УДК 519.85(075.8)

СХЕМА АГЕНТА КООПЕРАТИВНОЙ СИСТЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОММИВОЯЖЕРА

Н.В. Кузнецова, М.П.Ревотюк

УО “Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники” Минск, Беларусь

Предмет обсуждения – организация точного решения известной вычислительно трудной задачи коммивояжера на локальной сети ЭВМ. Для ускорения времени решения предлагается образовать кооперацию агентов, размещаемых в узлах сети и реализующих жадную стратегию утилизации доступных вычислительных ресурсов.

Задача коммивояжера в классической постановке формулируется следующим образом: задана матрица расстояний (стоимости переезда) $C = \left\| c_{ij}, i, j = \overline{1, n} \right\|$ между любым из n городов, необходимо найти цикл минимальной длины однократного посещения каждого города. Если представить решение задачи коммивояжера матрицей булевых переменных $X = \left\| x_{ij}, i, j = \overline{1, n} \right\|$, где единица означает включение в оптимальный цикл дуги $i \to j$, то формальная модель оптимизации имеет вид:

$$
\begin{aligned}
& Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \Rightarrow \min; \\
& \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1; \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1; \\
& x_{ij} \geq 0, i, j = \overline{1, n}; \\
& u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1, i = \overline{2, n}, j = \overline{2, n}, i \neq j
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Известно, что модель (1) не является конструктивной для построения эффективной вычислительной схемы решения задачи коммивояжера. Среди точных методов решения ее наиболее эффективным считается метод ветвей и границ. Экспериментально установленная оценка вычислительной сложности метода ветвей и границ для случайной матрицы расстояний размером $n \times n$ – $O(1.26^n)$ [1]. Экспоненциальный вид закона объясняется древовидной структурой процесса поиска оптимального цикла.

Схема алгоритма метода ветвей и границ может быть реализована разными способами, различающимися правилами порождения ветвей дерева. Наиболее успешным считается подход, базирующийся на решении задач о назначении, анализе получающихся замкнутых циклов и, если таких циклов более одного, последующем переборе вариантов разрыва циклов. Рекурсия обхода дерева строится на матрице расстояний, где разрывы циклов задаются назначением бесконечных значений длин запрещаемых дуг. Установка бесконечного значения – естественный прием запрета нежелательных для использования дуг, как например, $c_{ii} = \infty, i = \overline{1,n}$.

Алгоритм метода ветвей и границ допускает естественное распараллеливание процесса анализа совокупности вариантов. Древовидный характер порождения вариантов позволяет разделить процесс генерации и обработки любой вершины дерева между параллельно функционирующими ЭВМ на сети.

Предположим, что доступные для кооперации ЭВМ оснащены агентами, ожидающими получения описания локальной задачи [3]. Получив задание, агент активизирует процесс ее решения, продолжая следить за общей обстановкой на сети. Слежение заключается в проверке условия бесперспективности анализируемого варианта, сравнивая оценку его целевой функции с рекордным значением.

Агент решения задачи должен выполнять посылку широковещательного сообщения группе кооперируемых ЭВМ сети. Такая посылка легко реализуема посредством применения протокола UDP и группового обмена на уровне гнездовых соединений [3].

Организация кооперативной схемы требуют решения двух задач:

определение способа спецификации отдельного варианта;

включение в итерационный процесс анализа варианта механизма установления его бесперспективности.

Рассмотрим содержание пересылаемых сообщений. Узел дерева вариантов при решении задачи коммивояжера соответствует некоторой локальной задаче о назначениях

$$Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \Rightarrow \min;$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1; \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1; \qquad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0, i, j = \overline{1, n}.$$

Задача о назначениях полностью определена значением матрицы *C*, а ее решение содержит точно n ненулевых элементов в матрице X. Легко заметить, что каждое решение целесообразно представить не матрицей X, а вектором

$$Y = \left(y_1 = j \middle| x_{ij} = 1, i = \overline{1, n}; y_k = j \middle| x_{ij} = 1, i = y_{k-1}, k = \overline{2, n} \right), \qquad (3)$$

перечисляющего вершины цикла оптимального решения. Таким образом, размер сообщения линейно зависит от размерности задачи.

Установление бесперспективности варианта для задачи о назначениях удобно проводить, воспользовавшись известным для транспортных задач приемом оценки нижней границы целевой функции в процессе их решения [2]. На основании теории двойственности, нижняя оценка целевой функции $\widetilde{Z}^q$ на итерации q решения транспортной задачи венгерским методом определяется следующим образом

$$\widetilde{Z}^q = \sum_{i=1}^{n} u_i^q \cdot a_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot b_j, \qquad (4)$$

где

$$u_k^q = 0, k \in [1, n];$$

$$u_i^q = c_{i1} - c_{i1}^q - v_1^q, i \neq k;$$

$$v_j = c_{kj} - c_{kj}^q, j = \overline{1, n}.$$

Здесь c_{ij}^q - элемент вспомогательной матрицы оценок, построенной на итерации q алгоритма венгерского метода [2]. Значения коэффициентов a_i и b_j в транспортной задаче представляют объемы поставки и потребления, но применительно к задаче о назначениях их следует полагать единичными: $a_i = 1, i = \overline{1, n}; b_j = 1, j = \overline{1, n}.$

Очевидно, что получение значений $\widetilde{Z}^q$ линейно зависит от размерности задачи, но требует сохранения исходной матрицы.

Таким образом, схема алгоритма работы агента имеет вид:

получив описание локальной задачи (2), решить задачу о назначениях, проверяя на каждой итерации перспективность варианта относительно глобального рекорда;

если получено законченное решение, то, во-первых, провести ветвление, помещая в стек локальных задач описание листьев текущего дерева и, во-вторых, скорректировать известное всем значение рекордной оценки;

если стек локальных задач не пуст, выбрать новый вариант и перейти к его анализу, в противном случае ожидать сообщения о новой задаче.

Представление исходной задачи (1) должно быть известно каждому агенту, но отдельные задачи в стеке можно задать в разностной форме (3).

Экспериментальная реализация рассмотренных агентов показала. что на системе из M кооперируемых ЭВМ, M<12, сокращение времени решения задачи при n<1000 достигает (0.94…1.4)·M раз по сравнению с использованием одиночной ЭВМ. При этом существенным оказывается распределение значений матрицы стоимостей, что соответствует результату теоретических исследований [4] .

ЛИТЕРАТУРА

1. Рейнгольд Э., Нивергельд Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика – М.: Мир. 1980. – 476 с.

2. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Н. Задачи и методы линейного программирования. – М.: Советское радио, 1964. – 736 с.

3. Ревотюк М.П., Кузнецова Н.В. Агентная система кооперации ресурсов вычислительной среды для решения задач выбора//Известия Белорусской инженерной академии, № 1(15)/1, 2003. – С. 265-268.

4. Тихомирова Е.В. Характеристики потоков анализируемых вариантов в кооперативных схемах//Моделирование и информационные технологии проектирования: Сб. научн. тр., вып. 4. - Мн.: Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, 2002. – С. 110-116.