

УДК 004.932.72

QR-АЛГОРИТМ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МАТРИЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОВАРИАЦИИ

И.А. БОРИСКЕВИЧ, Я.Э. АЛЬ ХАШИМИ, Н.М.Н. НАИФ, Д.М. ЗЯБКИН, Д.С. ЩЕРБА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 10 декабря 2017

Проведена оценка эффективности использования ковариационного дескриптора для поиска малоразмерных объектов на аэроизображениях. Определено минимальное количество итераций QR-алгоритма на основе преобразования Хаусхолдера для вычисления обобщенных собственных значений матриц коэффициентов ковариации и расстояния Римана.

Ключевые слова: аэроизображение, ковариационный дескриптор, расстояние Римана, обобщенные собственные значения, QR-алгоритм.

Теоретическая часть

Одним из эффективных подходов к решению проблемы поиска малоразмерных объектов на аэроизображениях является использование ковариационного дескриптора, основанного на вычислении коэффициентов ковариации между признаковыми матрицами объекта поиска и функции вычисления расстояния Римана в качестве метрики сходства дескрипторов, что обеспечивает инвариантность к масштабированию, повороту и изменению формы объекта [1, 2].

Алгоритм вычисления матрицы коэффициентов ковариации между двумя признаковыми изображениями включает следующие шаги.

Шаг 1. Определение координат пикселя в центре объекта.

Шаг 2. Выделение фрагмента изображения с учетом пикселя в центре объекта.

Шаг 3. Вычисление признаковых изображений интенсивности пикселей (исходный фрагмент изображения), первых и вторых частных производных по двум направлениям, модулей и углов направлений градиента пикселей, низкочастотные и высокочастотные поддиапазоны первого уровня разложения непрореженного лифтинг-вейвлет преобразования (ЛВП) Хаара.

Шаг 4. Вычисление матрицы коэффициентов ковариации:

$$C = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{1,D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{D,1} & \cdots & c_{D,D} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $c_{i,j} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (F_i(m,n) - \mu_i)(F_j(m,n) - \mu_j)$ – коэффициент ковариации между признаковыми изображениями; $F_{i(j)} = (F_{i(j)}(m,n))$ – i -е (или j -е) признаковое изображение объекта размером $M \times N$; μ_i – среднее арифметическое i -го признакового изображения; D – количество признаковых изображений.

Структурная схема вычисления матрицы коэффициентов ковариации представлена на рис. 1.

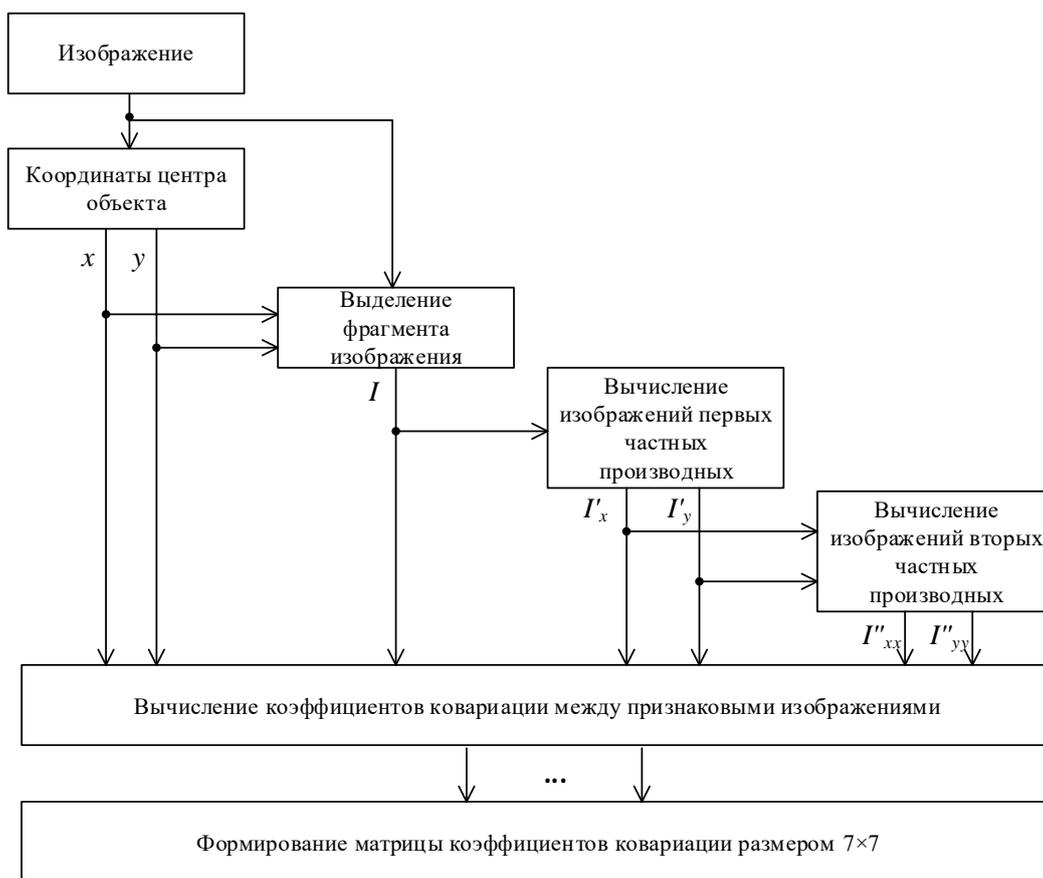


Рис. 1. Структурная схема вычисления матрицы коэффициентов ковариации

Граф-схема этапов вычисления коэффициента ковариации между признаковыми изображениями с размером 4×4 пикселя представлена на рис. 2. Из граф-схемы следует, что вычислительная сложность матрицы коэффициентов ковариации связана с размерами признаковых изображений. Вычислительная сложность ковариационного дескриптора определяется с помощью соотношений:

$$M_c = 28L_cMN, \quad (2)$$

$$A_c = 4XY + 84L_c + 28L_cMN, \quad (3)$$

где M_c и A_c – количество операций умножения и сложения для стандартного ковариационного метода; L_c – количество окон-кандидатов (перекрывающихся фрагментов видеокadra в пределах области поиска), связанное с размером видеокadra $X \times Y$ и величиной области перекрытия; $M \times N$ – размер объекта поиска.

Пространство матриц коэффициентов ковариации не является евклидовым. Их пространство не является замкнутым для произведения отрицательных скаляров. Поэтому для вычисления различия двух матриц коэффициентов ковариации используется расстояние Римана ρ , которое удовлетворяет следующим аксиомам метрики для положительно определенных симметричных матриц C_1 и C_2 .

1. Положительность: $\rho(C_1, C_2) \geq 0$ и $\rho(C_1, C_2) = 0$ если $C_1 = C_2$.
2. Симметричность: $\rho(C_1, C_2) = \rho(C_2, C_1)$.
3. Неравенство треугольника: $\rho(C_1, C_2) + \rho(C_1, C_3) \geq \rho(C_2, C_3)$.

Расстояние Римана определяется как корень квадратный из суммы квадратичных логарифмов обобщенных собственных значений двух матриц коэффициентов ковариации (матриц изображения объекта и окна-поиска на видеокadre). Расстояние Римана зависит от

собственных значений, вычисляемых не для каждой из матриц, а для двух матриц (обобщенных собственных значений).

Расстояние Римана $\rho^2(C_E, C_l)$ для матриц коэффициентов ковариации l -го окна поиска C_l и изображения объекта C_E :

$$\rho^2(C_E, C_l) = \sum_{i=1}^D \ln^2 \lambda_i(C_E, C_l), \quad (4)$$

где $\lambda_i(C_E, C_l)_{i=1, \dots, D}$ – i -е обобщенное собственное значение матриц коэффициентов ковариации изображения объекта C_E и l -го окна поиска C_l ; D – количество признаков изображений.

Наиболее эффективным подходом к решению проблемы нахождения обобщенных собственных значений вещественных симметричных положительно определенных матриц является использование QR-алгоритма на основе преобразования Хаусхолдера [3]. Одна итерация QR-алгоритма требует $O(n^3)$ флопс. При приведении матрицы к форме Хессенберга [3] сложность одной итерации QR-алгоритма сводится к $O(n^2)$ флопс.

Обобщенные собственные значения λ_i квадратных симметричных матриц $C_l(t)$ и C_E вычисляются с помощью соотношения

$$C_l(t)e = \lambda C_E e, \quad (5)$$

где e – собственные векторы матриц $C_l(t)$ и C_E .

При $C_E = I$ обобщенное собственное уравнение преобразуется в стандартную собственную проблему:

$$C e = \lambda e, \quad (6)$$

где $C = C_E^{-1} C_l(t)$.

В QR-алгоритме на k -й итерации вычисляется QR-факторизация матрицы $C^{(k)}$:

$$\begin{cases} C^{(k)} = Q^{(k)} R^{(k)}, \\ C^{(k+1)} = R^{(k)} Q^{(k)}, \end{cases} \quad (7)$$

где $R^{(k)}$ – верхняя треугольная матрица с ненулевыми диагональными элементами на k -й итерации; $Q^{(k)}$ – ортогональная матрица (столбцы образуют ортогональный базис для n -мерного векторного пространства столбцов матрицы или матрицу с ортогональными столбцами).

На начальном этапе QR-алгоритма $C^{(1)} = C$.

При выполнении условия $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_D|$ последовательность матриц $\{C^{(k)}\}$ сходится к верхней треугольной матрице или диагональной матрице, диагональные элементы которой аппроксимируют собственные значения исходной матрицы C .

Известно, что скорость затухания к нулю поддиагональных коэффициентов $a_{i,j}^{(k)}$ матриц $C^{(k)}$ для $i > j$, когда k стремится к бесконечности, зависит от соотношения $\max_i |\lambda_{i+1} / \lambda_i|$. Одним из критериев останова QR-алгоритма является выполнение условия $\max_{i>j} |a_{i,j}^{(k)}| \leq \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ – пороговое значение, выбираемое экспериментально с целью достижения компромисса между быстродействием и точностью.

В качестве критерия останова предложено использовать оценку изменения среднего значения расстояния Римана по выборке кадров для различного количества итераций QR-алгоритма. Для повышения быстродействия разработанных алгоритмов поиска малоразмерных объектов и стабилизации видеоизображения было определено минимальное количество

итераций QR-алгоритма на основе преобразования Хаусхолдера с целью вычисления обобщенных собственных значений матриц коэффициентов ковариации и расстояния Римана.

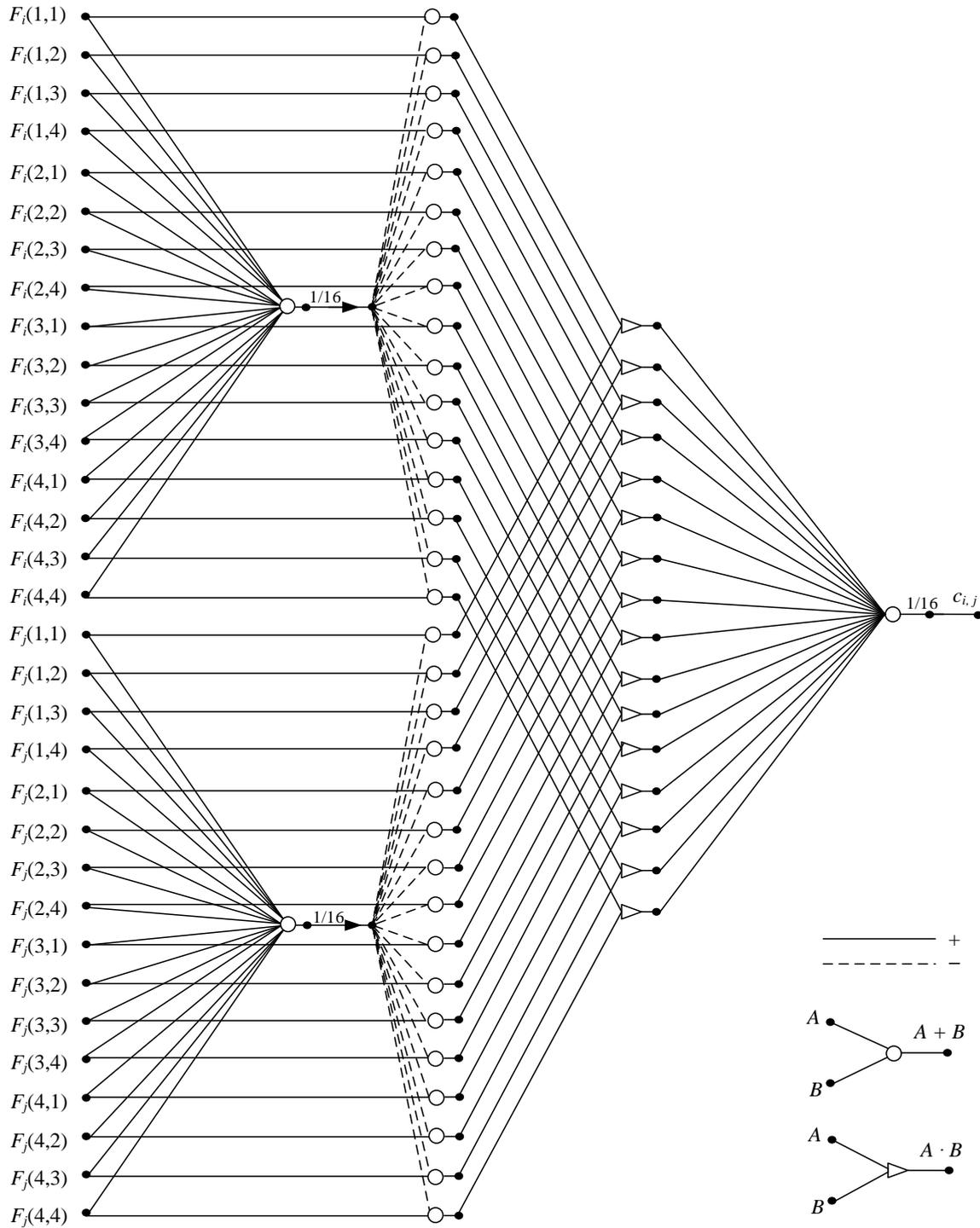


Рис. 2. Граф-схема вычисления коэффициента ковариации между признаковыми изображениями с размером 4×4 пикселя

Экспериментальная часть

В качестве исходных данных для оценки влияния числа итераций QR-алгоритма на эффективность ковариационного дескриптора были использованы видеопоследовательности, полученные с борта БЛА, общей длительностью более 4 ч с разрешением 720×576 пикселей и

кадровой частотой 30 кадров/с, что, в общей сложности, более составило более 400 000 видеокадров.

Результаты оценки эффективности ковариационного дескриптора в различных условиях наблюдения для различного числа итераций (шагов) QR-алгоритма представлены на рис. 3–4.

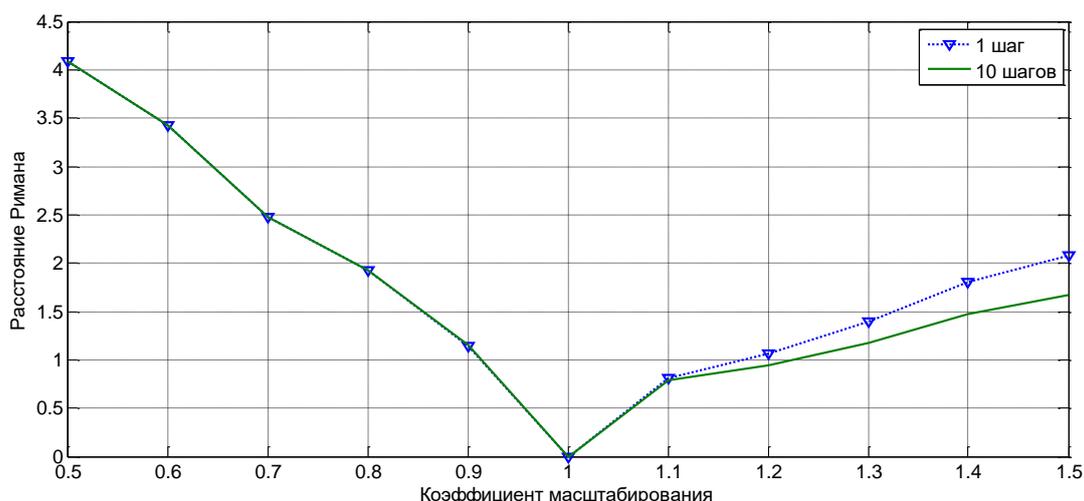


Рис. 3. Зависимость среднего значения расстояния Римана от коэффициента масштабирования изображения объекта для различного числа итераций QR-алгоритма

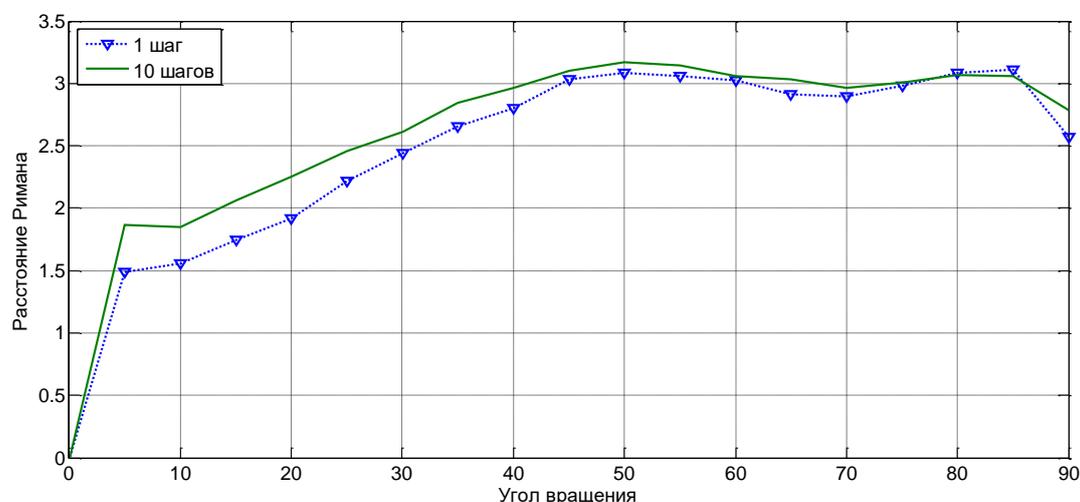


Рис. 4. Зависимость среднего значения расстояния Римана от угла вращения изображения объекта для различного числа итераций QR-алгоритма

Из рис. 3–4 следует, что увеличение числа итераций QR-алгоритма не оказывает значительного влияния на величину расстояния Римана и, следовательно, вероятность правильного обнаружения объекта. Поэтому для эффективной работы ковариационного дескриптора достаточно одной итерации QR-алгоритма с преобразованием Хаусхолдера.

Заключение

Выполнена оценка эффективности использования ковариационного дескриптора для поиска малоразмерных объектов на аэроизображениях в реальном масштабе времени. Установлено, что вычислительная сложность матрицы коэффициентов ковариации связана с размерами признаков изображений объекта и окон его поиска на видеокадре. Определено, что увеличение числа итераций QR-алгоритма не оказывает значительного влияния на значение расстояния Римана и для эффективной работы ковариационного дескриптора достаточно одной итерации QR-алгоритма с преобразованием Хаусхолдера.

QR-ALGORITHM FOR CALCULATION OF GENERALIZED EIGENVALUES OF COVARIANCE MATRICES

I.A. BARYSKIEVIC, Ya.E. AL HASHIMI, N.M.N. NAIF, D.M. ZIABKIN, D.S. SHCHERBA

Abstract

Efficiency estimation of a covariance descriptor for real time search of small objects in aerial images is provided. It is determined that computational complexity of the covariance matrix depends on the size of feature images of a search object and its candidate windows. It is found that the number of QR-algorithm iterations doesn't affect significantly on Riemann distance and for effective work of the covariance descriptor it is needed only a one iteration of QR-algorithm with Householder transformation.

Keywords: aerial image, covariance descriptor, Riemann distance, generalized eigenvalues, QR-algorithm.

Список литературы

1. Wu Y. *et al.* // IEEE Transactions on Image Processing. 2012. Vol. 21, №5. P. 2824–2837.
2. Борискевич И.А., Цветков В.Ю. // Докл. Национальной академии наук Беларуси. 2014. Т. 58, №3. С. 16–21.
3. Golub G.H. Matrix Computations. London, 1996.