

**ИНФОРМАТИКА**

УДК 004.92

**СРАВНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ**А.Н. КОЗЛОВСКИЙ<sup>1</sup>, Л.П. ПОДЕНОК<sup>2</sup>, В.В. КРУЧИНСКИЙ<sup>3</sup><sup>1</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь<sup>2</sup>Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,  
Сурганова, 6, Минск, 220012, Беларусь<sup>3</sup>Белорусский республиканский фонд фундаментальных исследований,  
пр. Независимости, 66, Минск, 220072, Беларусь*Поступила в редакцию 17 марта 2008*

Представлены оригинальные методы сравнения геометрических преобразований изображений, основанные на анализе площадных характеристик рассматриваемых геометрических преобразований изображений и степени достоверности восстановленных изображений. Тестирование представленных методов подтвердило их эффективность.

*Ключевые слова:* геометрические преобразования изображений, пространственные преобразования изображений, взаимное совмещение изображений.

**Введение**

Изображение представляет собой двумерную функцию  $f(x, y)$ , где  $x$  и  $y$  — это пространственные (плоскостные) координаты, а амплитуда  $f$  в любой точке с парой координат  $(x, y)$  называется интенсивностью или яркостью изображения в этой точке [1]. Следует отметить, что изображение может иметь непрерывные  $x$  и  $y$  координаты, а также непрерывную амплитуду. Представление такого изображения в цифровой форме требует представления координат и значений амплитуды некоторыми дискретными отсчетами. Представление координат конечным множеством отсчетов называется дискретизацией, а представление амплитуды значениями из конечного набора называется квантованием. Таким образом, если координаты  $x$  и  $y$ , а также величины амплитуды  $f$  выбираются из фиксированных конечных наборов элементов (дискретных величин), то изображение называется цифровым изображением.

Результатом дискретизации и квантования является матрица чисел, у которой имеется  $M$  строк и  $N$  столбцов. Тогда говорят, что изображение имеет размер  $M \times N$ .

Цифровые изображения, рассматриваемые в данной статье, имеют естественное представление в виде матрицы

$$f = \begin{bmatrix} f(1,1) & f(1,2) & \dots & f(1,N) \\ f(2,1) & f(2,2) & \dots & f(2,N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(M,1) & f(M,2) & \dots & f(M,N) \end{bmatrix} \quad (1)$$

и представляются в следующей системе координат. За начало координат принимается верхний левый угол изображения, координатами которого служит пара  $(x, y) = (1, 1)$ . Следующая точка в первой строке изображения имеет координаты  $(x, y) = (1, 2)$ . Заметим, что координата  $x$  меняется от 1 до  $N$  с шагом, равным 1, а координата  $y$  меняется от 1 до  $M$  с шагом, равным 1. Представленное координатное соглашение показано на рис. 1 [2].

Отличительной особенностью геометрических преобразований является то, что они изменяют пространственные взаимосвязи между пикселями на изображениях. Геометрические преобразования часто называют преобразованиями резинового холста, поскольку их можно представить себе как процесс распечатки изображения на холсте из резины и дальнейшего растягивания этого холста в соответствии с определенными правилами.

С точки зрения цифровой обработки изображений геометрические преобразования состоят из следующих двух основных операций: 1) пространственное преобразование, в результате которого происходит изменение расположения точек изображения в плоскости; 2) интерполяция значений яркости, при которой происходит присвоение значений яркости точкам изображения, подвергнутого пространственному преобразованию [1].

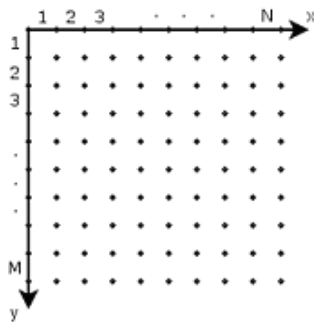


Рис. 1. Координатное соглашение

Пусть изображение  $I_1$ , заданное в координатной системе  $(x, y)$ , подвергается геометрической деформации, в результате которой получается изображение  $I_2$  в координатной системе  $(w, z)$ . Тогда это геометрическое преобразование может быть представлено следующей формулой:

$$I_2(w, z) = i(I_1(g(x, y))), \quad (2)$$

где  $g$  — это пространственное (координатное) преобразование, которое может также быть представлено в виде (3), в результате которого пространственные координаты  $(x, y)$  переходят в  $(w, z)$ , а  $i$  — это преобразование яркости [3]:

$$(w, z) = T\{(x, y)\}. \quad (3)$$

Большинство вычислительных методов пространственного преобразования изображений можно разделить на две категории: методы, использующие прямое отображение, и методы, основанные на обратном отображении. Методы прямого отображения берут каждый пиксел и копируют его в место на выходном изображении, координаты которого вычисляются по формуле  $T\{(x, y)\}$ . При этом возникает проблема: что делать с двумя или большим числом входных пикселов, которые преобразуются в один и тот же пиксел, т.е. как скомбинировать кратные входные величины входных пикселов для получения одного-единственного выходного пиксела. Другая потенциальная сложность состоит в том, что на выходном изображении могут оказаться точки, на которые не отобразился ни один входной пиксел. В более изощренной форме прямого отображения четыре вершины входного пиксела отображаются в вершины неправильного четырехугольника на выходном изображении. Входные пикселы распределяются среди выходных пикселов в соответствии с тем, сколько раз накрывается каждый пиксел относительно площади каждого выходного пиксела. Такая форма прямого отображения является более точной, однако она будет существенно сложнее и потребует больших вычислительных средств при реализации.

Процедура обратного отображения берет поочередно пикселы выходного изображения и вычисляет координаты соответствующих точек-преобразов входного изображения по формуле  $T^{-1}\{(w, z)\}$ , а затем делает интерполяцию по ближайшим пикселям входного изображения для определения величины выходного пиксела [2].

Ниже представлены методы, позволяющие эффективно сравнивать различные геометрические преобразования изображений между собой.

### Сравнение геометрических преобразований изображений по степени достоверности восстановленных изображений

Сравнение различных геометрических преобразований изображений можно производить по степени достоверности восстановленных изображений, используя при этом критерий отношения пикового значения сигнала к шуму (PSNR — peak signal-to-noise ratio).

$$PSNR = -10 \log_{10} \left( \frac{MSE}{S^2} \right), \quad (4)$$

где среднеквадратическая ошибка (MSE — mean squared error) равна сумме квадратов разностей между оригиналом и восстановленным изображением, а  $S$  — это максимальное значение пиксела, причем [4]:

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N |x(m, n) - \hat{x}(m, n)|^2. \quad (5)$$

Рассмотрим метод сравнения геометрических преобразований изображений по степени достоверности восстановленных изображений более подробно. Положим, нам дано исходное изображение  $I$  и два геометрических преобразования изображений. Назовем их геометрическое преобразование № 1 и геометрическое преобразование № 2. В основе данных геометрических преобразований изображений лежат пространственные преобразования  $g_1$  и  $g_2$  вида (6) и интерполяция значений яркости методом приближения по ближайшему соседу.

$$\begin{cases} w = c_1 x + c_2 y + c_3 xy + c_4 \\ z = c_5 x + c_6 y + c_7 xy + c_8 \end{cases} \quad (6)$$

Заметим, что пространственные преобразования  $g_1$  и  $g_2$  вида (6) отличаются друг от друга лишь набором коэффициентов  $c_i$ . Схема получения искомого восстановленного изображений ( $I_1$  и  $I_2$ ) представлена на рис. 2, где  $g_1^{-1}$  и  $g_2^{-1}$  есть не что иное, как обратные пространственные преобразования по отношению к данным  $g_1$  и  $g_2$ . Следует также отметить, что представленная схема получения восстановленных изображений основана на методе обратного отображения вычисления пространственных преобразований изображений.

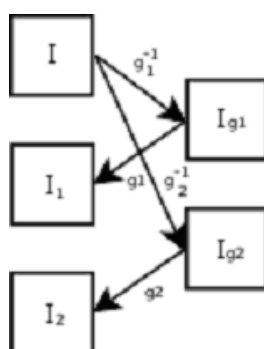


Рис. 2. Схема получения восстановленных изображений

Результирующие изображения  $I_{g1}$  и  $I_{g2}$  рассматриваемых геометрических преобразований изображений получаются в результате поочередного применения к каждому пикселу результирующего изображения соответствующего обратного пространственного преобразования  $g_1^{-1}$  или  $g_2^{-1}$  для нахождения координат соответствующих точек исходного изображения  $I$ , используя при этом интерполяцию значений яркости методом приближения по ближайшему соседу. Искомые восстановленные

изображения  $I_1$  и  $I_2$  получаются в результате применения к каждому пикселу восстановленного изображения, соответствующего исходного пространственного преобразования  $g_1$  или  $g_2$  для вычисления координат соответствующих точек результирующего изображения  $I_{g1}$  и  $I_{g2}$ , используя при этом интерполяцию значений яркости методом приближения по ближайшему соседу.

Исходное изображение  $I$ , результирующие ( $I_{g1}$  и  $I_{g2}$ ) и восстановленные ( $I_1$  и  $I_2$ ) изображения, полученные в результате вышеописанных действий, представлены на рис. 3. Результаты сравнения исходного и восстановленных изображений посредством критерия отношения пикового значения сигнала к шуму сведены в таблицу.

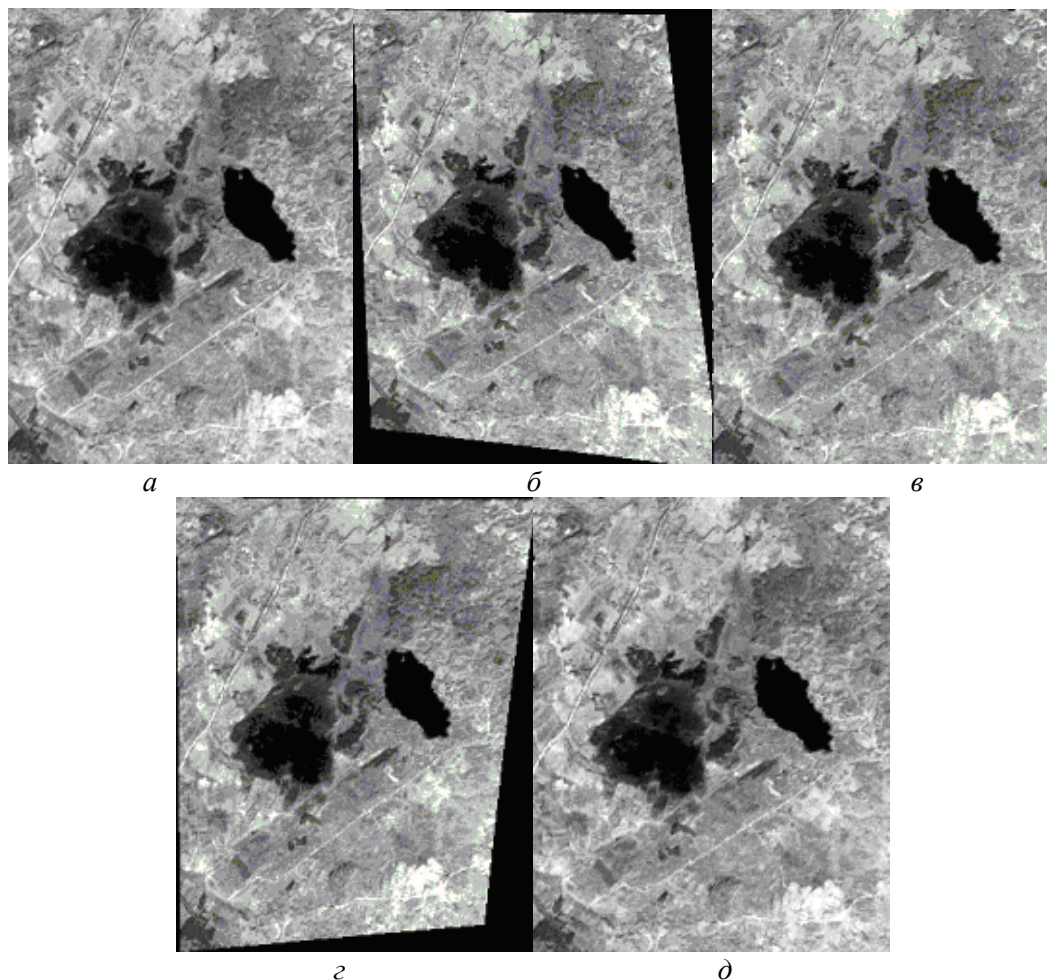


Рис. 3. Изображения, используемые в представленном методе:  $a$  — исходное изображение  $I$  размерностью  $356 \times 256$ ;  $б$  — результирующее изображение  $I_{g1}$ ;  $в$  — восстановленное изображение  $I_1$ ;  $г$  — результирующее изображение  $I_{g2}$ ;  $д$  — восстановленное изображение  $I_2$

#### Данные экспериментов

Геометрические преобразования	PSNR (дБ)
Геометрическое преобразование № 1	25,2608
Геометрическое преобразование № 2	25,6179

Следует отметить, что для цифровых изображений, имеющих непрерывные, а также значения амплитуды, стремящиеся к непрерывности, использование представленного метода является малоэффективным. Для получения результатов, позволяющих эффективно сравнивать различные геометрические преобразования изображений, необходимо использовать контрастные исходные изображения.

## Сравнение геометрических преобразований изображений путем анализа их площадных характеристик

Рассмотрим метод сравнения геометрических преобразований изображений путем анализа их площадных характеристик более подробно.

Пусть нам дано исходное изображение  $I$  и два геометрических преобразования изображений, представленных в предыдущем разделе (геометрические преобразования № 1 и № 2). Наложим равномерную пространственную сетку на исходное изображение  $I$  с шагом, равным 20. Тогда для некоторой узловой точки  $C_i(x_i, y_i)$  построим две дополнительные точки со следующими координатами  $A_i(x_i, y_i + 0,001)$  и  $B_i(x_i + 0,001, y_i)$ . Применяя исходные пространственные преобразования  $g_1, g_2$  и используя заданный метод интерполяции к данной тройке точек, найдем соответствующие им точки:  $A'_i(x'_i, y'_i)$ ,  $B'_i(x'_i, y'_i)$ ,  $C'_i(x'_i, y'_i)$  и  $A''_i(x''_i, y''_i)$ ,  $B''_i(x''_i, y''_i)$ ,  $C''_i(x''_i, y''_i)$ . Для каждой тройки полученных точек вычислим образованную ими площадь,  $s_1$  и  $s_2$  соответственно. Вычислив отношение полученных площадей  $s_1/s_2$ , мы получим сравнительную характеристику исходных геометрических преобразований, основанную на анализе их площадных характеристик. Проведя вышеописанную операцию для всех узловых точек пространственной сетки, наложенной на исходное изображение  $I$ , мы можем построить поверхность, описывающую площадные отношения рассматриваемых геометрических преобразований. Поверхность, описывающая площадные отношения геометрических преобразований № 1 и № 2, представлена на рис. 4.

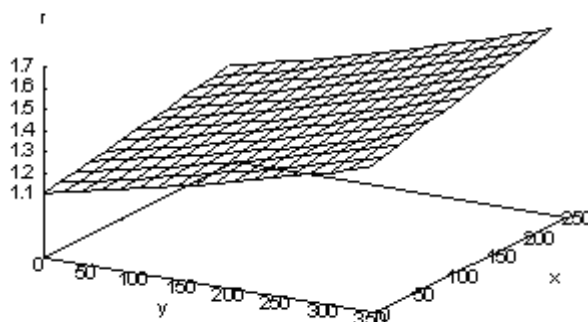


Рис. 4. Поверхность площадных отношений геометрических преобразований № 1 и № 2

### Заключение

Метод сравнения геометрических преобразований изображений по степени достоверности восстановленных изображений позволяет производить качественную оценку рассматриваемых геометрических преобразований, в то время как метод сравнения геометрических преобразований изображений путем анализа их площадных характеристик позволяет производить оценку пространственных преобразований рассматриваемых геометрических преобразований. Результаты, полученные посредством использования представленных методов, позволяют производить эффективную сравнительную оценку рассматриваемых геометрических преобразований изображений по отношению к друг к другу и делать выбор в сторону того или иного рассматриваемого геометрического преобразования.

# COMPARISON OF IMAGE GEOMETRIC TRANSFORMATIONS

A.N. KAZLOUSKI, L.P. PODENOK, V.V. KUCHYNSKI

## Abstract

We have worked out the new comparison methods of image geometric transformations based on the analysis of image geometric transformations square characteristics and the analysis of restored images. The analysis of the results of the methods has confirmed its efficiency.

## Литература

1. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. М., 2005.
2. *Гонсалес Р., Вудс Р., Эддингс С.* Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М., 2006.
3. *Brown L.G.* // ACM Computing Surveys. 1992. No. 24. P. 325–376.
4. *Уэлстид С.* Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии. М., 2003.