

УДК 621.396.6.019.3

**МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ОТКАЗА  
ТАКСОФОННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПЛАСТИКОВЫХ КАРТОЧЕК**

Т.Г. ТАБОЛИЧ, Л.М. ЛЫНЬКОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 18 мая 2005*

Рассмотрена возможность определения функции развития отказа таксофонных электронных карт с учетом развития деградационного процесса протекающего на этапе эксплуатации. Показано, что временная зависимость развития массовых отказов модулей для электронных пластиковых карт носит нормально-логарифмический характер. Модель является определяющей для выявления деградационных процессов, возникающих в процессе эксплуатации карт с использованием электронных модулей безопасности и определения характерных точек плотности распределения отказов, что облегчает задачу определения надежности чип-карт.

*Ключевые слова:* отказ, развитие отказа, деградационный процесс, электронная пластиковая карта.

**Введение**

Широкое использование электронных пластиковых карт в последнее время привело к определенным затруднениям при оценке надежности известными вероятностными методами. Главным образом эти затруднения объясняются сложностью набора, достаточного для достоверной оценки надежности количества исходной информации, получаемой обычно в результате испытаний на долговечность. Действительно, желательное повышение надежности ЭПК, а также необходимость испытаний во всем диапазоне внешних воздействий в различных температурных режимах привели к росту продолжительности испытаний. Это может быть устранено с помощью изучения физических и физико-механических процессов, протекающих в картах во время эксплуатации и приводящим к отказам карточек. В этом случае анализ кинетики процессов деградации позволяет выявить общие закономерности развития отказа. Это дает возможность получить сведения, необходимые при оценке надежности электронных пластиковых карточек в реальных условиях эксплуатации.

**Определение модели развития отказа при наличии деградационного процесса.**

Деградационный процесс приближения карты к состоянию отказа целесообразно трактовать как случайный процесс движения к границе многомерной рабочей области совокупного векторного определяющего параметра карты (определяющий параметр (ОП) – параметр, определяющий работоспособность). Координатами такого вектора являются отдельные деградационные процессы, протекающие в результате действия различных механизмов отказов.

Основу случайного процесса изменения определяющего параметра во времени составляют долговременные необратимые случайные нестационарные изменения его величины, вы-

званные физическими или физико-химическими процессами старения и износа [1]. При этом именно случайные, не зависящие от времени параметры последних, обуславливают случайный характер процесса деградации.

В общем случае процесс изменения ОП во времени носит нелинейный характер, т.е. модель должна быть нелинейной, так как большинство реальных процессов деградации протекают с ускорением. Если на каком-то интервале времени нелинейность процесса незначительна, модель изменения ОП можно линеаризовать, т.е. линейная модель есть частный случай нелинейной модели.

Наиболее простыми нелинейными моделями могут быть экспоненциальные случайные функции вида (рис. 1) [2–5]

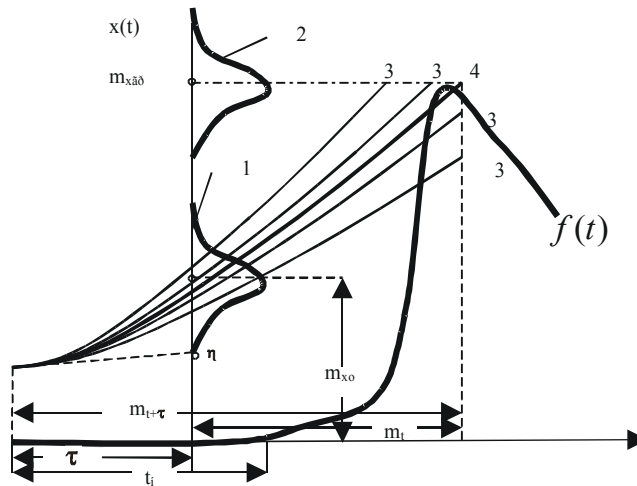


Рис. 1. Общая модель развития отказа элемента: 1 — логарифмическое нормальное распределение начального значения ОП; 2 — логарифмическое нормальное распределение граничного значения ОП; 3 — реализации модели, аппроксимирующие отдельные реализации процесса; 4 — математическое ожидание модели

$$x(t) = x_0 \exp(\pm vt), \quad (1)$$

где  $x_0$  — случайное значение ОП при  $t=0$ ;  $v$  — случайная скорость изменения ОП во времени, обладающая математическое ожидание  $m_v$  и среднеквадратичное отклонение  $\sigma_v$ .

Нелинейная модель (2) удобна для применения тем, что путем логарифмирования сводится к линейной:

$$\ln x(t) = \ln x_0 \pm vt. \quad (2)$$

Обозначим натуральный логарифм ОП новой случайной функцией

$$y(t) = \ln x(t); y_0 = \ln x_0. \quad (3)$$

С учетом (3) выражение (2) перепишется в виде

$$y(t) = y_0 \pm vt. \quad (4)$$

Несложно заметить также, что экспоненциальная модель (1) представляет собой наиболее общую модель процесса изменения ОП, включающую в себя как частный вид линейную модель. Действительно, разлагая экспоненту (1) в ряд, получим

$$x(t) = x_0 \left[ 1 \pm vt + \frac{1}{2} (vt)^2 \pm \frac{1}{6} (vt)^3 + \dots \right]. \quad (5)$$

Пусть третий член ряда (5) по модулю много меньше второго, т.е.

$$0,5(vt)^2 \ll vt; vt \ll 2. \quad (6)$$

Тогда, отбрасывая ввиду малости третий член ряда (2), остальными членами ряда, начиная с четвертого, можно также пренебречь.

Таким образом, при выполнении условия (6) нелинейная модель  $x(t)$  становится линейной.

Все реализации модели (1) имеют общую точку — неслучайный полюс  $(\mu; \eta)$ , причем  $\mu < 0, \eta > 0$ . Обозначая сдвиг полюса от оси ординат по оси абсцисс через  $\tau = -\mu$ , аналитически функцию (1) можно описать как

$$x(t) = \eta \exp[\pm vt]. \quad (7)$$

В начальный момент  $t = 0$  значение функции (7) равно  $x_0$  (случайному значению ОП при  $t=0$ ):

$$x(t) = x_0 = \eta \exp[\pm vt]. \quad (8)$$

Из свойств модели (2)

$$m_{y_0} = \ln \eta \pm m_v \tau, \quad (9)$$

$$\sigma_{y_0} = \sigma_v \tau, \quad (10)$$

где  $m_{y_0}$  и  $\sigma_{y_0}$  — математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение случайного начального разброса  $y_0$  функции  $y(t)$  в начальный момент эксплуатации.

При аппроксимации случайного процесса движения ОП карты к случайной границе  $x_{гр}$  моделью (1) вместо плотности распределения  $f(t)$  времени  $t$  работы карты до отказа для упрощения математических выкладок целесообразно искать плотность распределения  $f_I(t+\tau)$  времени  $(t+\tau)$ , выражающегося из условий отказа

$$x(t) = x_{\bar{a}\delta} \quad (11)$$

после подстановки в последнее (7) как

$$(t + \tau) = \frac{\ln x_{\bar{a}\delta} - \ln \eta_z}{v}. \quad (12)$$

При этом, как следует из рис. 1, плотность  $f_I(t+\tau)$ , начиная с момента  $t=0$ , будет представлять собой искомую плотность  $f(t)$ .

Обозначим в (11)

$$\ln x_{\bar{a}\delta} = y_{\bar{a}\delta}, \quad (13)$$

$$Z = y_{\bar{a}\delta} - \ln \eta_z \quad (14)$$

и будем считать, что распределение скорости изменения логарифма ОП  $v$ , согласно [6], подчиняется нормальному закону, а величина случайного граничного уровня ОП  $x_{гр}$  соответствии с [7–9] распределена логарифмически нормально. В этом случае в логарифм  $y_{гр}$  граничного уровня ОП  $x_{гр}$  имеет нормальное распределение с математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением, которые равны:

$$m_{y_{\bar{a}\delta}} = \ln \frac{m_{x_{\bar{a}\delta}}}{\sqrt{\ln(1 + \gamma_{\bar{a}\delta}^2)}}, \quad (15)$$

$$\sigma_{y_{\bar{a}\bar{o}}} = \sqrt{\ln(1 + \gamma_{\bar{a}\bar{o}}^2)}, \quad (16)$$

причем

$$\gamma_{\bar{a}\bar{o}}^2 = \frac{\sigma_{x_{\bar{a}\bar{o}}}}{m_{x_{\bar{a}\bar{o}}}}. \quad (17)$$

Выражая из (9) величину  $\ln \eta_z$  как

$$\ln \eta_z = m_{y_o} - m_v \tau \quad (18)$$

и переписывая (14) с учетом (8) в виде

$$Z = y_{\bar{a}\bar{o}} - m_{y_o} + m_v \tau. \quad (19)$$

заметим, что линейная функция величины  $y_{\text{тр}}$  величина  $Z$  также имеет нормальное распределение.

$$f(Z) = \frac{1}{\sigma_Z \sqrt{2\pi}} * \exp\left[-\frac{(Z - m_z)}{2\sigma_Z^2}\right]. \quad (20)$$

а ее с.к.о. и м.о., согласно (19), с учетом (15), (16) записываются:

$$\sigma_Z = \sigma_{y_{\bar{a}\bar{o}}}; m_Z = m_{y_{\bar{a}\bar{o}}} - m_{y_o} + m_v \tau = m_v \tau + \ln \frac{m_{\bar{a}\bar{o}}}{m_{x_o}} \sqrt{\frac{1 + \gamma_0^2}{1 + \gamma_{\bar{a}\bar{o}}^2}}, \quad (21)$$

где

$$\tau = \frac{\sigma_{y_o}}{\sigma_v} = \frac{1}{\sigma_v} \sqrt{\ln(1 + \gamma_0^2)} = \frac{1}{\sigma_v} \sqrt{\ln(1 + \frac{\sigma_{x_o}^2}{m_{x_o}^2})}. \quad (22)$$

Таким образом, после подстановки(13), (14) выражение (12) можно записать в виде

$$(t + \tau) = \frac{Z}{v}. \quad (23)$$

Следовательно, функция распределения  $Q(t + \tau)$  частного  $(t + \tau)$ , связанная с искомой плотностью распределения  $f_1(t + \tau)$  известным соотношением:

$$f_1(t + \tau) = \frac{dQ(t + \tau)}{dt} \quad (24)$$

примет вид

$$Q(t + \tau) = \iint_D f(Z, v) dZ dv, \quad (25)$$

где  $D = D_1 + D_2$  построенная согласно (23) область интегрирования (рис. 2);  $f(Z, v)$  — совместная плотность распределении величин  $(Z, v)$ , ввиду независимости последних равная

$$f(Z, v) = f(Z)f(v). \quad (26)$$

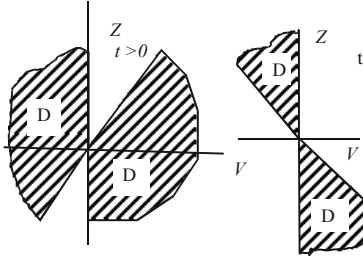


Рис. 2 Область интегрирования в (23)

Подставляя (26) в (25) и расписывая область  $D$  через необходимые пределы, получим:

$$Q(t + \tau) = \int_{-\infty}^0 \left[ \int_{v(t+\tau)}^{\infty} f(Z) dZ \right] f(v) dv + \int_0^{-\infty} \left[ \int_0^{v(t+\tau)} f(Z) dZ \right] f(v) dv . \quad (27)$$

После преобразования с учетом (26), (27) выражение (24) сведется к виду

$$f(t + \tau) = \frac{\delta}{\pi \sqrt{(t + \tau)^2 + \delta^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(\beta + \alpha \tau)}{\delta^2} + \alpha^2 \right] \right\} + \left\{ 2\Phi \left[ \frac{(\beta + \alpha \tau)(t + \tau) + \alpha \delta^2}{\delta \sqrt{(t + \tau)^2 + \delta^2}} \right] - 1 \right\} \times \frac{(\beta + \alpha \tau)(t + \tau) + \alpha \delta^2}{((t + \tau)^2 + \delta^2)^{3/2} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(\beta - \alpha t)^2}{2[(t + \tau)^2 + \delta^2]} \right\}, \quad (28)$$

где при обозначениях (17), (21), (22)

$$\alpha = \frac{m_v}{\sigma_v},$$

$$\beta = \frac{m_{y\ddot{a}\delta} - m_{y0}}{\sigma_v} = \frac{1}{\sigma_v} \ln \frac{m_{x\ddot{a}\delta}}{m_{x0}} \sqrt{\frac{1 + \gamma_0^2}{1 + \gamma_{\ddot{a}\delta}^2}} = \frac{1}{\sigma_v} \ln \frac{m_{x\ddot{a}\delta}^2}{m_{y0}^2} \sqrt{\frac{m_{x0}^2 + \sigma_{x0}^2}{m_{x\ddot{a}\delta}^2 + \sigma_{x\delta}^2}}, \quad (29)$$

$$\delta = \frac{\sigma_{y\ddot{a}\delta}}{\sigma_v} = \frac{1}{\sigma_v} \sqrt{\ln(1 + \gamma_{\ddot{a}\delta}^2)} = \frac{1}{\sigma_v} \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma_{x\ddot{a}\delta}^2}{m_{x\ddot{a}\delta}^2}\right)}.$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (30)$$

Полученное распределение (28) неудобно своей громоздкостью, поэтому заметим, что на практике коэффициент

$$\gamma = \frac{\delta^2}{(\beta + \alpha \tau^2)^2} = \frac{\delta_{y\ddot{a}\delta}^2}{(m_{y\ddot{a}\delta} - m_{y0} + \alpha \sigma_{y0})^2} = \frac{\ln(1 + \gamma_{\ddot{a}\delta}^2)}{\left[ \ln \frac{m_{x\ddot{a}\delta}}{m_{x0}} \sqrt{\frac{1 + \gamma_0^2}{1 + \gamma_{\ddot{a}\delta}^2}} + \frac{m_v}{\sigma_v} \sqrt{\ln(1 + \gamma_0^2)} \right]^2}, \quad (31)$$

заметно влияющий на вид распределения (13), обычно не превышает величины 0,06:

$$\gamma < 0,06. \quad (32)$$

При выполнении же (30)

$$\Phi \left[ \frac{(\beta + \alpha\tau)(t + \tau) + \alpha\delta^2}{\delta\sqrt{(t + \tau)^2 + \delta^2}} \right] \approx 1, \quad (33)$$

$$\frac{\delta}{\pi[(t + \tau)^2 + \delta^2]} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(\beta + \alpha\tau)^2}{\delta^2} + \alpha^2 \right] \right\} \ll \frac{(\beta + \alpha\tau)(t + \tau) + \alpha\delta}{[(t + \tau)^2 + \delta^2]^{3/2} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\beta - \alpha\tau)^2}{2[(t + \tau)^2 + \delta^2]} \right\}.$$

Следовательно, для времен  $t > 0$  упрощается к виду:

$$f(t) = f_1(t + \tau) \approx \frac{(\beta + \alpha\tau)(t + \tau) + \alpha\delta^2}{[(t + \tau)^2 + \delta^2]^{3/2} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\beta - \alpha\tau)^2}{2[(t + \tau)^2 + \delta^2]} \right\}. \quad (34)$$

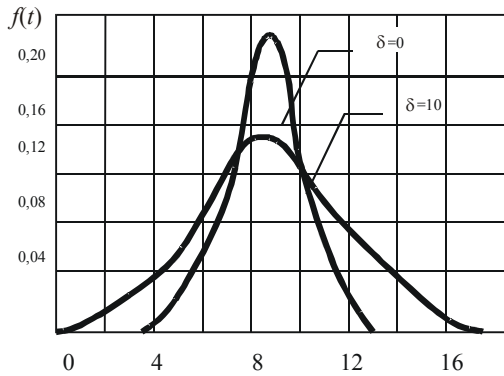


Рис. 3. Кривые распределения при  $\alpha=5$ ;  $\tau=2$ ;  $\beta=40$

На рис. 3 показан вид кривых плотности распределения  $f(t)$  времени работы элемента до отказа при различных  $\delta$ . Как следует из рисунка распределение (34) обладает положительной асимметрией.

В соответствии с рис. 1 м.о.  $m_{t+\tau}$  распределения  $f_1(t + \tau)$  и м.о.  $m_t$  распределения  $f(t)$  связаны соотношением

$$m_t = m_{t+\tau} - \tau, \quad (35)$$

а с.к.о. обоих распределений  $\sigma_{t+\tau}$  и  $\sigma_t$  совпадают. В свою очередь математическое ожидание  $m_{t+\tau}$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma_{t+\tau}$  и частного от деления независимых нормально распределенных величин  $Z$  и  $v$  имеют вид [10]

$$m_{t+\tau} = \frac{m_Z}{m_v}, \quad \sigma_{t+\tau} = \frac{1}{m_v} \sqrt{\frac{(m_v)^2 \sigma_Z^2 - m_Z^2 (\sigma_v)^2}{(m_v)^2 + (\sigma_v)^2}}. \quad (36)$$

Таким образом, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение  $\sigma_t$  времени работы элемента до отказа (распределения  $f(t)$ ) с учетом (35), (36) при обозначениях (21), (30) запишутся:

$$m_t = \frac{\beta}{\alpha}, \quad (37)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\alpha^2 \delta^2 - (\beta + \alpha\tau)^2}{\alpha^2 + 1}} = \sqrt{\frac{\delta^2 - (m_t + \tau)^2}{\alpha^2 + 1}}. \quad (38)$$

Следует отметить также, что при  $t = m_t$ , записанном согласно (36),

$$f_1(t + \tau) \Big|_{t=m_t} = f(t) \Big|_{t=m_t} = f(m_t) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi[\delta^2 + (m_t + \tau)^2]}} = \frac{\alpha^2}{\sqrt{2\pi[\alpha^2 \delta^2 + (\beta + \tau)^2]}}. \quad (39)$$

При замене

$$\frac{t + \tau}{\beta + \alpha\tau} = h \quad (40)$$

распределения (41) принимает упрощенный вид

$$f(h) = \frac{h + \alpha\gamma}{(h^2 + \gamma)^{3/2} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(1 - \alpha h)^2}{2(h^2 + \gamma)}\right]. \quad (41)$$

Причем для времени  $t > 0$

$$f_1(t + \tau) = f(t) = f(m_t) = (\beta + \tau)f(h). \quad (42)$$

Полученная функция (41) является функцией (плотностью распределения наработки до отказа), описывающей общую модель развития отказа карты.

### Выводы

Полученная аналитическая модель является определяющей для выявления деградационных процессов, возникающих при эксплуатации карточек с использованием электронных модулей безопасности и определения характерных точек плотности распределения отказов, что облегчает задачу определения надежности чип-карт. Из полученной функции можно определить время окончания массовых отказов  $t_k$  и время начала массовых отказов  $t_n$ , а также применить ее в расчете оптимальной длительности термовыдержки для отбраковочных испытаний и приработки.

## MODEL OF DEGRADATION PROCESS OF FAILURE DEVELOPMENT IN ELECTRONIC PLASTIC CARDS

T.G. TABOLICH, L.M. LYNKOV

### Abstract

Model of degradation process of failure development in electronic plastic cards components using main equations of mechanism of failure development model of general theory of mathematical statistics and probability theory is worked over. It is shown that electronic plastic card failure development depends on speed of basic efficiency index change uniformity coefficient, longevity reserve and parameters diversity; and time dependence of failure density has normal logarithmic distributive law.

### Литература

1. Дружинин Г.В. Надежность систем автоматики. М., 1967.
2. Смирнов А.Н., Сечко Г.В. // Материалы 10-й междунар. науч.-техн. конф. профессорско-преподавательского состава МРТИ, Минск, 1974 г. Мн., 1974. С. 68–70.
3. Смирнов А.Н., Сечко Г.В. // Современная радиоэлектроника, ее проблемы и перспективы развития: Тез. докл. респ. науч.-техн. конф., Минск, 1975 г. Мн., 1975. С. 150–151.
4. Смирнов А.Н., Сечко Г.В. // Всесоюз. науч.-техн. конф. по проблемам совершенствования проектирования радиотехнических систем и их элементов, Минск, 1975 г. Минск, 1975. С. 29–30.
5. Смирнов А.Н., Сечко Г.В. // Материалы 10-й междунар. науч.-техн. конф. профессорско-преподавательского состава МРТИ, Минск, 1974 г. Мн., 1974. С. 65–68.
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М., 1968.
7. Сотсков Б.С. Основы теории расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. М., 1970.
8. Сотсков Б.С. // В сб. Надежность сложных технических систем. М., 1966. С. 289–306.
9. Сотсков Б.С. Анализ надежности элементов с учетом влияния внешних воздействий. // В сб. Технические средства управления и вопросы их надежности. М., 1974. С. 37–44.
10. Сотсков Б.С. // В сб. Технические средства управления и вопросы их надежности. М., 1974. С. 29–37.