

**ЭЛЕКТРОНИКА**

УДК 538.945

**КОЭФФИЦИЕНТ ПРОЗРАЧНОСТИ КОНТАКТА СВЕРХПРОВОДНИК  
/НОРМАЛЬНЫЙ МЕТАЛЛ И КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА  
ТРЕХСЛОЙНЫХ МЕЗОСТРУКТУР. II**

В.Н. КУШНИР

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 18 января 2006*

На основе точных уравнений микроскопической теории с использованием матричного метода исследовано влияние конечной прозрачности контакта сверхпроводник/нормальный металл на критическую температуру мезоструктур, сверхпроводящих в силу эффекта близости. Полученные теоретические кривые воспроизводят экспериментальные зависимости критической температуры от толщины сверхпроводящего слоя. Определена зависимость коэффициента прозрачности от длины когерентности нормального металла.

*Ключевые слова:* сверхпроводимость, эффект близости, коэффициент прозрачности, матричный метод.

**Введение**

В предыдущей работе [1] было исследовано в рамках одномодового приближения микроскопической теории влияние конечной прозрачности контакта сверхпроводник/нормальный металл на критическую температуру трехслойных мезоструктур (SN), сверхпроводящих в силу эффекта близости. В данной работе уравнения микроскопической теории решаются точно с помощью матричного метода. Рассматриваются плоские трехслойные структуры вида NSN (сверхпроводящий слой находится между нормальными слоями).

**Уравнения микроскопической теории SN**

Выбирается система координат с осью OZ, направленной перпендикулярно плоскости слоев структуры.левой и правой границам SN соответствуют значения  $z=0$  и  $z=L$ .

Критическое состояние сверхпроводящего конденсата в SN описывается (в "грязном" пределе, при отсутствии внешнего поля) следующей системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\left( m + \frac{1}{2} - \frac{\hbar D(z)}{4\pi k_B T} \frac{d^2}{dz^2} \right) \Delta_m(z) = N(z)V(z) \sum_{m'=0}^{mD} \Delta_{m'}(z), \quad m = 0, 1, \dots, mD. \quad (1)$$

Здесь  $mD \equiv [\omega_D/2\pi k_B T - 0.5]$ ,  $\omega_D$  — дебаевская частота;  $D(z) = \begin{cases} D_s, & z \in I_s \\ D_n, & z \in I_n \end{cases}$ , где  $I_s, I_n$  —

области значений  $z$ , соответствующие сверхпроводящим и нормальным слоям,  $D_s, D_n$  — постоянные диффузии сверхпроводящего и нормального металлов. Аналогично определены и функции  $N(z)$  (через плотности числа состояний  $N_s, N_n$  на уровне Ферми) и  $V(z)$  (через константы  $V_s, V_n$  электрон-фононного взаимодействия).

Граничные условия и условия на плоскостях контактов сверхпроводящего и нормального слоев для функций  $\Delta_m(z)$  имеют вид соответственно [3]:

$$\frac{d\Delta_m(0)}{dz} = \frac{d\Delta_m(L)}{dz} = 0, \quad (2)$$

$$D(z_i + 0) \frac{d\Delta_m(z_i + 0)}{dz} = D(z_i - 0) \frac{d\Delta_m(z_i - 0)}{dz},$$

$$D(z_i - 0) \frac{d\Delta_m(z_i - 0)}{dz} = \frac{v_{F,n} t_n N_n}{2} \left( \frac{\Delta_m(z_i + 0)}{N(z_i + 0)} - \frac{\Delta_m(z_i - 0)}{N(z_i - 0)} \right). \quad (3)$$

В формулах (2), (3)  $z_i$  — Z-координаты контактных плоскостей;  $v_{F,n}$  — скорость Ферми для нормального металла;  $t_n$  — параметр прозрачности SN-границы.

Параметр порядка сверхпроводящего состояния выражается через величины  $\Delta_m(z)$ :

$$\Delta(z) = 2k_B T \cdot V(z) \sum_m \Delta_m(z). \quad (4)$$

Поскольку коэффициентные функции в (1) — кусочно-постоянные, можем получить в явном виде общее решение задачи (1)–(3). Для этого строим точные решения для каждого из слоев структуры и сшиваем их посредством условий (3). Построив, таким образом, матрицант  $\hat{\mathbf{R}}(z)$  уравнения (1) [4], и используя далее граничные условия (2), получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} \Delta(L) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \hat{\mathbf{R}}(L) \begin{pmatrix} \Delta(0) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где вектор-функция  $\Delta(z) \equiv (\Delta_0(z), \Delta_1(z), \dots, \Delta_{mD}(z), \Delta_0'(z), \Delta_1'(z), \dots, \Delta_{mD}'(z))^T$ .

Из условия существования нетривиальных решений системы (5) определяется набор значений  $T$ , наибольшее из которых и есть критическая температура  $T_c$ .

Выражение для матрицанта  $\hat{\mathbf{R}}(L)$  многослойной структуры вида NSN...NSN через матрицанты  $\hat{\mathbf{S}}(z)$  и  $\hat{\mathbf{M}}(z)$  S- и N-слоев, и через матрицы  $\hat{\mathbf{P}}_{ns}, \hat{\mathbf{P}}_{sn}$  условий сшивания (3) имеет вид

$$\hat{\mathbf{R}}(L) = \hat{\mathbf{M}}(d_n) \left[ \hat{\mathbf{P}}_{ns} \hat{\mathbf{S}}(d_s) \hat{\mathbf{P}}_{sn} \hat{\mathbf{M}}(d_n) \right]^{Nbl}. \quad (6)$$

В формуле (6)  $Nbl$  — количество бислоев;  $d_s$  — толщина S-слоя;  $d_n$  — толщина N-слоя. Для матриц  $\hat{\mathbf{M}}(d_n)$  и  $\hat{\mathbf{S}}(d_s)$  легко получить следующие формулы:

$$\hat{\mathbf{M}}(d_n) = \begin{pmatrix} \text{diag} \left[ ch \left( \frac{d_n}{\xi_n^{(m)}} \right) \right] & \text{diag} \left[ \xi_n^{(m)} sh \left( \frac{d_n}{\xi_n^{(m)}} \right) \right] \\ \text{diag} \left[ \frac{1}{\xi_n^{(m)}} sh \left( \frac{d_n}{\xi_n^{(m)}} \right) \right] & \text{diag} \left[ ch \left( \frac{d_n}{\xi_n^{(m)}} \right) \right] \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{S}}(d_s) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{C}} \text{diag} \left[ ch \left( \frac{d_s}{\xi_s^{(m)}} \right) \right] \hat{\mathbf{C}}^T & \hat{\mathbf{C}} \text{diag} \left[ \xi_s^{(m)} sh \left( \frac{d_s}{\xi_s^{(m)}} \right) \right] \hat{\mathbf{C}}^T \\ \hat{\mathbf{C}} \text{diag} \left[ \frac{1}{\xi_s^{(m)}} sh \left( \frac{d_s}{\xi_s^{(m)}} \right) \right] \hat{\mathbf{C}}^T & \hat{\mathbf{C}} \text{diag} \left[ ch \left( \frac{d_s}{\xi_s^{(m)}} \right) \right] \hat{\mathbf{C}}^T \end{pmatrix}. \quad (8)$$

В (7), (8) использованы следующие обозначения:

$$\xi_n^{(m)} = \xi_n^{(m)}(T) = \xi_n \sqrt{\frac{T_s}{(2m+1)T}}, \quad \xi_n = \sqrt{\frac{\hbar D_n}{2\pi k_B T_s}},$$

$$\xi_s^{(m)} = \xi_s^{(m)}(T) = \xi_s \sqrt{-\frac{T_s}{2T\mu^{(m)}(T)}}, \quad \xi_s = \sqrt{\frac{\hbar D_s}{2\pi k_B T_s}}. \quad (9)$$

Здесь температурные функции  $\mu^{(m)}(T)$  есть корни характеристического уравнения

$$\psi \left( \frac{\omega_D}{2\pi k_B T} + 1 + \mu^{(m)}(T) \right) - \psi \left( \frac{1}{2} + \mu^{(m)}(T) \right) = \psi \left( \frac{\omega_D}{2\pi k_B T_s} + 1 \right) - \psi \left( \frac{1}{2} \right), \quad (10)$$

$T_s$  — критическая температура сверхпроводящего материала;  $\psi(x)$  — действительная часть дигамма функции. Матрицы  $\hat{\mathbf{C}}$  в (8) определяются выражениями

$$C_j^{(m)} = \frac{s^{(m)}}{j + \frac{1}{2} + \mu^{(m)}}, \quad s^{(m)} = \left[ \sum_{j=0}^{mD} \left( j + \frac{1}{2} + \mu^{(m)} \right)^{-2} \right]^{-1/2} \quad (11)$$

и являются ортогональными:  $\hat{\mathbf{C}}^T \hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{C}}^T = \hat{\mathbf{1}}$ .

Матрицы "сшивания" определяются формулами

$$\hat{\mathbf{P}}_{sn} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{1}} & \gamma_b \xi_n \hat{\mathbf{1}} \\ \hat{\mathbf{0}} & p \hat{\mathbf{1}} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{P}}_{ns} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{1}} & \gamma_b \xi_n p^{-1} \hat{\mathbf{1}} \\ \hat{\mathbf{0}} & p^{-1} \hat{\mathbf{1}} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

В (12) использованы параметры

$$p = \frac{\rho_s}{\rho_n}, \quad \gamma_b = \frac{\ell_n}{3\xi_n t_n} \quad (13)$$

где  $\rho_s, \rho_n$  — удельные сопротивления сверхпроводящего и нормального материалов;  $\ell_n$  — длина свободного пробега электрона в нормальном металле.

В данной работе рассматривается критическое состояние 3-слойных структур NSN ( $Nbl = 1$ ). Можно показать, что критической температуре соответствует симметричное решение

системы (5), так что  $\Delta(L) = \Delta(0)$ . Тогда для трехслойной структуры система (5) редуцируется к любому из двух видов, дающих одну и ту же критическую температуру:

$$\begin{aligned} & \left[ \hat{M}_t(d_n) + p^{-1} \hat{M}_b(d_n) \hat{S}_t(d_s/2) \right] \hat{S}_{I,I}(d_s/2) \Delta(0) = \mathbf{0}, \\ & \left[ \hat{M}_t(d_n) + p^{-1} \hat{S}_t(d_s/2) \hat{M}_b(d_n) \right] \hat{M}_{I,I}(d_n) \Delta(0) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь

$$\hat{S}_t = \hat{S}_{I,I}^{-1} \hat{S}_{II,I}, \quad \hat{M}_t = \hat{M}_{I,I}^{-1} \hat{M}_{II,I}, \quad \hat{M}_b = \hat{\mathbf{1}} + \gamma_b \xi_n \hat{M}_t,$$

где матрицы с римскими индексами означают соответствующие квадратные блоки матриц  $\hat{\mathbf{S}}$  и  $\hat{\mathbf{M}}$ .

Таким образом, критическая температура соответствует нулевым, и одновременно минимальным собственным значениям матриц

$$\hat{R}_{SM} \equiv \hat{M}_t(d_n) + p^{-1} \hat{S}_t(d_s/2) \hat{M}_b(d_n)$$

и

$$\hat{R}_{MS} \equiv \hat{M}_t(d_n) + p^{-1} \hat{M}_b(d_n) \hat{S}_t(d_s/2). \quad (15)$$

### Критическая температура и коэффициент прозрачности структур Pd/Nb/Pd [5] и Cu/Nb/Cu [6]

С помощью вышеизложенного метода вычислим зависимости  $T_c(d_s)$  для тех же структур, что и в работе [1] — это два набора (ps1 и ps2) образцов Pd/Nb/Pd, полученных методом напыления, и два набора (cs1 и cs2) образцов Cu/Nb/Cu, полученных методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Для параметров структур используются оценки, извлеченные из экспериментальных данных [5, 6]. Во всех случаях с уверенностью можно полагать, что длина когерентности  $\xi_s = \xi_{Nb} = 64 \text{ \AA}$ . Критическая температура массивного ниобия принята равной  $T_s = 8,44 \text{ К}$  для набора ps1,  $T_s = 8,3 \text{ К}$  — для набора ps2,  $T_s = 9 \text{ К}$  — для наборов cs1 и cs2. Эти значения меньше приведенных в [5, 6] критических температур массивного ниобия (неограниченных размеров) и, по мнению автора, лучше соответствуют критической температуре толстой пленки сверхпроводящего материала. Тем более, расчеты и по точным уравнениям, и по одно-модовому приближению [1] не подтверждают асимптотических значений, приведенных в [5, 6]. Значения длин когерентности нормального материала  $\xi_n$  при расчетах варьировались в пределах  $260\text{--}300 \text{ \AA}$  для Cu и  $60\text{--}80 \text{ \AA}$  — для Pd. В [1] приведены доводы в пользу известной свободы в выборе этого параметра. Однако основной довод состоит в том, что структуры вида S/N...N/S, использованные для определения  $\xi_n$ , резко отличаются по своим свойствам от рассматриваемых структур. Удельные сопротивления нормальных металлов  $\rho_{Pd} = 5,0 \text{ \mu}\Omega\cdot\text{см}$ ,  $\rho_{Cu} = 1,3 \text{ \mu}\Omega\cdot\text{см}$ . Удельное сопротивление ниобия в структуре Cu/Nb/Cu  $\rho_{Nb,mbe} = 3,6 \text{ \mu}\Omega\cdot\text{см}$ ; для структуры Pd/Nb/Pd использовалось уточненное значение  $\rho_{Nb,sput} = 5,0 \text{ \mu}\Omega\cdot\text{см}$  [7]. Параметр прозрачности  $t_n$  является подгоночным (он связан с квантовомеханическим коэффициентом прозрачности  $\mathcal{T}$  формулой  $\mathcal{T} = t_n / (1 + t_n)$ ).

Моделирование экспериментальных данных проводилось следующим образом. Для заданного  $\xi_n$  подгонкой значения критической температуры при заданной толщине  $d_s$  находился параметр  $\mathcal{T}$ . Для структуры ps1 достигалось совпадение теоретического и экспериментального значений  $T_c(300 \text{ \AA})$ , для структуры cs1 —  $T_c(200 \text{ \AA})$ . Далее для полученной пары значений ( $\xi_n, \mathcal{T}$ ) выстраивалась вся кривая  $T_c(d_s)$ . Для структур ps2 и cs2 использовались параметры

( $\xi_n$ ,  $\mathcal{T}$ ) структур ps2 и cs2 соответственно. Результаты приведены на рис. 1,а, б и 2,а, б. Из рис. 1,а видно, что теоретические кривые  $T_c(d_s)$  точно воспроизводят экспериментальную зависимость. Кроме того, оказалось, что кривые  $T_c(d_s)$ , построенные для последовательности пар значений ( $\xi_n$ ,  $\mathcal{T}$ ), практически накладываются друг на друга. Это отражено на рис. 1,а и 2,а. На них приведены теоретические зависимости для двух пар значений ( $\xi_n$ ,  $\mathcal{T}$ ): одна из них соответствует параметру  $\xi_n=60 \text{ \AA}$ , использованному в [5] при моделировании экспериментальных данных, другая соответствует полной прозрачности границы S/N, т.е. параметру  $\mathcal{T}=1$ . Аналогичная ситуация имеет место и для наборов cs1 и cs2; поэтому на рис. 1,б, 2,б приведена одна кривая для значения длины когерентности  $\xi_n=260 \text{ \AA}$ , использованного в [6] при моделировании экспериментальных данных. Данному значению соответствует коэффициент прохождения  $\mathcal{T}=0,242$  — это несколько меньше приведенного в [6]; а, например, значению  $\xi_n=300 \text{ \AA}$  соответствует коэффициент  $\mathcal{T}=0,353$ .

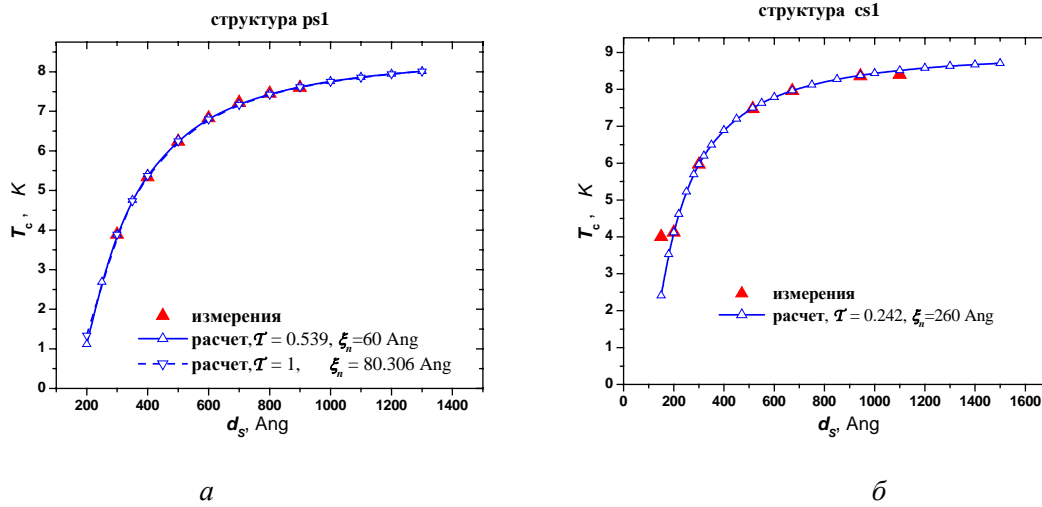


Рис. 1. Экспериментальная и теоретическая зависимости критической температуры от толщины сверхпроводящего слоя: а — для набора ps1 структур Pd/Nb/Pd; б — для набора cs1 структур Cu/Nb/Cu

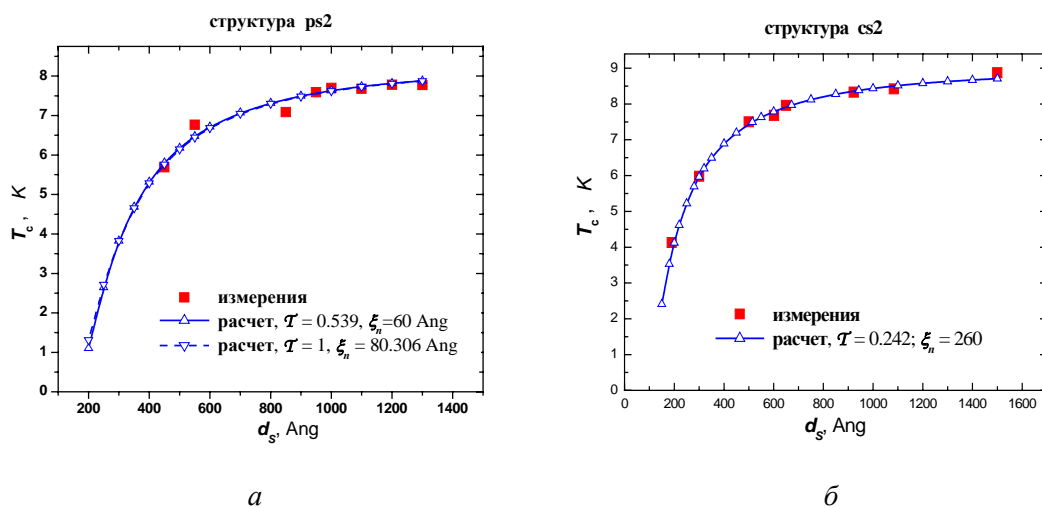


Рис. 2. Экспериментальная и теоретическая зависимости критической температуры от толщины сверхпроводящего слоя: а — для набора ps2 структур Pd/Nb/Pd; б — для набора cs2 структур Cu/Nb/Cu

Интересно отметить, что одномодовое приближение с уточненными параметрами  $T_s$ ,  $\rho_{Nb}$ , приведенными выше, столь же хорошо описывает экспериментальные результаты, как и точные уравнения теории (см. рис. 3, а, б). При этом, однако, коэффициент прозрачности оказывается завышенным.

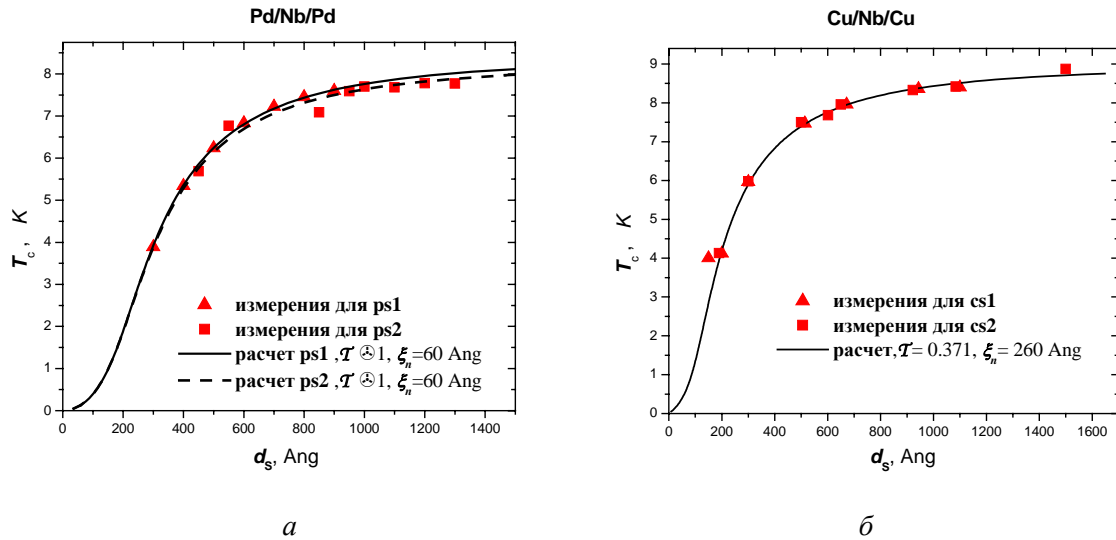


Рис. 3. Экспериментальная зависимость критической температуры от толщины сверхпроводящего слоя и теоретические кривые, полученные в одномодовом приближении: а — для структур Pd/Nb/Pd; б — для структур Cu/Nb/Cu

Связь между параметрами  $\xi_n$ ,  $\mathcal{T}$ , соответствующими экспериментальной зависимости  $T_c(d_s)$  для структуры ps1, отображена на рис. 4; на том же рисунке приведена важная с экспериментальной точки зрения зависимость  $\gamma_b(\xi_n)$ . Этот график позволяет по измеренному значению  $\xi_n$  получить коэффициент прозрачности  $\mathcal{T}$ .

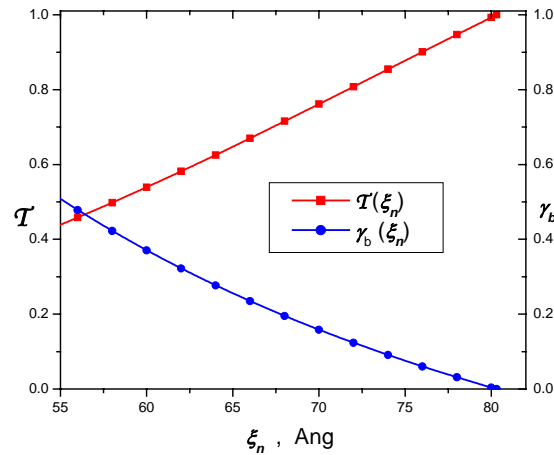


Рис. 4. Зависимость коэффициента прозрачности и параметра  $\gamma_b$  от длины когерентности нормального металла

### Заключение

На основе точного решения уравнений критического состояния в трехслойных структурах типа сверхпроводник/нормальный металл рассчитаны зависимости критической температу-

ры от толщины сверхпроводящего слоя. Теоретические зависимости хорошо описывают данные на структурах Pd/Nb/Pd, Cu/Nb/Cu. Получена зависимость коэффициента прозрачности контакта сверхпроводник/нормальный металл от длины когерентности нормального слоя. Автор признателен проф. С.Л. Прищепе, проф. С. Attanasio, С. Cirillo за предоставленные экспериментальные данные.

## **SUPERCONDUCTOR/NORMAL METAL CONTACT TRANSPARENCY AND CRITICAL TEMPERATURE OF TRILAYER MESOSTRUCTURES. II**

V.N. KUSHNIR

### **Abstract**

The effect of superconductor/normal metal contact finite transparency on proximity mesostructures critical temperature estimated. The matrix method of microscopic theory is used. The theoretical curves fit the experimental  $T_c$  versus superconducting layer width data very satisfactory. The transparency versus normal metal coherent length explained.

### **Литература**

1. Кушнир В.Н. // Докл. БГУИР. 2005. № 4 (12). С. 5.
2. Koperdraad R.P.W. and A. Lodder // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 51. P. 9026.
3. Куприянов М.Ю., В.Ф. Лукичев // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 139.
4. Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М., 1972.
5. Cirillo C., S.L. Prischepa, M. Salvato and C. Attanasio // Euro. Phys. J. B 2004. Vol. 38. P.59.
6. Tesauro A., A. Aurigemma, C. Cirillo, S.L. Prischepa, M. Salvato and C. Attanasio // Supercond. Sci. Technol. 2005. Vol. 18. P. 152
7. Cirillo C. — частное сообщение.