410 p.

3. *Cramer J.S.* Econometric Applications of Maximum Likelihood Method. – Cambridge: Cambridge University Press, 1986. – XXI. – 541 p.

4. Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – URL: http://belstat.gov.by/ (дата обращения: 29.08.2016).

5. *Breusch T.S.*, Godfrey *L.* A review of recent work on testing for auto-correlation in dynamic simultaneous models. – London: Croom Helm, 1981. – P. 324-329.

6. *Макконнелл К.Р., Брю С.Л.* Экономикс: принципы, проблемы и политика: пер. с 13-го англ. изд. – М.: ИНФРА-М, 1999. – XXXIV. – 974 с.

7. Методика выбора премиального вознаграждения сотрудникам аппарата управления с учетом чистой прибыли, себестоимости и сбыта выпускаемой предприятием продукции / *И.Н. Сюльжин, Т.Г. Протько, С.Ю. Протасеня, Ю.А. Чернявский, Е.В. Шабинская* // Электроника инфо. – 2015. – № 1. – С. 30–36.

Информация об авторах

Бильчинская Светлана Геннадьевна – Академия управления при Президенте Республики Беларусь; 220007, Беларусь, Минск; кандидат физико-математических наук, доцент, директор Центра информационных технологий; Bilchinskaya_SG@pac.by

Bilchinskaya Svetlana Gennadevna – Academy of Public Administration under the aegis of the President of the Republic of Belarus; 220007, Belarus, Minsk; Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Director of the IT Centre; Bilchinskaya_SG@pac.by

Сюльжин Иван Николаевич – Белорусский государственный университет; 220030, Беларусь, Минск; ассистент кафедры интеллектуальных систем; ivan.syulzhin@yandex.ru

Syulzhyn Ivan Nikolaevich – Belarusian State University; 220030, Belarus, Minsk; Assistant of Intellectual Systems Chair; ivan.syulzhin@yandex.ru

Чернявский Юрий Александрович – Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники; 220037, Беларусь, Минск; кандидат технических наук, декан факультета повышения квалификации и переподготовки; chernyavskiy@bsuir.by

Chernyavskiy Yuriy Aleksandrovich – Belarussian State University of Informatics and Radio electronics; 220037, Belarus, Minsk; Candidate of Technical Science, Dean of Advanced Training and Retraining Department of Institute of Information Technologies; chernyavskiy@bsuir.by

Шабинская Елена Владимировна – Институт прикладных физических проблем имени А.Н. Севченко Белорусского государственного университета; 220045, Беларусь, Минск; кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории вычислительных систем; shabinskaya@rambler.ru

Shabinskaya Elena Vladimirovna – A.N. Sevchenko Institute of Applied Physics Problems of Belarusian State University; 220045, Belarus, Minsk; Candidate of Technical Science; Associate Professor, Leading Researcher of Computer Systems Laboratory; shabinskaya@rambler.ru