

УДК 004.021

## РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МНОГООБЪЕКТНОЙ СИСТЕМЫ БЕСПИЛОТНЫХ АППАРАТОВ

С.М. ДЫМКОВ, А.В. МАРКОВ, В.И. СИМАНЬКОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь*

*Поступила в редакцию 9 октября 2017*

**Аннотация.** Приведено решение транспортной задачи для многообъектной системы методом потенциалов. Выбран фактор для расчета матрицы стоимости с учетом специфики многообъектных систем беспилотных аппаратов.

*Ключевые слова:* многообъектные системы, метод потенциалов, транспортная задача.

**Abstract.** The solution of transportation problem for unmanned multiobject systems is described. The factor for calculating of the cost matrix taking into account the specifics of multi-object systems of unmanned vehicles is chosen.

*Keywords:* multiagent systems, potential method, transportation problem.

**Doklady BGUIR. 2017, Vol. 109, No. 7, pp. 73-77**

**Transportation problem solution for multiagent systems of unmanned vehicles**

**S.M. Dymkov, A.V. Markov, V.I. Simankov**

### Введение

В настоящее время актуальной является задача разработки многообъектных систем управления для групп беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). С помощью таких систем решаются задачи геологической разведки, проводятся поисковые и спасательные работы, наблюдение за линиями электропередач [1], автоматизированная локальная доставка почтовых отправок [2]. В основном подобные системы существуют в виде прототипов и являются перспективными. Одной из задач, возникающих при разработке таких систем, является распределение целей между БПЛА.

### Постановка и решение задачи

Задача состоит в том, чтобы оптимально распределить цели между БПЛА системы в смысле минимизации критерия стоимости. В качестве критерия стоимости маршрута можно взять:

- 1) фактор расстояния – сумма длин маршрутов;
- 2) фактор ресурсов – суммарное количество ресурсов, потраченных БПЛА для достижения целей;
- 3) фактор пересечений – количество пересечений маршрута с другими;
- 4) фактор времени – время, за которое все БПЛА достигнут своих целей.

Если БПЛА одинаковы по расходу ресурсов на единицу расстояния, то фактор ресурсов 2 эквивалентен фактору расстояния 1.

Фактор пересечений 3 рассчитывается как количество пересечений линейного маршрута с другими линейными маршрутами, как это предложено в [3]. В общем случае имеются препятствия для прямолинейного движения, и маршруты не будут прямолинейными.

В этом случае их можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией и рассмотреть участки как линейные маршруты. Для того чтобы получить маршрут, обходящий препятствия, можно применить алгоритм, описанный в [4].

Докажем, что для линейных маршрутов минимизация фактора расстояния решает также и задачу минимизации фактора пересечений. Пусть на плоскости имеются два БПЛА  $A_1$  и  $A_2$  и две цели  $T_1$  и  $T_2$ . Возможными маршрутами являются  $R_1$  и  $R_2$  или  $D_1$  и  $D_2$ . Маршруты  $R_1$  и  $R_2$  не пересекаются, что соответствует минимальному значению фактора пересечений. Докажем также, что  $R_1 + R_2 < D_1 + D_2$ .

БПЛА и цели образуют четырехугольник  $A_2A_1T_1T_2$  (рис. 1). Диагонали четырехугольника  $D_1$  и  $D_2$  пересекаются в точке  $O$  и делятся ей на участки  $d_{11}$  и  $d_{12}$ ,  $d_{21}$  и  $d_{22}$  соответственно.

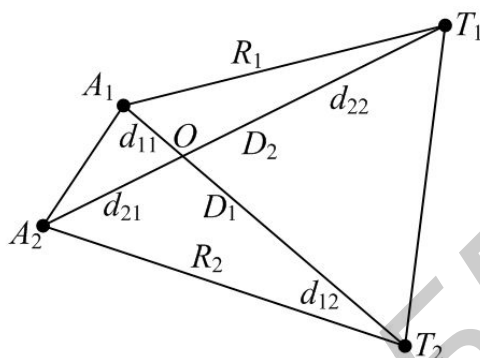


Рис. 1. Четырехугольник, образованный БПЛА и целями

Пересекающиеся диагонали образуют треугольники  $OA_1T_1$  и  $A_2OT_2$ . Любая сторона треугольника всегда меньше суммы остальных двух. На основании этого запишем систему неравенств

$$\begin{cases} d_{11} + d_{22} > R_1 \\ d_{21} + d_{12} > R_2 \\ d_{11} + d_{12} = D_1 \\ d_{21} + d_{22} = D_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d_{11} + d_{22} + d_{21} + d_{12} > R_1 + R_2 \\ d_{11} + d_{12} = D_1 \\ d_{21} + d_{22} = D_2 \end{cases} \rightarrow D_1 + D_2 > R_1 + R_2.$$

То есть сумма длин непересекающихся маршрутов всегда меньше суммы длин пересекающихся. Проанализируем сложности алгоритмов расчета матриц стоимости на основе фактора пересечений и фактора расстояний. Для расчета фактора расстояний нужно вычислить расстояния от каждого БПЛА до каждой цели, то есть выполнить  $mn$  операций, где  $m$ ,  $n$  – количество БПЛА и целей соответственно. Сложность алгоритма в  $\Theta$ -нотации  $\Theta(n^2)$ .

Для расчета фактора пересечений нужно проверить пересечение от каждого БПЛА к каждой цели на пересечение со всеми возможными маршрутами, число которых  $mn$ . Общая сложность  $(m-1)n(m-1)n$ , то есть  $\Theta(n^4)$ . Более того, каждая проверка на пересечение имеет большую вычислительную сложность, чем расчет длины маршрута. Для проверки двух маршрутов на пересечение можно использовать метод, описанный в [5]. Практическая реализация данного алгоритма на языке  $C$  описана в источнике [6]. То есть при прямолинейных маршрутах минимизация фактора расстояния решает также задачу минимизации фактора пересечений. Обратное утверждение, в общем, неверно. Также расчет фактора расстояний имеет меньшую вычислительную сложность. По этим двум причинам отдадим предпочтение фактору расстояний, оставив фактор пересечений для непрямолинейных маршрутов.

Минимизация фактора расстояния является решением транспортной задачи. Обычно она решается симплекс методом, а также его модификациями. Для решения данной задачи будем использовать метод потенциалов. Входным параметром этого метода является матрица стоимости, которая имеет вид

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1n} \\ \dots & C_{ij} & \dots \\ C_{m1} & \dots & C_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \dots & r_{ij} & \dots \\ r_{m1} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix},$$

где  $C_{ij}$  – стоимость маршрута  $i$ -го БПЛА до  $j$ -й цели,  $r_{ij} \in \square$  – фактор расстояния от  $i$ -го БПЛА до  $j$ -й цели. Элементы матрицы стоимости рассчитываются по формуле  $r_{ij} = \left[ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right]$ , где  $x_i, y_i, x_j, y_j$  – координаты  $i$ -го БПЛА и  $j$ -й цели.

В общем случае количество БПЛА не равно количеству целей. Более простым является вариант, когда целей меньше чем БПЛА. На одну цель назначаются несколько БПЛА. Если на цель нужен только один объект, для целей, на которые назначены несколько БПЛА, устраивается конкурс. Цель получает БПЛА, маршрут которого имеет наименьшую стоимость.

Если БПЛА меньше чем целей, то ситуация усложняется и решение зависит от порядка обхода целей. Если БПЛА обходит цели без возврата на исходную позицию, то при движении к следующей цели точкой отправления является позиция текущей цели. В предложенной матрице стоимости нет элементов маршрутов от цели к цели, эта информация значительно увеличит размерность матрицы. Если в матрицу стоимости добавить эти элементы, то ее размерность вырастет на количество целей  $n$ , а количество элементов соответственно на  $n^2$ . Предлагается итерационный подход, при котором в качестве первой БПЛА выбирает цель с наименьшей стоимостью маршрута. Затем рассчитывается новая матрица стоимости, в которой координатами БПЛА будут координаты занятых на последней итерации целей. В качестве целей останутся только свободные цели. Далее происходит решение задачи на основе новой матрицы стоимости. И так до тех пор, пока не останется «свободных» целей. Таким образом, мы разобьем сложную задачу на более простые подзадачи.

Фактор времени 4 отличается от остальных тем, что рассчитывается не как сумма значений, соответствующих маршрутам, а определяется максимальным элементом. Если все БПЛА двигаются с одинаковой скоростью, то расчет элементов фактора времени аналогичен фактору расстояний. Отличие состоит в способе решения. Необходимо найти такое сочетание маршрутов, в котором максимальная длина маршрута минимальна по сравнению с любым другим сочетанием. Один из эффективных способов решения – это пороговый алгоритм Гарфинкеля. Он включает в себя проверку двудольного графа на наличие совершенного паросочетания. Можно использовать алгоритм Хопкрофта-Карпа для поиска наибольшего паросочетания с проверкой, является ли оно совершенным. Данная задача, алгоритм ее решения и его практическая реализация описаны в книге Буркарда [7]. Также есть реализации на основе Венгерского алгоритма [8].

## Моделирование

Проведено моделирование минимизации фактора расстояния в среде *MATLAB*. На рис. 2, *а* изображены все возможные варианты маршрутов. После того как они сформированы, происходит расчет «стоимости» каждого маршрута: рассчитывается его длина. Эта информация заносится в итоговую матрицу. Затем находится минимум матрицы стоимости методом потенциалов. Решение представляет собой попарное назначение целей БПЛА. На рис. 2, *б* изображено решение задачи с исходными условиями, изображенными на рис. 2, *а*.

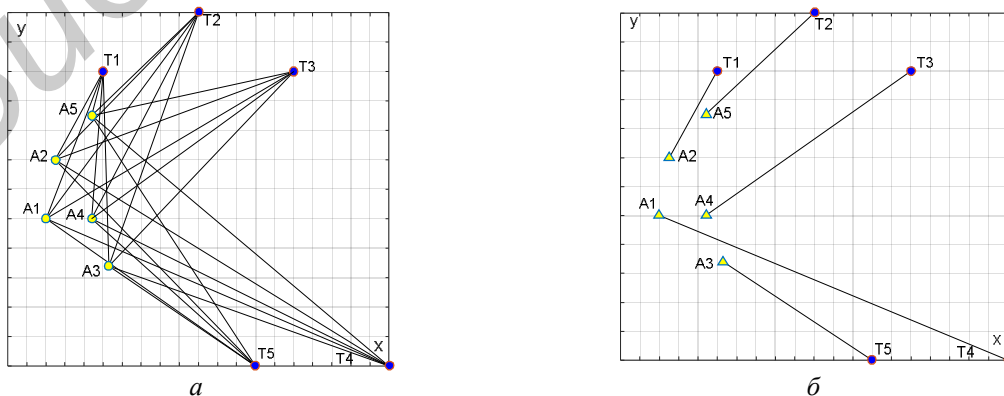


Рис. 2. Моделирование решения транспортной задачи в среде Matlab:  
*а* – все возможные варианты маршрутов; *б* – решение

Для того, чтобы разработанный алгоритм можно было использовать в составе программного продукта, написана библиотека на языке C. Выполнено ее тестирование в программе, созданной в среде Qt Creator. На рис. 3 изображен графический интерфейс тестовой программы.

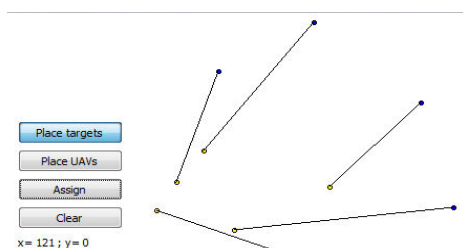


Рис. 3. Графический интерфейс тестовой программы

Координаты целей и БПЛА вводятся кликами мышки. Это позволяет быстро создать различные исходные условия для алгоритма.

### Заключение

Разработанный способ решения транспортной задачи для многообъектных систем позволяет получить оптимальное распределение целей между БПЛА в смысле минимизации пересечений маршрутов и расстояний. Расчет ведется в двумерном пространстве, что позволяет применить метод для БПЛА, перемещающихся по земле или воде, а также по воздуху на фиксированной высоте. Существуют алгоритмы, которые используют временное планирование. К таким относится алгоритм СВВА [9] (Consensus Based Bundle Algorithm). В нем для оптимизации маршрутов используется метод аукционов, учитываются скорости движения БПЛА, под каждую цель отводится фиксированное время. В отличие от СВВА разработанный метод не использует временное планирование. Исключение пересечений маршрутов перед началом движения позволяет избежать столкновений БПЛА без синхронизации и планирования по времени.

### Список литературы

1. Sharper Shape, Edison Electric Institute, and SkySkopes Submit First-of-its-kind Application for Long-distance Drone Flights [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://sharpershape.com/sharper-shape-edison-electric-institute-and-skyskopes-submit-first-of-its-kind-application-for-long-distance-drone-flights/>. – Дата доступа: 17.10.2016.
2. Amazon Prime Air [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.amazon.com/b?node=8037720011>. – Дата доступа: 17.10.2016.
3. Усачев Л.Ж., Иванов Д.Я. Выбор целей движения при изменении строя в группе БЛА // Тез. докл. «XII Всероссийское совещание по проблемам управления». Москва, 16–19 июня 2014 г. С. 2015–2020.
4. Path planning for unmanned aerial vehicles in uncertain and adversarial environments [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.seas.ucla.edu/coorcontrol/papers/02cn04.pdf>. – Дата доступа: 21.11.2016.
5. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. 3-е изд. М.: Вильямс, 2013. 1324 с.
6. MAXimal. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://e-maxx.ru/upload/e-maxx\\_algo.pdf](http://e-maxx.ru/upload/e-maxx_algo.pdf). – Дата доступа: 17.10.2016.
7. Rainer Burkard Assignment Problems Mauro Dell'Amico Silvano Martello Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA, 2009.
8. Pramendra Singh Pundir, Sandeep Kumar Porwal, Brijesh P. Singh. A New Algorithm for Solving Linear Bottleneck Assignment Problem // Journal of Institute of Science and Technology. 2015. № 20(2). P. 101–102.
9. Brunet L., Choi H.-L., How J.P. Consensus-based auction approaches for decentralized task assignment // Proceedings AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (GNC). Honolulu, August 2008.

## References

1. Sharper Shape, Edison Electric Institute, and SkySkopes Submit First-of-its-kind Application for Long-distance Drone Flights [Electronic data]. – Access mode: <http://sharpershape.com/sharper-edison-electric-institute-and-skyskopes-submit-first-of-its-kind-application-for-long-distance-drone-flights/>. – Date of access: 17.10.2016.
2. Amazon Prime Air [Electronic data]. – Access mode: <https://www.amazon.com/b?node=8037720011>. – Date of access: 17.10.2016.
3. Usachev L.Zh., Ivanov D.Ja. Vybor celej dvizhenija pri izmenenii stroja v gruppe BLA // Tez. dokl. «XII Vserossijskoe soveshhanie po problemam upravlenija». Moskva, 16–19 ijunja 2014 g. S. 2015–2020. (in Russ.)
4. Path planning for unmanned aerial vehicles in uncertain and adversarial environments [Electronic data]. – Access mode: <http://www.seas.ucla.edu/coopcontrol/papers/02cn04.pdf>. – Date of access: 21.11.2016.
5. Kormen T., Lejzerson Ch., Rivest R. Algoritmy: postroenie i analiz. 3-e izd. M.: Vil'jams, 2013. 1324 s. (in Russ.)
6. MAXimal. [Electronic data]. – Access mode: [http://e-maxx.ru/upload/e-maxx\\_algo.pdf](http://e-maxx.ru/upload/e-maxx_algo.pdf). – Date of access: 17.10.2016.
7. Rainer Burkard Assignment Problems Mauro Dell'Amico Silvano Martello Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA, 2009.
8. Pramendra Singh Pundir, Sandeep Kumar Porwal, Brijesh P. Singh. A New Algorithm for Solving Linear Bottleneck Assignment Problem // Journal of Institute of Science and Technology. 2015. № 20(2), P. 101–102.
9. Brunet L., Choi H.-L., How J.P. Consensus-based auction approaches for decentralized task assignment // Proceedings AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (GNC). Honolulu, August 2008.

### Сведения об авторах

Дымков С.М., научный сотрудник группы по контролю над наукой в лабораториях Темасек Национального университета Сингапура.

Марков А.В., к.т.н., доцент, заведующий кафедрой систем управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Симаньков Е.И., аспирант кафедры систем управления Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

### Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,  
г. Минск, ул. Гикало, д. 5,  
Белорусский государственный  
университет информатики и радиоэлектроники  
тел.: +375-25-921-42-31;  
e-mail: simankou@tut.by  
Симаньков Владимир Иванович

### Information about the authors

Dymkov S.M., research scientist of control science group at Temasek laboratories of National university of Singapore.

Markov A.V., PhD, associate professor, head of control systems department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Simankov V.I., PG student of control systems department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

### Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,  
Minsk, Gikalo str., 5,  
Belarusian state university  
of informatics and radioelectronics  
tel.: +375-25-921-42-31;  
e-mail: simankou@tut.by  
Simankou Uladzimir Ivanavich