

УДК 004.42:378

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЗАРЯЖЕННЫХ
ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ В СРЕДЕ**

MATHCAD

**NUMERICAL MODELING OF DYNAMICS OF CHARGED
PARTICLES IN THE ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS IN MATHCAD**

ГРИГОРЬЕВ Александр Александрович

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики

БГУИР, г. Минск, Беларусь, agrig@bsuir.by

Аннотация: Рассматривается метод численного моделирования движения электронов во взаимно ортогональных электрических и магнитных полях в случае эффекта Холла в металле.

Abstract: The numerical simulation method for motion of electrons in the mutually orthogonal electric and magnetic fields in case of the Hall effect a metal is regarded.

Ключевые слова: Mathcad, численные методы, эффект Холла.

Keywords: Mathcad, numerical methods, Hall effect.

Mathcad – система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением. Среда математического моделирования *Mathcad* используется в сложных проектах, чтобы визуализировать результаты математического моделирования, путем использования распределённых вычислений и традиционных языков программирования [1]. *Mathcad* достаточно удобно использовать в процессе обучения для физических и инженерных расчетов. Открытая архитектура приложения в сочетании с поддержкой технологий *.NET* и *XML* позволяют легко интегрировать *Mathcad* практически в любые ИТ-структуры и инженерные приложения. Есть возможность создания электронных книг (*e-Book*).

В качестве прикладной задачи рассмотрим построение численной модели движения частиц с одним типом заряда в скрещенных электрическом и магнит-

ных полях, что является модельной задачей для эффекта Холла в металле. Для визуализации физических процессов воспользуемся следующими возможностями *Mathcad*: решение системы дифференциальных уравнений, построение интерполяционных кривых для функций координат и скоростей, построение анимированных графиков пространственных положений заряженных частиц.

Для анализа траектории движения частицы перейдем от векторной формы 2-го закона Ньютона к системе дифференциальных уравнений 1-ого порядка для проекций скоростей и координат.

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{q \cdot B \cdot v_y}{m}, \quad \frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m}(B \cdot v_x - E), \quad \frac{dv_z}{dt} = 0, \quad \frac{dx}{dt} = v_x, \quad \frac{dy}{dt} = v_y, \quad \frac{dz}{dt} = v_z. \quad (1)$$

Для численного решения системы дифференциальных уравнений, применим метод Рунге-Кутты 4-го порядка, которому в среде *Mathcad* соответствует встроенная функция:

$$V_k := rkfixed(V0(k), t0, t1, N, D), \quad (2)$$

где $V0(k)$ – вектор начальных скоростей и координат; $t0 := 0$ – начальное значение времени; $t1 := 0.45$ – конечное; $N := 500$ – число разбиений данного временного интервала; D – векторная функция, составленная из выражений правых сторон системы дифференциальных уравнений для проекций скоростей и координат.

$$D \ t, V := \begin{array}{c} \frac{qBV_1}{m} \\ q(E-BV_0) \\ m \\ 0 \\ V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{array}, \quad V := \begin{array}{c} v_x \\ v_y \\ v_z \\ x \\ y \\ z \end{array} = \begin{array}{c} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{array} \quad (3)$$

Временной интервал необходимо выбирать таким образом, чтобы при данных значениях первоначальных величин q, m, E, B можно было наблюдать необходимую нам картину, а именно, в окончательный момент времени траектория заряженной частицы будет параллельна поверхности проводника.

На Рис.1 представлены траектории движения заряженных частиц в зависимости от величины напряжённости поперечного электрического поля E . Приведённые формы траекторий являются фрагментами анимационного процесса в среде *MathCad*. Параметром анимации является шаг наращивания величины напряжённости электрического поля.

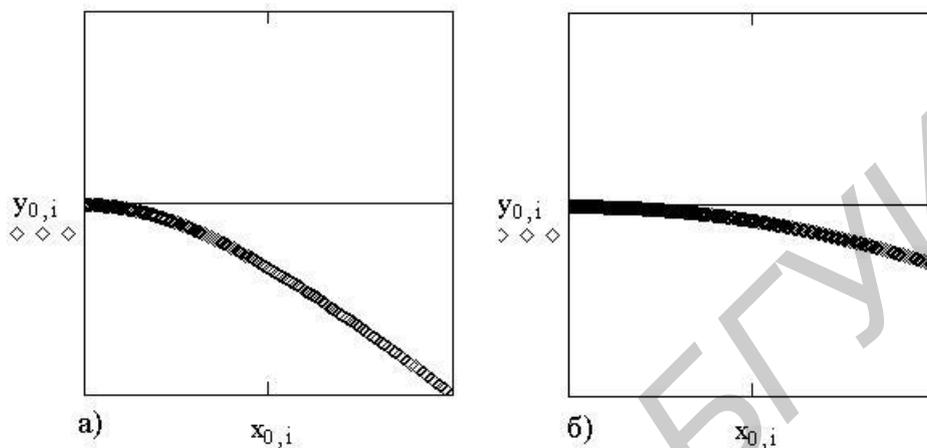


Рисунок 1 – Траектории движения заряженных частиц.

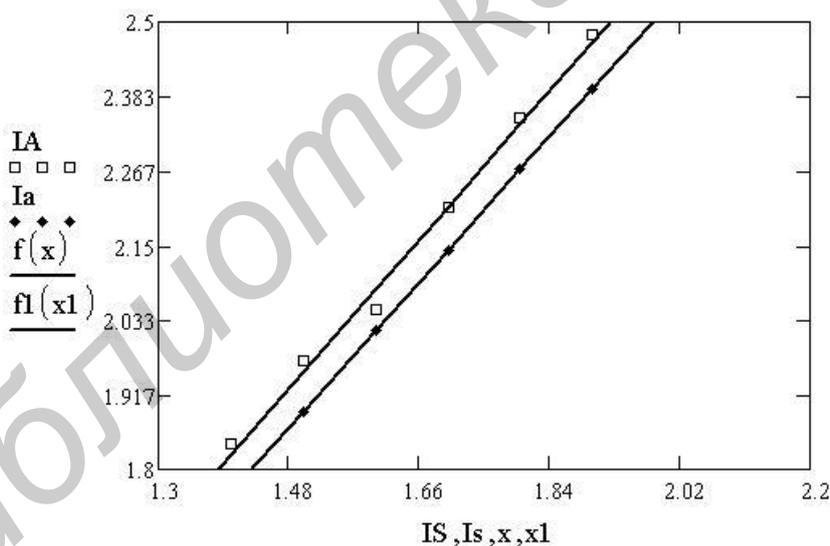


Рисунок 2 – Экспериментальные данные зависимости поперечного тока датчика IA от тока в проводнике IS ; данные модельной зависимости поперечного тока Ia от тока в проводнике Is ; $fl(x1)$ – интерполяционная кривая для экспериментальных результатов, $f(x)$ – интерполяционная кривая для модельных данных.

Интерполяционная функция строится средствами *Mathcad* как $f(x) := F(x, rez)_0$, где $rez := genfit(vx, vy, vg, F)$; здесь vx – матрица-столбец аргументов функции; vy – матрица-столбец значений функции; vg – матрица-столбец, задающая приблизительные значения параметров функции; F – вектор-функция, состоящая из общего вида функции и частных производных по каждому параметру. Функция возвращает наилучшие значения параметров функции.

Исследовав фитирующие кривые, можно заметить, что в целом, поперечный ток прямопропорционален току в проводнике. Это обусловлено тем, что при увеличении подаваемого напряжения, скорость движения электронов увеличивается, из-за чего воздействие магнитного поля на них увеличивается, что вызывает и увеличение разности потенциалов между стенками проводника, чтобы скомпенсировать все воздействия.

Наблюдаем хорошее совпадение результатов моделирования и эксперимента.

Список литературы:

1. Ohanian H.C., Markert J.T. Physics for Engineers and Scientists in– 3 vol./ H.C. Ohanian, J.T. Markert. – New York, NY: Norton, 2007. – 1 vol., 807 p.