КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 658.56+519.81

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КВАЛИМЕТРИИ ДЛЯ ОБОСНОВАНИЯ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И РИСКА

В.И. КИРИЛЛОВ, Н.Б. АНОШЕНКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 14 января 2007

Во многих случаях выбор управленческого решения (одной из нескольких возможных альтернатив) существенно затруднен, так как исходные данные (результаты возможных решений и "внешние условия") являются неформализованными. Статья посвящена использованию методов квалиметрии для сведения управленческой задачи в условиях неопределенности к формализуемой задаче принятия решения в условиях вероятностного риска.

Ключевые слова: условия риска и неопределенности, ранжирование, метод попарных предпочтений, формализованная задача.

Во всех областях человеческой деятельности приходится сталкиваться с проблемой принятия решения, которая состоит в выборе одного из нескольких возможных вариантов деятельности (процессов, объектов и т.п., именуемых в дальнейшем альтернативами), обеспечивающего наилучшее достижение поставленной цели. Если критерий достижения цели удается формализовать, то выбор решения, как правило, может быть строго обоснован. Однако во многих случаях "качество достижения цели" неформализовано и выбор решения существенно затруднен (вспомните библейскую притчу о муках Буриданова осла, выбирающего одну из двух полных кормушек, да так и умершего с голода). Здесь на помощь могут прийти некоторые методы решения, применяемые в **квалиметрии** — науке о количественных методах измерения качества объектов различной природы (продукции, процессов, видов деятельности и т.п.). Один из примеров такой "квалиметрической поддержки" в задаче определения победителя конкурса на лучшее учебно-методическое издание приведен в [1]. Ниже рассмотрены другие возможности применения квалиметрии, обеспечивающие достаточно строгое обоснование выбираемого решения в условиях риска и неопределенности.

В зависимости от полноты информации об условиях принятия решения и его возможных последствиях выделяют следующие виды задач принятия решений (выбор одной из нескольких альтернатив, обеспечивающей наилучшее достижение цели):

принятие решений в условиях определенности: при выборе решения точно известны результаты реализации выбранного решения;

принятие решений в условиях риска и неопределенности: результаты реализации решения заранее точно не известны.

Для последнего случая наиболее успешно решаемыми считаются задачи принятия решений в условиях "природной" неопределенности, когда внешние факторы, существенно влияющие на исход операции, могут принимать одно из нескольких возможных состояний $Q=\{Q_1, Q_2,\ldots Q_j,\ldots Q_L\}$, для которых известна вероятность их осуществления $S(Q_j)=S_j$. При этом влияющие факторы зависят от объективной действительности и безразличны к решаемой задаче и, лицу принимающему решение (ЛПР) [2, 4].

Если для каждой из возможных альтернатив I_i, $i \in (1, N)$, в условиях действия фактора Q_j известен результат (исход) операции a_{ij} — значение некоторой выбранной функции полезности (выигрыша), например, величина какого-либо физического показателя, прибыли от реализации и т.п., то тогда задача принятия решения сводится к анализу матрицы выигрышей $||a_{ij}||$ (см. табл. 1) по определенным правилам (критериям). Выбор того или иного критерия всегда субъективен и зависит от отношения ЛПР к риску — нежелательному исходу при выборе той или иной альтернативы [3]. В частности, риск полностью отсутствует (его вероятность равна нулю), если ЛПР руководствуется критерием "осторожного наблюдателя" (Вальда или **максимина**), но при этом гарантированный выигрыш, как правило, весьма мал. Очень высок риск, если ЛПР ориентирован на выбор такого решения, который обеспечивает лучший результат для наилучшего состояния "природы" (критерий **максимакса**).

Таблица 1. **Примерная запись матрицы выигрышей**

I_i/S_j	S_1	S_2	...	S_j	...	S_L
I_1	a_{11}	...	...	a_{1j}	...	a_{1L}
I_2	a_{21}	...	...	a_{2j}	...	a_{2L}
...	...	...	...	...	...	...
I_i	a_{i1}	...	...	a_{ij}	...	a_{iL}
...	...	...	...	...	...	...
I_N	a_{N1}	...	...	a_{Nj}	...	a_{NL}

Гарантированный риск обеспечивается, если ЛПР выбирает критерий "взвешенного выигрыша" (ВВ), определяемого для каждой альтернативы I_i по формуле [2]

$$\text{ВВ}\left(I_i\right) = \text{В}\left(I_i\right) - \lambda\sigma_{\text{В}}\left(I_i\right); \quad i \in \left(1, N\right), \tag{1}$$

где

$$\text{В}\left(I_i\right)\sum_{j=1}^{L} S_j a_{ij}\ ; \tag{2}$$

$$\sigma_{\text{В}} = \left(I_i\right) = \left(\sum_{j=1}^{L} S_j\left(a_{ij} - \text{В}\left(I_i\right)\right)^2\right)^{0,5}. \tag{3}$$

При этом В(I_i) характеризует средний выигрыш от использования I_i, а $\sigma_{\text{В}}(I_i)$ — среднеквадратическое отклонение выигрыша от среднего; показатель $\lambda(\lambda>0)$ характеризует субъективное отношение ЛПР к риску.

Можно показать, что при выборе λ в пределах от 0,5 до 1,5 вероятность того, что взвешенный выигрыш будет не меньше, чем определяемый по (1), растет от 0,7 до 0,9. По эмпирической шкале рисков это соответствует малому и минимальному риску [4]. С такой долей уверенности ЛПР выбирает ту k-ю альтернативу I_k, $k \in (1, N)$, для которой взвешенный выигрыш (1) максимален.

Путем несложных преобразований матрица выигрышей $||a_{ij}||$ может быть трансформирована в матрицу проигрышей $||b_{ij}||$ ("сожалений" о неиспользованных возможностях). Для нее также предложен ряд субъективных критериев предпочтения ЛПР, например, критерий **минимакса** (Сэвиджа), **минимина**, "взвешенного проигрыша" и др. [3, 4]. Среди них только критерий "взвешенного проигрыша" (ВП), определяемый по принципам (1)–(3), позволяет обеспечить принятие решения с той вероятностью риска, которая устраивает ЛПР. При этом

$$\text{ВП}\left(I_i\right) = \Pi\left(I_i\right) + \lambda\sigma_{\Pi}\left(I_i\right); \quad i \in \left(1, N\right), \tag{4}$$

где

$$\Pi\left(I_i\right)\sum_{j=1}^{L} S_j b_{ij}\ ; \tag{5}$$

$$\sigma_{\Pi} = \left(I_i\right) = \left(\sum_{j=1}^{L} S_j\left(b_{ij} - \Pi\left(I_i\right)\right)^2\right)^{0,5}. \tag{6}$$

Здесь П (I_i) характеризует средний проигрыш от использования альтернативы I_i, а $\sigma_{\Pi}(I_i)$ — среднеквадратическое отклонение проигрыша от среднего. Коэффициент λ имеет тот же смысл, что и ранее в (1)–(3).

Например, выбирая в (1)–(3) величину λ=1,5, ЛПР знает, что рассчитанный выигрыш ему гарантирован с 90%-ной уверенностью. Такой результат для него более обоснован и понятен, чем, например, по критерию "пессимизма-оптимизма" (Гурвица) [3], в котором коэффициент "оптимизма" не имеет вероятностного обоснования.

Во многих случаях описанная процедура принятия решения по совокупности рассмотренных критериев не может быть проведена по ряду причин:

1) отсутствует достоверная информация о вероятности того или иного состояния "природы";

2) отсутствует достоверная информация о численных значениях выигрышей (проигрышей), получаемых в результате реализации того или иного варианта решения (альтернативы).

Отсутствие этих данных не позволяет составить матрицы выигрышей и потерь и соответственно выполнить формализованный расчет эффективности предполагаемых решений по совокупности рассмотренных критериев оптимальности при допустимой (заданной) вероятности риска.

Целью работы является использование методов квалиметрии для получения дополнительной словесной (вербальной) информации от ЛПР (или группы экспертов) с последующим преобразованием ее в числовую форму и таким образом сведение задачи в условиях неопределенности к задаче принятия решения в условиях вероятностного риска.

Рассмотрим ее сначала применительно к первой проблеме — получению оценки субъективной вероятности S_j проявления того или иного состояния "природы" Q_j для $j\in(1, L)$. Здесь возможно несколько подходов.

В первом из них каждый эксперт производит **ранжирование** состояний "природы" по степени вероятности его проявления: наиболее вероятное состояние получает максимальный ранг L, наименее вероятное — ранг 1. Далее по известной процедуре производится усреднение рангов по группе экспертов и окончательное групповое ранжирование. Пусть состояние "природы" Q_j получило некий ранг R_j, $R_j\in(1, L)$. Тогда принимается решение, что вероятность S_j состояния "природы" Q_j прямо пропорциональна его рангу R_j: S_j=A R_j, где A — коэффициент пропорциональности.

Учитывая, что $\sum_{j=1}^{L} S_j = A\sum_{j=1}^{L} R_j = AL\left(L+1\right)/2 = 1,0$, получим окончательно

$$S_j = \frac{2}{L\left(L+1\right)} R_j;\quad j\in\left(1, N\right). \tag{7}$$

Более точно величину S_j можно рассчитать на основе метода **попарных предпочтений**. С этой целью ЛПР или каждый эксперт группы составляет таблицу предпочтений типа табл. 2. Коэффициент попарных предпочтений δ_{jk} отражает предпочтение (в смысле вероятности появления) j-го состояния Q_j "природы" перед k-м состоянием Q_k.

Таблица 2. **Примерная запись матрицы коэффициентов попарных предпочтений**

	Состояния "природы"					
	Q_1	Q_2	…	Q_k	…	Q_L
Q_1	δ_{11}	…	…	δ_{1k}	…	δ_{1L}
…	…	…	…	…	…	…
Q_j	δ_{j1}	…	…	δ_{jk}	…	δ_{jL}
…	…	…	…	…	…	…
Q_L	δ_{L1}	…	…	δ_{Lk}	…	δ_{LL}

Если выбрана трехуровневая шкала значений δ_{jk} (δ_{jk}=0; 0,5 или 1,0) так, что δ_{jk}=1,0, если вероятность j-го состояния природы больше, чем k-го; δ_{jk}=0,5, если вероятности j-го и k-го состояния равны; δ_{jk}=0, если вероятность j-го состояния природы меньше, чем k-го, то субъективная вероятность j-го состояния рассчитывается из выражения [4]

$$S_j = \sum_{k=1}^{L} \delta_{jk} \Big/ \sum_{j=1}^{L} \sum_{k=1}^{L} \delta_{jk} \,. \tag{8}$$

Точность определения S_j можно повысить, применяя многоуровневую шкалу предпочтений Саати [5, 6]. Коэффициент попарных предпочтений δ_{jk} в такой 9-уровневой шкале определяется из условия:

δ_{jk}=1,0 — при равенстве вероятности событий;

δ_{jk}=3,0 — умеренное (легкое) превышение вероятности события Q_j относительно события Q_k (имеются некоторые основания так считать);

δ_{jk}=5,0 — существенное (сильное) превышение вероятности появления события Q_j по сравнению с событием Q_k (имеются достаточно веские основания так считать);

δ_{jk}=7,0 — значительное превышение вероятности появления события Q_j относительно события Q_k (имеются очень веские основания так считать);

δ_{jk}=9,0 — абсолютная уверенность в том, что событие Q_j более вероятно, чем Q_k;

δ_{jk}=2, 4, 6, 8 — промежуточные решения между двумя соседними суждениями.

Очень важным в этой шкале является то, что при обратном сравнении: вероятности события Q_k относительно вероятности события Q_j — принимают коэффициент предпочтения δ_{kj} из условия: $\delta_{kj}=1/\delta_{jk}$.

После заполнения таблицы попарных предпочтений по типу табл. 2 субъективная вероятность S_j состояния Q_j рассчитывается из выражения [5, 6]

$$S_j = \left(\prod_{k=1}^{L} \delta_{jk} \right)^{1/L} \Big/ \sum_{j=1}^{L} \left(\prod_{k=1}^{L} \delta_{jk} \right)^{1/L} . \tag{9}$$

Согласованность предпочтений ЛПР (или группы экспертов) проверяется по известной методике [5]. При необходимости экспертам предлагается уточнить свои предпочтения. Отметим, что из (9) следует $\sum_{j=1}^{L} S_j$ =1,0, что соответствует природе вероятностных оценок.

После определения субъективных значений вероятности S_j дальнейший процесс определения оптимального решения идет по описанной выше процедуре, в частности, путем использования критерия (1)–(3).

В случае отсутствия достоверной информации о численных значениях выигрышей (проигрышей), полученных в результате реализации того или иного варианта решения (альтернативы), можно попытаться получить субъективные оценки этих выигрышей на основе субъективных предпочтений ЛПР или группы экспертов. Пусть формально имеем типовую запись матрицы выигрышей вида табл. 1.

Значение a_{ij} — выигрыша от принятия решения I_i в условиях S_j (с вероятностью S_j) точно неизвестно, но ЛПР имеет определенные субъективные суждения о возможных **соотношениях** между значениями выигрышей для разных альтернатив при неизменных условиях "природы". Тогда при S_j=const эксперту (или ЛПР) предлагается вывести суждение о том, как соотносятся между собой возможные выигрыши $a_{1j}, a_{2j}, \dots a_{ij} \dots a_{Nj}$ для всех $i \in (1, N)$. Целесообразно (проще для эксперта) эти суждения свести в таблицу попарных предпочтений типа табл. 2 из коэффициентов δ_{ip}, где $i, p \in (1, N)$, $i \neq p$, и коэффициент δ_{ip} отражает предпочтение (превышение) возможного выигрыша a_{ij} относительно a_{pj}.

Если коэффициент предпочтения выбирается в рамках трехуровневой шкалы (δ_{ip}=0; 0,5 или 1,0), причем δ_{ip}=1,0, если $a_{ij} > a_{pj}$, и δ_{ip}=0, если $a_{ij} < a_{pj}$, то можно определить "относительную силу выигрыша a_{ij}" в виде оценки q_{ij}:

$$q_{ij} = \sum_{p=1}^{N} \delta_{in} \Bigg/ \sum_{i=1}^{N} \sum_{p=1}^{N} \delta_{ip} \,. \tag{10}$$

Если коэффициент предпочтения выбирается на основании многоуровневой шкалы Саати [5, 6], когда $\delta_{ip} \in (1; 9)$, причем δ_{ip}=3; 5; 7; 9 соответствует умеренному, существенному (сильному), значительному и очень сильному превосходству выигрыша a_{ij} по сравнению с выигрышем a_{pj}, а $\delta_{pi} = 1/\delta_{ip}$, то "относительная сила выигрыша a_{ij}" в виде оценки q_{ij} будет определяться по формуле

$$q_{ij} = \left(\prod_{p=1}^{N} \delta_{ip} \right)^{1/N} \Bigg/ \sum_{i=1}^{N} \left(\prod_{p=1}^{N} \delta_{ip} \right)^{1/N} . \tag{11}$$

Согласованность предпочтений ЛПР (или группы экспертов) при назначении δ_{ip} проверяется по известной методике [5]. Такую процедуру необходимо провести для каждого состояния природы Q_j, $j \in (1, L)$.

Оценка q_{ij} по (11) более точная, чем по (7), но в обоих случаях имеем

$$\sum_{i=1}^{N} q_{ij} = 1{,}0, \quad \text{для всех } j \in (1, L). \tag{12}$$

Далее оценки q_{ij} следует подставлять в матрицу типа табл. 1 вместо неизвестных точно выигрышей a_{ij}, а затем с полученной таким образом матрицей производятся все типовые расчеты, например, (1)–(3), по рассмотренным критериям оптимальности. Для удобства расчетов все оценки q_{ij}, где $i \in (1, N)$; $j \in (1, L)$ предварительно умножают на постоянный коэффициент $P = 10^{\kappa}$, κ=1, 2, 3.

Подытоживая вышесказанное, можно сделать следующие выводы:

1) предложенный квалиметрический подход позволяет получить дополнительную субъективную информацию от ЛПР или группы экспертов в виде оценок попарных предпочтений, что, с одной стороны, не вызывает затруднений у экспертов, а с другой стороны, позволяет получить достаточно точные оценки "относительной силы" или исходов (выигрышей a_{ij}) или вероятности влияющих факторов (S_j) или того и другого;

2) в результате этого задачу принятия решений в условиях "природной" неопределенности удается свести к более формализованной задаче принятия решений в условиях риска;

3) для последней задачи целесообразно использовать критерий "взвешенного выигрыша" (или проигрыша), позволяющего принять решение (выбрать альтернативу) с известной и приемлемой для ЛПР вероятностью риска.

APPLICATION OF QUALIMETRY METHODS FOR A SUBSTANTIATION ACCEPTED SOLUTION IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY AND RISK

V.I. KIRILLOV, N.B. ANOSHENKO

Abstract

In many cases the choice of the management decision (one from the few possible alternatives) is essentially complicated because initial dates (results of possible decisions and "external conditions") are not-formalized. It is shown how qualimetry methods may be used for transforming of the management problem in uncertainty conditions to a formalized problem in likelihood risk conditions.

Литература

1. *Кириллов В.И., Германович О.В.* // Выш. школа. 2005. № 3. С. 72–78.
2. *Розен В.В.* Математические модели принятия решений в экономике. М., 2002.
3. *Шапкин А.С., Шапкин В.А.* Теория риска и моделирование рискованных ситуаций. М., 2005.
4. *Никифоров А.Д.* Управление качеством. М., 2004.
5. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. М., 1993.
6. *Литвак Б.Г.* Экспертные технологии в управлении. М., 2004.