

ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 612.382

ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ
УГЛОВЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВЕРХНЕГО КРИТИЧЕСКОГО ПОЛЯ
МНОГОСЛОЙНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ НАНОСТРУКТУР

В.Н. КУШНИР

*Белорусский национальный технический университет
пр. Ф. Скорины, 65, Минск, 220027, Беларусь**Поступила в редакцию 9 апреля 2004*

Дано вариационное решение граничной задачи для уравнений Гинзбурга–Ландау, описывающих критическое состояние сверхпроводящих многослойных наноструктур. Построены угловые зависимости верхнего критического магнитного поля при различных температурах. Определена эффективная размерность и параметры зародыша сверхпроводящей фазы в зависимости от ориентации вектора напряженности магнитного поля.

Ключевые слова: уравнения Гинзбурга–Ландау, сверхпроводимость, многослойные наноструктуры, критическое магнитное поле.

Введение

Многослойные тонкопленочные структуры на основе чередующихся слоев сверхпроводника (S) и нормального металла (N) (СНС) являются предметом постоянных и интенсивных исследований. Интерес к подобным структурам обусловлен следующими причинами. Во-первых, достаточная простота приготовления дает свободу в выборе материальных параметров СНС — сверхпроводящего и нормального металлов, толщин сверхпроводящих и нормальных слоев, а также количества последних. Это влечет за собой и разнообразие в физических характеристиках СНС — величинах критической температуры, критического тока, параметра анизотропии, сил пиннинга на границе S/N, температурных зависимостей верхних критических магнитных полей и т.п. [1, 2]. Во-вторых, простые транспортные измерения указанных величин позволяют исследовать фундаментальные характеристики сверхпроводящего состояния — вид волновой функции сверхпроводящей фазы, эффективную размерность структуры, коэффициент прозрачности на границе S/N, свойства симметрии параметра порядка, зародышеобразование сверхпроводящей фазы и т.п. В-третьих, многослойные анизотропные структуры на основе обычных сверхпроводников (Nb, V, Ta) являются и тестовыми системами для моделирования процессов, происходящих в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП), имеющих естественную слоистую структуру [3, 4].

Одна из фундаментальных характеристик сверхпроводников второго рода — верхнее критическое магнитное поле H_{c2} .

Для СНС достаточно подробно изучены температурные зависимости $H_{c2}(T)$ [5–16]. Основной результат, который был при этом получен, — явление размерного кроссовера. Оно состоит в том, что при температурах ниже температуры кроссовера T^* сверхрешетка СНС в параллельном внешнем магнитном поле ведет себя подобно сверхпроводящей тонкой пленке (2D-поведение) с зависимостью $H_{c2\parallel}(T) \sim (1 - T/T_c^*)^{1/2}$, а при $T > T^*$ — подобно однородному бес-

конечному образцу (3D-поведение) с зависимостью $H_{c2}(T) \sim (1-T/T_c)$ (T_c — критическая температура).

Полной критической магнитной характеристикой СНС является зависимость $H_{c2}(T, \theta)$ [21, 22], где θ — угол между вектором напряженности внешнего магнитного поля и поверхностью плоской структуры. Однако моделирование экспериментальных зависимостей $H_{c2}(\theta)$ [20, 23, 24] для СНС оказывается гораздо более сложной задачей [29, 30], чем для однородных анизотропных сверхпроводников [25–28].

Для однородных анизотропных сверхпроводников были легко определены и экспериментально полностью подтверждены предельные характеристики $H_{c2}(\theta)$: предел тонкой пленки [21, 25]; предел полубесконечной сверхпроводящей среды [21, 26]; предел бесконечной сверхпроводящей среды [21, 4]. В первом и втором случаях зависимость $H_{c2}(\theta)$ характеризуется пиком (или разрывом производной $\partial H_{c2}(\theta)/\partial \theta$ при $\theta=0$). В третьем случае функция $H_{c2}(\theta)$ в точке $\theta=0$ является гладкой. Существенно, что 2D- или 3D-характер угловых зависимостей находится во "взаимно однозначном" соответствии с 2D- или 3D-характером температурных зависимостей верхнего критического поля. В [27] для малых углов θ был рассмотрен общий случай сверхпроводящего образца конечной толщины. Оказалось, что вид и аналитические свойства зависимости $H_{c2}(\theta)$ связаны с положением зародыша сверхпроводящей фазы, определяемым его взаимодействием с границами образца.

Исследование характеристик $H_{c2}(\theta)$ СНС осуществлялось в [29, 30] посредством численного решения соответствующего уравнения в частных производных для волновой функции (ВФ), описывающей сверхпроводящую фазу бесконечной сверхрешетки. Оказалось, что в данном случае 2D или 3D-характер угловых зависимостей соответствует таковому для температурных зависимостей только при $\theta=0$, что проявляется в наличии или отсутствии разрыва производной $\partial H_{c2}(\theta=0)/\partial \theta$. Данные численные расчеты мало пригодны для моделирования экспериментальных данных в силу их громоздкости, а также наличия большого количества подгонных параметров.

Цель данной работы — исследовать с помощью наиболее простого вариационного расчета [20, 21] угловые зависимости $H_{c2}(\theta)$ СНС конечной толщины. В качестве вариационного используется функционал Гинзбурга–Ландау (ГЛ). Предполагается, что данный вариационный расчет может описывать экспериментальные данные для значений $\theta < 1$ и для температур, не очень близких к T_c .

Формулировка метода

Рассматривается сверхпроводящая структура, состоящая из m плоских чередующихся слоев сверхпроводящего (например, Nb) и нормального (например, Cu, Pd) металлов, находящаяся во внешнем магнитном поле. Выберем систему координат следующим образом: ось OZ направлена перпендикулярно плоскостям слоев, координатная плоскость $ХОУ$ параллельна слоям и совпадает с плоскостью симметрии СНС. Данная сверхпроводящая структура предполагается неограниченной в направлениях OX и OY и имеющей толщину L в направлении OZ .

Для внешнего магнитного поля $\mathbf{H}(0, H \cos \theta, H \sin \theta)$, близкого к критическому, с соответствующим ему вектор-потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{r})(H z \cos \theta - H y \sin \theta, 0, 0)$, волновая функция (ВФ) Гинзбурга–Ландау (ГЛ) может быть представлена в виде $\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikx} \psi(y, z)$. В этом случае функционал ГЛ может быть записан в форме [21, 22, 19]

$$F = \iint dy dz \left\{ \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 - \eta(z; T) \psi^2(y, z) + H^2 (z \cos \theta - z_0 - y \sin \theta)^2 \psi^2(y, z) \right\}. \quad (1)$$

Здесь $z_0 = k/H_0$; $\eta(z; T)$ — ступенчатая функция:

$$\eta(z; T) = \begin{cases} 1, & z \in I_S, \\ -\xi_S^2(T)/\xi_N^2(T), & z \in I_N, \end{cases} \quad (2)$$

где $\xi_S(T)$, $\xi_N(T)$ — "корреляционные длины", характеризующие быстроту изменения ВФ внутри сверхпроводящего и нормального слоев; I_S , I_N — области, занятые сверхпроводящими и нормальными слоями соответственно. Пространственные переменные масштабированы на корреляционную длину $\xi_S(T)$, магнитное поле масштабировано на величину $H_{c2S} = \Phi_0/2 \pi \xi_S^2$, где Φ_0 — квант магнитного потока.

Варьированием (1) получим следующее уравнение в частных производных для $\psi(y, z)$:

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \eta(z; T) + H^2(z \cos \theta - z_0 - y \sin \theta)^2 \right\} \psi(y, z) = 0 \quad (3)$$

При этом функция $\psi(y, z)$ обязана удовлетворять граничным условиям (ГУ)

$$\psi(y, z) \Big|_{y \rightarrow \pm \infty} = 0, \quad \frac{\partial \psi(y, z)}{\partial z} \Big|_{z = \pm \frac{L}{2}} = 0, \quad (4)$$

а также условиям сшивания на границах раздела z_i ($i=1, \dots, m-1$) сверхпроводящих и нормальных слоев [1]

$$\frac{\partial \psi(y, z_i + 0)}{\partial z} = p_i \frac{\partial \psi(y, z_i - 0)}{\partial z}, \quad (5)$$

$$\psi(y, z_i + 0) = q_i \psi(y, z_i - 0),$$

где $p_i \equiv p$, $q_i \equiv q$, если слева от границы находится нормальный слой, и $p_i \equiv p^{-1}$, $q_i \equiv q^{-1}$ — в противном случае; параметры p , q даются микроскопической теорией.

Параметр z_0 определяется варьированием (1), что приводит к интегральному соотношению

$$\iint dy dz (z_0 - (z \cos \theta - y \sin \theta)) \psi^2(y, z) = 0 \quad (6)$$

или, в кратких обозначениях, $z_0 = \langle z \cos \theta - y \sin \theta \rangle$. То же соотношение (6) следует и из граничных условий для магнитного поля $H(r)$ [22].

Задача (2)–(4) вместе с (6) есть задача на собственные значения H , наибольшее из которых и есть верхнее критическое поле $H_{c2}(\theta)$. Очевидно, численное решение данной задачи очень громоздко и никак не годится для быстрой подгонки экспериментальных данных. В то же время простейший вариационный принцип, заключающийся в выборе пробной ВФ с разделенными переменными:

$$\tilde{\psi}(y, z) = f(y) g(z), \quad (7)$$

оказывается вполне эффективным для описания зависимости $H_{c2}(\theta)$ хотя бы для достаточно малых значений θ . Для его обоснования приведем следующие соображения. При малых значениях θ перекрестный член

$$V(y, z) = -2 H^2 (z \cos \theta - z_0) y \sin \theta \quad (8)$$

в (3) оказывается малым, и (7) есть по форме точное нулевое приближение для $\psi(y, z)$ при решении (3) по теории возмущений (ТВ). Более того, как показал расчет $H_{c3}(\theta)$ [26] для однородного полубесконечного сверхпроводника, приближение (7) при разумном выборе подгоночных параметров дает очень хорошее согласие с экспериментом. В рассматриваемом случае (СНС)

роль перекрестного члена уменьшается и из-за наличия плоскостей раздела, создающих анизотропию. Это легко увидеть формально, включив условия сшивания (5) по методу Лагранжа в (1). При этом в уравнении (3) (которое можно рассматривать как уравнение для квантового осциллятора) появляется дополнительный "потенциал"

$$V_{\Gamma}(y, z) = C_1 \frac{\partial}{\partial z} \sum_i (\delta(z - z_i - 0) - p_i \delta(z - z_i + 0)) + C_2 \sum_i (\delta(z - z_i - 0) - q_i \delta(z - z_i + 0)), \quad (9)$$

где C_1, C_2 — множители Лагранжа. Следовательно, с увеличением количества границ вклад (8) в (3) можно все с большим основанием считать малым.

Таким образом, подставляя (7) в (1) и варьируя, получим следующие уравнения для $f(y)$, $g(z)$:

$$\left(-\frac{d^2}{dy^2} + H^2 \sin^2 \theta y^2 - 2H^2 (\bar{z} \cos \theta - z_0) \sin \theta y + \varepsilon'' \right) f(y) = 0 \quad (10)$$

с граничными условиями

$$f(\pm \infty) = 0 \quad (11)$$

и

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} - \eta(z) + H^2 (z \cos \theta - z_0)^2 - 2H^2 \bar{y} \sin \theta (z \cos \theta - z_0) + \varepsilon' \right) g(z) = 0 \quad (12)$$

с граничными условиями

$$\frac{dg}{dz}(\pm L/2) = 0 \quad (13)$$

и условиями сшивания

$$\begin{aligned} g'(z_i + 0) &= p_i g'(z_i - 0), \\ g(z_i + 0) &= q_i g(z_i - 0). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь введены обозначения:

$$\bar{y} \equiv a^{-1} \int dy y f^2(y), \quad \bar{z} \equiv b^{-1} \int dz z g^2(z), \quad a \equiv \int dy f^2(y), \quad b \equiv \int dz g^2(z), \quad (15)$$

$$\varepsilon' \equiv \frac{1}{a} \int dy \left\{ \left(\frac{df(y)}{dy} \right)^2 + H^2 y^2 \sin^2 \theta f^2(y) \right\}, \quad (16)$$

$$\varepsilon'' \equiv \frac{1}{b} \int dz \left\{ \left(\frac{dg(z)}{dz} \right)^2 - \eta(z) g^2(z) + H^2 (z \cos \theta - z_0)^2 g^2(z) \right\}. \quad (17)$$

В силу (10)–(17) имеет место следующее соотношение, связывающее ε' и ε'' :

$$\varepsilon' + \varepsilon'' = 2H^2 (\bar{z} \cos \theta - z_0) \bar{y} \sin \theta. \quad (18)$$

Выражение (6) для параметра z_0 удобнее записать в виде

$$\bar{z} \cos \theta - z_0 - \bar{y} \sin \theta = 0. \quad (19)$$

Решение задачи (10), (11), соответствующее минимальному значению ε' , известно [31]:

$$\varepsilon' = H |\sin\theta| + (H \bar{y} \sin\theta)^2, \quad f(y) = \exp\left\{-\frac{1}{2} H |\sin\theta| (y - \bar{y})^2\right\}. \quad (20)$$

Учитывая (18)–(20), вместо (15) имеем:

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} - \eta(z; T) + H^2 \cos^2 \theta (z - \bar{z})^2 + H |\sin\theta|\right) g(z) = 0 \quad (21)$$

Таким образом, вместо граничной задачи (4) для уравнения в частных производных (3) имеем граничную задачу (13) для обыкновенного дифференциального уравнения (21).

Во введении было сказано о важности величины $\alpha(\theta) \equiv \frac{1}{H_{c2}(\theta)} \frac{dH_{c2}(\theta)}{d\theta}$ — крутизны

характеристики $H_{c2}(\theta)$. В зависимости от того, является данная величина разрывной или нет при $\theta=0$, можно сделать заключение об эффективной размерности сверхпроводящей фазы в окрестности данного значения θ . В рамках модели ГЛ (1) легко получить следующее общее выражение для $\alpha(\theta)$:

$$\alpha(\theta) = \frac{\langle [(z - \bar{z})\cos\theta - (y - \bar{y})\sin\theta][(z - \bar{z})\sin\theta + (y - \bar{y})\cos\theta] \rangle}{\langle [(z - \bar{z})\cos\theta - (y - \bar{y})\sin\theta]^2 \rangle}. \quad (22)$$

При использовании пробной ВФ (7) выражение (22) значительно упрощается:

$$\alpha(\theta) = \frac{\cos\theta \left(H_{c2} \sin\theta \langle (z - \bar{z})^2 \rangle - \frac{\sin\theta}{|\sin\theta|} \right)}{H_{c2} \cos^2 \theta \langle (z - \bar{z})^2 \rangle + |\sin\theta|}. \quad (23)$$

Здесь

$$\langle (z - \bar{z})^2 \rangle \equiv \langle (\delta z)^2 \rangle = \frac{1}{b} \int dz (z - \bar{z})^2 g^2(z). \quad (24)$$

В частности, при $\theta=0$ имеем

$$\alpha(\theta = \pm 0) = \frac{-\text{sign}(\theta)}{H_{c2}(0) \langle (z - \bar{z})^2 \rangle_{\theta=0}}. \quad (25)$$

Из (23), (25) видно, что в описанном приближении относительное падение характеристики $H_{c2}(\theta)$ определяется исключительно параметром локализации $\sigma = \sqrt{\langle (z - \bar{z})^2 \rangle}$ ВФ по переменной z . Кроме того, очевидно, что в рамках данного приближения ни при каких температурах не может быть получено 3D-поведение сверхпроводящей фазы, за исключением непосредственной окрестности T_c , где $\sigma \rightarrow \infty$.

Пример и обсуждение результатов

В качестве примера рассчитывались критические характеристики $H_{c2}(\theta)$ для 3-слойной (1 би-слой) и 17-слойной (8 би-слоев) СНС. 3-слойная структура взята как аналог тонкой пленки однородного сверхпроводника.

Приняты следующие значения толщин d_S и d_N сверхпроводящего и нормального слоев: $d_N=0,5$, $d_S=1,05$, $\xi_S(0)=2\xi_N(T_c)$. Температурные зависимости корреляционных длин взяты в соответствии с приближением ГЛ в виде $\xi_S(T)=\xi_S(0) (1-T/T_c)^{-1/2}$, $\xi_N(T)=\xi_S(T_c) (T/T_c)^{-1/2}$ [17] с их экст-

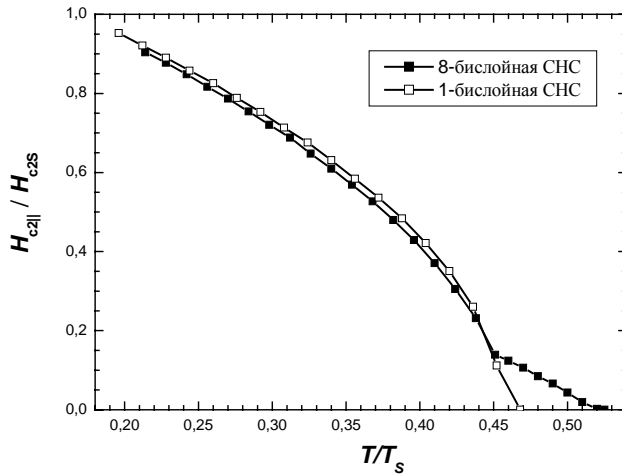
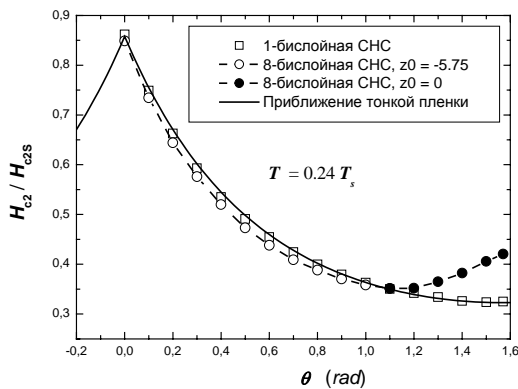
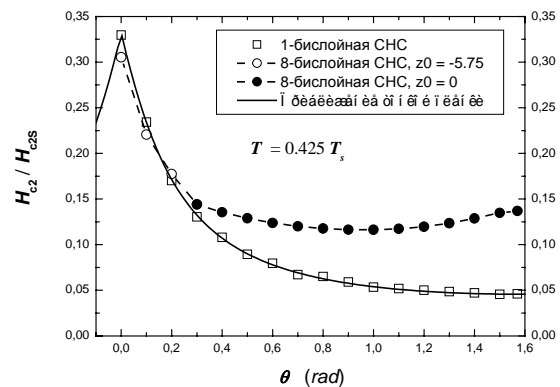


Рис. 1. Зависимости верхнего параллельного критического поля от температуры для 1- и 8-бислойной СНС

ка, при любых углах и температурах. Этот результат в рамках предложенной модели очевиден, поскольку верхнему критическому полю соответствует единственное для всех θ и T значение параметра $z_0=0$, соответствующее симметричной волновой функции.



a



б

Рис. 2. Графики зависимости $H_{c2}(\theta)$ для 1-бислойной СНС (светлые квадраты) и для 8-бислойной СНС (штриховая линия с кружками): *a* — $T=0,24 T_S$; *б* — $T=0,425 T_S$. Светлыми кружками обозначен участок кривой 2D-поведения, черными — участок 3D-поведения сверхпроводящей фазы. Сплошная кривая построена в соответствии с приближением Тинкхама

Для 8-бислойной структуры, как видно из рис. 2,а, 2D-поведение характерно при низких температурах для значений углов вплоть до 1 рад; при $\theta > 1$ кривая $H_{c2}(\theta)$ существенно отклоняется от соответствующей кривой для тонкой пленки. Данный факт легко объясняется в терминах параметра локализации σ ВФ сверхпроводящей фазы и положения сверхпроводящего зародыша, определяемого параметром z_0 . Для указанной температуры и при $\theta < 1$ размер зародыша вдоль оси OZ , определяемый параметром σ , меньше или порядка d_S ; наибольшему значению магнитного поля соответствует значение параметра $z_0 = \pm(L/2 - d_N - d_S/2)$, т.е. зародыш

раполяцией на область низких температур. Здесь T_S — критическая температура сверхпроводящего материала.

На рис. 1 представлены температурные зависимости $H_{c2||}(T) = H_{c2}(T, \theta=0)$ для 1- и 8-бислойной структур. Видно, для 1-бислойной структуры зависимость $H_{c2||}(T)$ имеет 2D-характер практически для всех температур. Для 8-бислойной структуры имеем типичный для СНС график $H_{c2||}(T)$ с 2D-3D кроссовером при температуре $T^*=0,86 T_S$.

На рис. 2,а,б представлены графики зависимостей $H_{c2}(\theta)$ при низких температурах и температурах, близких к T^* , соответственно. Видно, что для 3-слойной структуры зависимость $H_{c2}(\theta)$ точно воспроизводится формулой Тинкхама, полученной для пленок однородного сверхпроводника,

локализуется в крайнем сверхпроводящем слое структуры (рис. 3,*a*). При этой же температуре и при $\theta > 1$ энергетически выгодным оказывается симметричное решение для функции $g(z)$, соответствующее значению параметра $z_0=0$ (рис. 3,*б*, *в*). При этом сверхпроводящая фаза образуется, по меньшей мере, в двух центральных S-слоях, т.е. 2D-поведения здесь нет.

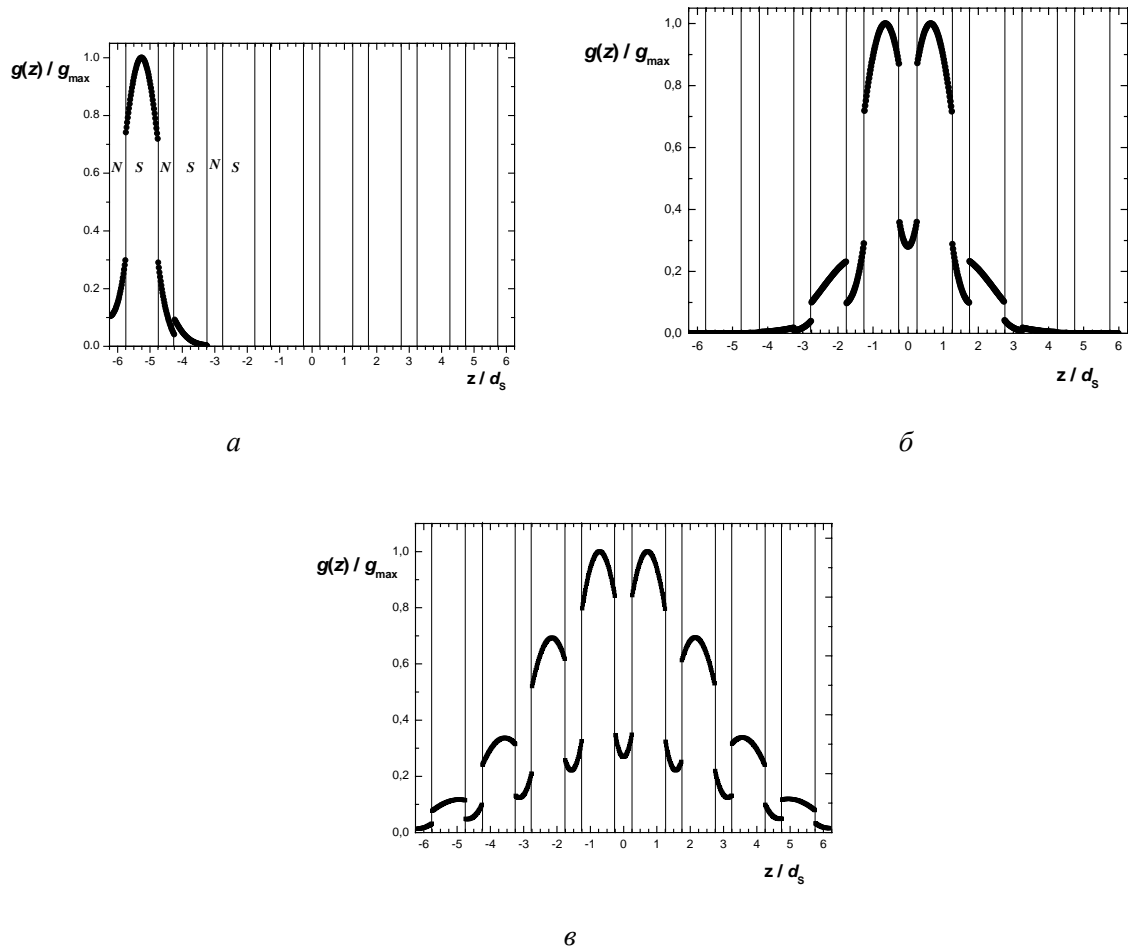


Рис. 3. Графики z -составляющей $g(z)$ ВФ сверхпроводящей фазы при $T=0,242 T_S$: *a* — $\theta=0,3$; *б* — $\theta=1,2$; *в* — $\theta=1,5$. Вертикальные линии обозначают границы раздела слоев

При движении к более высоким температурам интервал 2D-поведения по углам θ сужается для 8-слойной СНС. При этом аппроксимация соответствующего участка кривой формулой Тинкхама становится хуже. Однако физическая трактовка, приведенная для низких температур, остается справедливой. Более того, изменение симметрии z -составляющей ВФ в данном случае проявляется более отчетливо: на рис. 2,*б* видим излом кривой $H_{c2}(\theta)$ при $\theta \approx 0,3$.

В заключение автор выражает признательность проф. С.Л. Прищепе за полезные обсуждения.

Работа финансировалась в рамках межреспубликанской межвузовской программы "Наноэлектроника".

THE VARIATIONAL METHOD OF THE UPPER CRITICAL FIELD ANGULAR DEPENDENCES ESTIMATIONS FOR A SUPERCONDUCTING MULTILAYER NANOSTRUCTURES

V.N. KUSHNIR

Abstract

The variational solution of a boundary problem for the Ginzburg – Landau equations describing the superconducting multilayer nanostructures critical state is presented. The upper critical magnetic field angular dependences are calculated at different temperatures. The effective dimensionality and the superconducting phase nucleation parameters versus magnetic field strength orientation are explained.

Литература

1. Jin B.Y., Ketterson J.B. // Adv. Phys. 1989. Vol. 38. P. 189.
2. Лыков А.Н. // УФН. 1992. Т. 162, № 10. С. 1–62.
3. Blatter G., Feigelman M.V., Geshkenbein V.B., et al. // Rev. Mod. Phys. 1994. Vol. 66. P. 1125.
4. Cava R.J. // Science. 1990. Vol. 247. P. 656.
5. Ruggiero S.T., Barbee Jr. T.W., Beasley M.R. // Phys. Rev. B. 1982. Vol. 26. P. 4894.
6. Banerjee I., Yang Q.S., Falco C.M., Schuller I.K. // Phys. Rev. B. 1983. Vol. 28. P. 5037.
7. Guimpel J., de la Cruz M.E., et al. // J. Low Temp. Phys. 1986. Vol. 63. P. 151.
8. Kanoda K., Mazaki H., Yamada T., et al. // Phys. Rev. B 1986. Vol. 33. P. 2052.
9. Locquet J.P., Sevenhans W., Bruynseraede Y., et al. // IEEE Trans. Magn. 1987. Vol. 23, P. 1393.
10. Jin B.Y., Ketterson J.B., McNiff E.J., et al. // J. Low Temp. Phys. 1987. Vol. 69. P. 39.
11. Coccoresse C., Attanasio C., Mercaldo L.V., et al. // Phys. Rev. B 1998. Vol. 57. P. 7922.
12. Takahashi S., Tachiki M. // Phys. Rev. B 1986. Vol. 33. P. 4620.
13. Broussard P.R., Geballe T.H. // Phys. Rev. B 1988. Vol. 37. P. 60.
14. Dediu V.I., Kabanov V.V., Sidorenko A.A. // Phys. Rev. B 1994. Vol. 49. P. 4027.
15. Koperdraad R.T.W., Lodder A. // Phys. Rev. B 1996. Vol. 54. P. 515.
16. Ciuhu C., Lodder A. // Phys. Rev. B. 2001. Vol. 64. P. 224526.
17. Kushnir V.N., Prischepa S.L., Della Rocca M.L., et al. // Phys. Rev. B 2003. Vol. 68. P. 212505.
18. Kushnir V.N., Prischepa S.L., Cirillo C., et al. // to be published.
19. Кушнир В.Н., Петров А.Ю., Прущенко С.Л. // Физика низких температур. 1999. Т. 25. С. 1265 [Low Temp. Phys. 1999. Vol.25. P.948].
20. Cirillo C., Attanasio C., Maritato L., et al. // J. Low Temp. Phys. 2003. Vol.130. P.509.
21. Tinkham M. Introduction to Superconductivity. Krieger, Malbar, FL, 1980.
22. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М., 1987.
23. Chun C.S.L., Zheng G.G., Vicent J.L., Schuller I.K. // Phys. Rev. B. 1984. Vol.29 P.4915.
24. Banerjee I., Schuller I.K. // J. Low Temp. Phys. 1984. Vol.54. P.501.
25. Tinkham M. // Phys. Rev. 1963. Vol.129. P. 2413. // Phys. Lett. 1964. Vol.9. P.217.
26. Yamafuji K., Kusayanagi E., Irie F. // Phys. Lett. 1966. Vol.21. P.11.
27. Saint-James D. // Phys. Lett. 1965. Vol.16. P. 218.
28. Saint-James D., De Gennes P.G. // Phys. Lett. 1963. Vol. 7. P. 306.
29. Takanaka K. // J. Phys. Soc. Jpn. 1989. Vol.58. P. 668. ibid 1992. Vol.61. P.2865.
30. Takezawa N., Koyama T., Tachiki M. // Physica C 1993. Vol. 207. P. 231.
31. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М., 1979.