

ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.37

**РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ДИАГРАММЫ РАССЕЙЯНИЯ
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ
ПРИ МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ И ИМПУЛЬСНОМ ВХОДНЫХ
ВОЗДЕЙСТВИЯХ И МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ПРИ МОНОХРОМАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

В.П. СОЛДАТЕНКОВ, О.А. ЮРЦЕВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 12 июня 2008

С помощью методов интегральных уравнений и конечных разностей во временной области вычислены диаграммы рассеяния для металлического параллелепипеда. Исследовано влияние вида и длительности входного импульсного воздействия на изменение его формы в сетке конечных разностей во временной области. Предложен вычислительный алгоритм, уменьшающий количество динамической памяти, требуемой для вычисления диаграммы рассеяния. Показан возможный способ сравнения результатов интегрирования рассеянного электромагнитного поля при одночастотном и импульсном входных воздействиях. Проанализированы факторы, определяющие расходимость получаемых данных.

Ключевые слова: метод конечных разностей во временной области, метод интегральных уравнений, диаграмма рассеяния, эффективная площадь рассеяния.

Введение

Существенным достоинством метода конечных разностей во временной области (КРВО) является возможность работы с импульсными входными воздействиями. В результате однократного выполнения программы исследователь получает решение в широкой полосе частот. Однако конечно-разностная схема неизбежно приводит к вычислительным погрешностям. Рациональный выбор параметров метода КРВО и структуры входного сигнала позволяет минимизировать ошибки вычислений и поэтому является актуальной научной проблемой. В статье используется сравнительно простой вычислительный алгоритм КРВО с условиями поглощения Мура второго порядка (ГУ 2 Мура) [1] и реализацией падающего электромагнитного поля (ЭМП) на основе концепции источников Гюйгенса [2]. Проводится тестирование метода КРВО с помощью метода интегральных уравнений (ИУ). В отсутствие рассеивающего объекта исследуется зависимость трансформации формы входного воздействия в сетке КРВО от его вида и длительности. Затем рассеиватель вводится в пространство задачи и определяются диаграммы рассеяния (ДР) в электрической и магнитной плоскостях. Проводится сравнение результатов при монохроматическом и импульсном входных воздействиях (гауссов импульс и прямоугольный видеоимпульс) для различных параметров вычислительного алгоритма.

Тестирование алгоритма КРВО

Выбор для алгоритма КРВО в качестве условий поглощения ГУ 2 Мура обусловлен следующими причинами:

- простотой их программной реализации;
- сравнительно небольшим объемом памяти, требуемой для хранения связанных с ними массивов переменных;
- приемлемым для большинства электродинамических задач коэффициентом отражения от границ области КРВО.

Концепция источников Гюйгенса удобна для формирования как монохроматической, так и импульсной падающей электромагнитной волны (ЭМВ). Методика формирования эквивалентных поверхностных электрических и магнитных токов в обоих случаях одинаковая. В общем виде компоненты ЭМВ могут быть записаны следующим образом:

$$E_l^{inc} = E_{ml}^{inc} U(t_e - t_{rel} - t_0), \quad H_l^{inc} = H_{ml}^{inc} U(t_h - t_{rhl} - t_0),$$

где $E_{ml}^{inc}, H_{ml}^{inc}$ — амплитуды компонент падающей ЭМВ ($\mathcal{I}\{x, y, z\}$); $U(t)$ — закон изменения входного воздействия; t_e и t_h — моменты времени, в которые вычисляются соответственно электрические и магнитные составляющие; t_{rel} и t_{rhl} — запаздывание l -й компоненты ЭМВ, обусловленное удалением данного узла сетки КРВО от начала координат; t_0 — запаздывание ЭМВ, которое может быть введено исследователем.

Электрические и магнитные компоненты вычисляются на чередующихся временных шагах. Поэтому можно записать

$$t_e = n_e \Delta t, \quad t_h = n_h \Delta t,$$

где n_e и n_h — номера "электрических" и "магнитных" временных шагов; Δt — величина временного дискрета в методе КРВО.

Обычно пространственный (δ) и временной шага (дискреты) сетки КРВО связаны между собой соотношением, при котором выполняется условие стабильности вычислительного алгоритма:

$$\Delta t = \delta / (b_0 v_m), \tag{1}$$

где b_0 — постоянный коэффициент, не меньший, чем $\sqrt{3}$; v_m — максимальная ожидаемая фазовая скорость ЭМВ. Для гарантированной устойчивости конечно-разностной схемы в дальнейших преобразованиях и примерах используется $b_0 = 2$.

В качестве тестовой задачи проведено сравнение алгоритма КРВО с методом ИУ в случае, когда вертикально поляризованная плоская монохроматическая ЭМВ рассеивается металлическим прямоугольным параллелепипедом. В методе ИУ данный рассеиватель аппроксимирован тонкими прямолинейными проводниками (рис. 1).

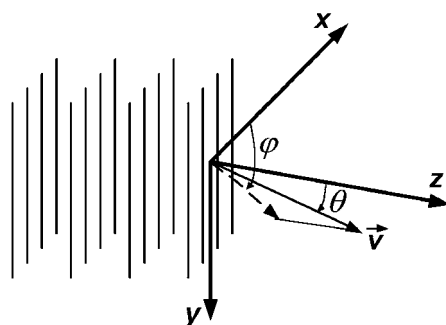


Рис. 1. Геометрия тестовой задачи

На рис. 1 использованы обозначения: θ — угол между вектором фазовой скорости ЭМВ \vec{v} (или радиус-вектором \vec{r} точки наблюдения) и осью z ; φ — угол между осью x и проекцией вектора \vec{v} (\vec{r}) на плоскость xy . Для падающей ЭМВ вместе с обозначениями θ и φ используется индекс i . На рис. 2 показаны нормированные ДР в электрической ($\varphi=90^\circ$) и магнитной ($\varphi=0^\circ$) плоскостях при $\theta^i=180^\circ$, $\varphi^i=90^\circ$, найденные методами ИУ и КРВО.

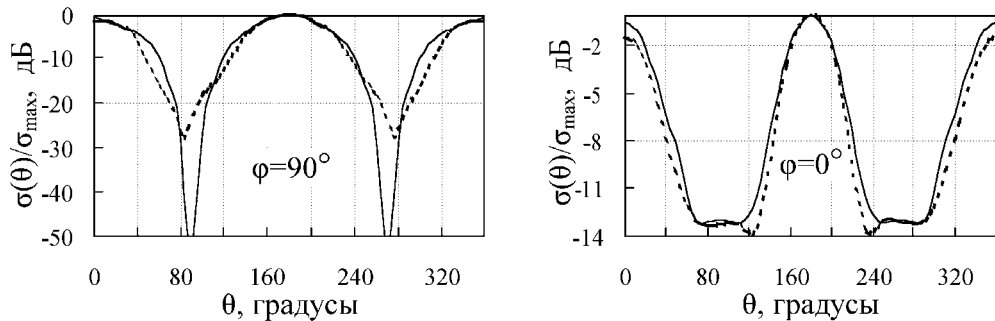


Рис. 2. Результаты расчета ДР при $\theta^i=180^\circ$, $\varphi^i=90^\circ$. — метод ИУ; --- метод КРВО

Параллелепипед имеет вдоль осей x, y, z размеры $1\lambda, 1\lambda$ и $0,2\lambda$ соответственно, где λ — длина волны. В методе ИУ число проводников по осям x и z равно шести, а расстояния между проводниками вдоль этих осей составляют $0,2\lambda$ и $0,04\lambda$. Каждый проводник содержит 130 сегментов. В методе КРВО число сегментов на длину волны (N_s) равно 20.

В следующем тестовом примере условие такое же, но $\theta^i=135^\circ$ (рис. 3).

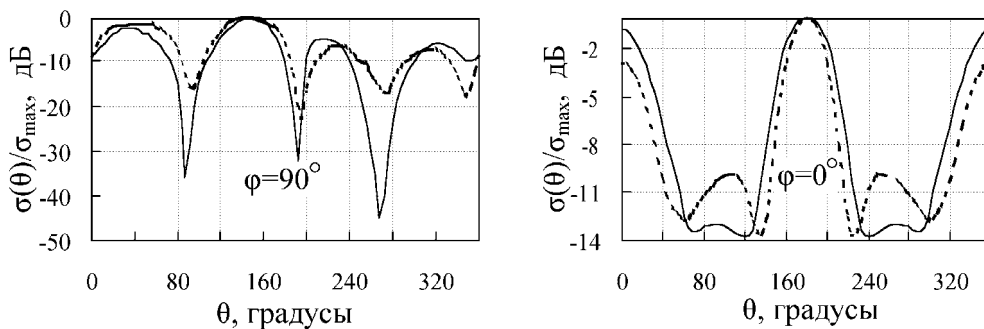


Рис. 3. Результаты расчета ДР при $\theta^i=135^\circ$, $\varphi^i=90^\circ$. — метод ИУ; --- метод КРВО

Подобное наклонное падение ЭМВ представляет собой случай, когда для ГУ 2 Мура получается наибольшее отражение от границ сетки КРВО. ДР, рассчитанные методами ИУ и КРВО, совпадают в меньшей степени, чем при $\theta^i=180^\circ$, однако качественных различий и в этом случае нет.

Искажение входного импульсного воздействия в сетке КРВО

ЭМВ искажается в сетке КРВО. Вызвано это, прежде всего, тем, что рассматриваемый метод основывается на пространственной и временной дискретизации. Замена непрерывных производных конечно-разностными аналогами неизбежно приводит к вычислительным погрешностям. Разумный выбор пространственного и временного дискретов позволяет свести эти ошибки к минимуму. В большинстве случаев, для пространственного шага достаточно выполнения условия:

$$\delta = \lambda_{\min} / 20, \quad (2)$$

где λ_{\min} — минимальная ожидаемая в области КРВО длина волны. Она определяется из равенства:

$$\lambda_{\min} = v_m / f_e,$$

где f_v — верхняя частота спектра сигнала. Подставляя данные выражения в (1), получаем:

$$\Delta t = 1/(40f_v). \quad (3)$$

При соблюдении этого условия гарантировано выполняется требование теоремы Котельникова. Выполнение соотношений (2) и (3) обеспечивает устойчивость конечно-разностной схемы, но не может полностью избавить от вычислительных ошибок. Кроме того, свой вклад в неточность вычислительного алгоритма будут вносить условия поглощения на границах сетки КРВО.

Для исследования процесса трансформации в области КРВО формы входного воздействия рассмотрена следующая задача. В отсутствие рассеивателя вертикально поляризованная ЭМВ, изменяющаяся по закону гауссова импульса, распространяется в направлении оси z ($\theta^i=0^\circ$, $\phi^i=90^\circ$). Падающая ЭМВ содержит только составляющие E_y и H_x . На рис. 4 показана зависимость компоненты E_y в центре сетки КРВО (точка P) от номера временного шага для двух различных длительностей по уровню 0,1 (τ_u) гауссова импульса.

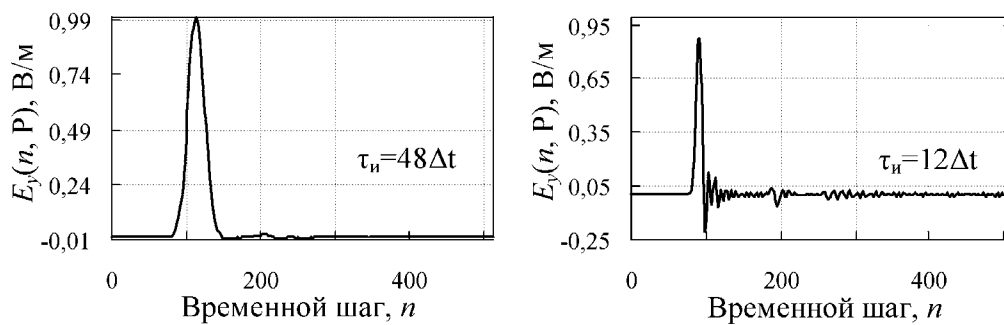


Рис. 4. Искажение формы ЭМВ в сетке КРВО

Укорочение импульса в k раз вызывает расширение частотного спектра в такое же количество раз [3], поэтому при постоянном δ , получаем:

$$\delta = \lambda_{\min} / (20/k)$$

Таким образом, хотя присутствует еще запас устойчивости по теореме Котельникова, нарушение условия (2) приводит к увеличению искажений формы распространяющейся ЭМВ. Для количественной оценки этих искажений воспользуемся истинной относительной погрешностью ([4]) амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ЭМВ:

$$S_r(m) = ((S(m) - S_0(m)) / S_0(m)) \times 100\%,$$

где m — номер частотной гармоники, $S(m)$ — значение АЧХ для рассматриваемой компоненты ЭМВ, расположенной в данной точке области КРВО (в приводимых примерах используется составляющая E_y в центре сетки КРВО), $S_0(m)$ — значение АЧХ для неискаженного импульса.

Пусть $\Delta f_{0,1}$ — частотный диапазон, в котором АЧХ входного воздействия не менее уровня 0,1. Число гармонических составляющих в $\Delta f_{0,1}$ для гауссова импульса с $\tau_u = 12\Delta t$ в 4 раза больше, чем при $\tau_u = 48\Delta t$. С ростом номера частотной гармоники спектральные ошибки растут (рис. 5). Это приводит к тому, что ЭМВ, имеющая меньшую длительность, искажается в большей степени.

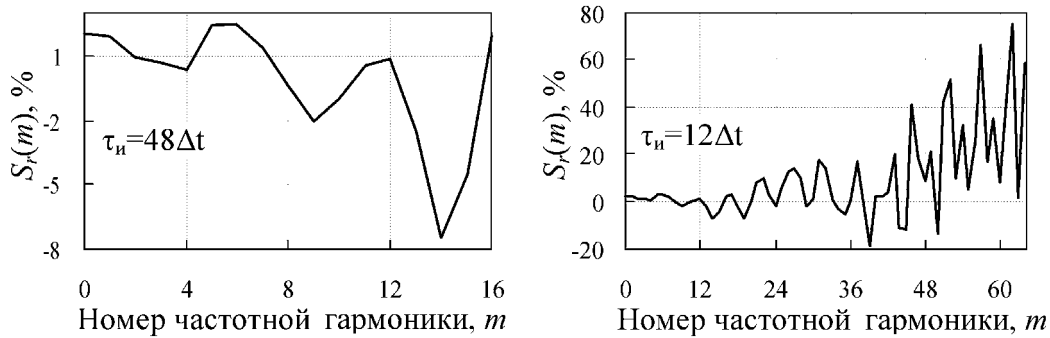


Рис. 5. Искажения АЧХ для ЭМВ, изменяющейся по закону гауссова импульса

Для усредненной оценки изменения спектра входного воздействия можно использовать среднеарифметическое значение истинной относительной погрешности АЧХ в $\Delta f_{0,1}$:

$$\bar{S}_r = \left(\sum_{m=0}^L S_r(m) \right) / L, \quad L = N \Delta f_{0,1} \Delta t,$$

где L — число спектральных составляющих в $\Delta f_{0,1}$, N — количество временных отсчетов быстрого преобразования Фурье (БПФ). Расчеты показывают, что для падающей ЭМВ типа гауссова импульса при $\tau_u = 48\Delta t$ имеем $\bar{S}_r \approx 1,94\%$, а при $\tau_u = 12\Delta t$ получаем $\bar{S}_r \approx 12,49\%$.

В следующем примере рассмотрено падение ЭМВ, изменяющейся по закону прямоугольного видеоимпульса. Условия задачи те же, что в предшествующем случае. Значения усредненной в $\Delta f_{0,1}$ истинной относительной погрешности АЧХ для ЭМВ типа прямоугольного импульса получаются большие по сравнению с гауссовым импульсом (рис. 6).

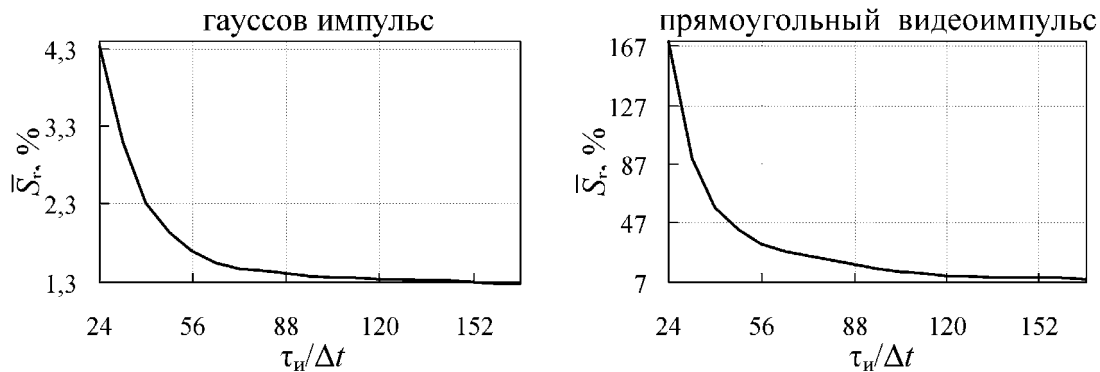


Рис. 6. Сравнительный анализ искажения АЧХ для двух видов падающей ЭМВ

Объясняется это тем, что при одной и той же длительности импульсов для концентрации одинаковой доли энергии в случае прямоугольного видеоимпульса требуется большая полоса частот, чем для гауссова импульса ([5]).

Таким образом, в сетке КРВО искажение импульсных воздействий усиливается при уменьшении их длительности. К такому же результату приводит укорочение фронтов (спадов) импульсов.

Экономия машинной памяти

Программная реализация алгоритма КРВО осуществлена на языке программирования С++. Для массивов переменных используется динамическая память, которая (в отличие от стековой) имеет свои преимущества. Выделение требуемого количества памяти с помощью оператора "new" можно выполнять в любой функции, которая вызывается при необходимости. С точки зрения экономии ресурсов вычислительной машины важно то, что имеется возможность своевременно освобождать неиспользуемую динамическую память. Современные персо-

нальные компьютеры обладают большими возможностями. Тем не менее, и их иногда недостаточно для решения с помощью метода КРВО электродинамических задач, в которых исследуемый объект имеет большие волновые размеры.

Для получения ДР на заданной λ необходимо на замкнутой поверхности интегрирования иметь данные об амплитудах и фазах касательных составляющих ЭМП. Эта информация может быть получена путем вычисления БПФ от временных зависимостей соответствующих компонент ЭМВ. В наиболее распространенном случае интегрирование ближнего поля происходит по поверхности куба. Пусть l — линейный размер (выраженный в пространственных сегментах) грани этого куба, N — количество временных отсчетов в БПФ. Тогда для каждой i -ой составляющей ЭМП необходимо 3 трехмерных массива вещественных чисел:

$C_i[l][l][N]$ — для накапливания и хранения ее мгновенных значений;

$A_i[l][l][N/2]$ и $F_i[l][l][N/2]$ — для получения соответствующих амплитудного и фазового дискретных частотных спектров (допустимость использования $N/2$ вместо N объясняется симметрией спектра, получаемого при БПФ).

Всего используются 24 касательных электрических и магнитных компонент. При этом необходимое количество машинной памяти может оказаться существенным. К примеру, при $l=30\delta$, $N=1024$ для выполнения программы потребуется порядка 170 Мб оперативной памяти. Алгоритм своевременного освобождения динамической памяти позволяет частично решить эту проблему. Его схема выглядит следующим образом:

заполняются массивы $C_i[l][l][N]$, $i \in [1;24]$;

для i -й компоненты ЭМП выделяется память под массивы $A_i[l][l][N/2]$ и $F_i[l][l][N/2]$;

при данном значении i массив $C_i[l][l][N]$ используется для БПФ, в результате чего заполняются массивы $A_i[l][l][N/2]$ и $F_i[l][l][N/2]$;

массив $C_i[l][l][N]$ удаляется из области динамической памяти;

данная процедура повторяется для следующей составляющей ЭМП.

С учетом всех используемых в алгоритме КРВО вещественных массивов расход динамической памяти при применении подобной схемы снижается порядка на 45%.

Сравнение результатов интегрирования рассеянного ЭМП при монохроматическом и импульсном входных воздействиях

Сравнение ДР, проведено для задачи, использованной при тестировании алгоритма КРВО. Рассматриваются случаи монохроматического входного воздействия и ЭМВ, имеющей импульсную форму. В качестве меры количественной оценки расходимости результатов используется истинная относительная погрешность вычисления ДР:

$$S_r(\theta) = ((S_p(\theta) - \bar{S}_m(\theta)) / \bar{S}_m(\theta)) \times 100\%, \quad (4)$$

где $S_p(\theta)$ — ДР для импульсной ЭМВ; $\bar{S}_m(\theta)$ получается из ДР для монохроматической ЭМВ $S_m(\theta)$, приведенной к $S_p(\theta)$ по следующему правилу:

$$\bar{S}_m(\theta) = S_m(\theta) + S_p(0^\circ) - S_m(0^\circ)$$

На рис. 7, показаны усредненные по множеству углов θ значения относительной погрешности вычисления ДР ($S_{r\theta}$) для ЭМВ типа гауссова импульса ($\tau_u = 48\Delta t$ и $\tau_u = 12\Delta t$) и прямоугольного видеоимпульса ($\tau_u = 48\Delta t$) при $\theta^i=135^\circ$ и $\theta^i=180^\circ$.

Как следует из рис. 7, укорочение длительности сигнала и скачкообразное изменение его фронтов (спадов) несколько увеличивает вычислительные ошибки. Тем не менее на частоте, на которой не нарушается устойчивость конечно-разностной схемы, результаты вычисления ДР при различных видах падающей ЭМВ расходятся незначительно.

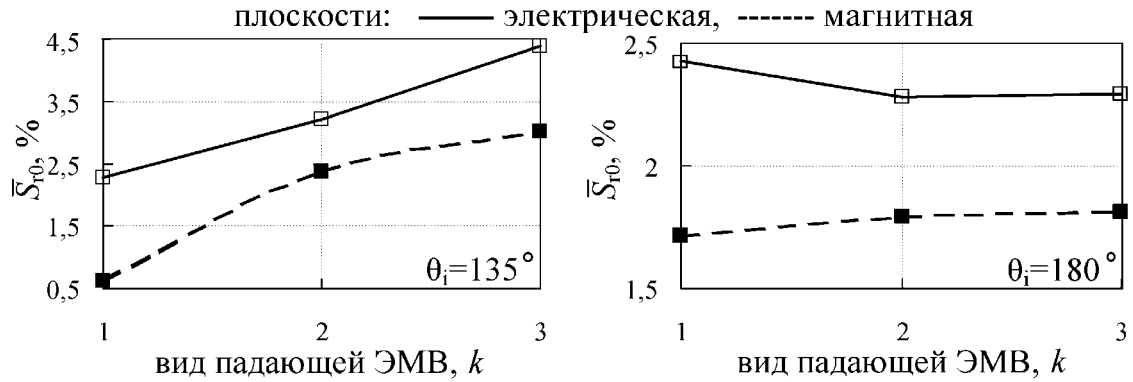


Рис. 7 Ошибки вычисления ДР для различных входных воздействий: $k=1$ – гауссов импульс с $\tau_n=48\Delta t$; $k=2$ – гауссов импульс с $\tau_n=12\Delta t$; $k=3$ – прямоугольный видеоимпульс с $\tau_n=48\Delta t$

Если мы сравниваем результаты расчета ДР для непрерывной и импульсной ЭМВ, то при определении $S_p(\theta)$ возникает проблема, связанная с дискретным характером БПФ. Частотный дискрет при БПФ составляет

$$\Delta f = 1/(N\Delta t). \quad (5)$$

В общем случае шаг пространственной дискретизации равен

$$\delta = \lambda_{\min}/N_s.$$

Учитывая это, а также выражения (1) и (5) (при $b_0=2$) для k -й гармоники получаем:

$$f_k = k\Delta f = 2N_s k f_0 / N, \quad (6)$$

где f_0 — частота монохроматической волны.

При равенстве f_k и f_0 из (6) следует, что

$$k = N/(2N_s) \quad (7)$$

Индекс k должен принимать целочисленные значения, однако это получается лишь при некоторых значениях N и N_s . В общем случае k — вещественное число, заключенное между целыми значениями k_1 и k_2 . Тогда $S_p(\theta)$ может быть найдена по формуле

$$S_p(\theta) = (k_2 - k) S_{pk1}(\theta) + (k - k_1) S_{pk2}(\theta),$$

где $S_{pk1}(\theta)$ и $S_{pk2}(\theta)$ — ДР импульсной волны для частот f_{k1} и f_{k2} .

Одними из основных параметров вычислительного алгоритма, способных оказать влияние на расходимость результатов вычисления ДР при монохроматическом и импульсном входных воздействиях, являются удаление границы сетки КРВО от ближайшей грани поверхностей источников Гюйгенса (d_b) и N_s . На рис. 8 приведена зависимость от этих величин усредненной по множеству углов θ значений $S_r(\theta)$ при $\theta_i=135^\circ$. Падающая ЭМВ изменяется по закону гауссова импульса с $\tau_n=48\Delta t$.

Анализ данных зависимостей показывает, что при малых значениях d_b и N_s наблюдается заметное отличие ДР для монохроматического и импульсного входных воздействий. В то же время увеличение данных параметров после некоторых их оптимальных значений неэффективно, так как существенно возрастают потребные машинные ресурсы, а уменьшения $S_r(\theta)$ не происходит.

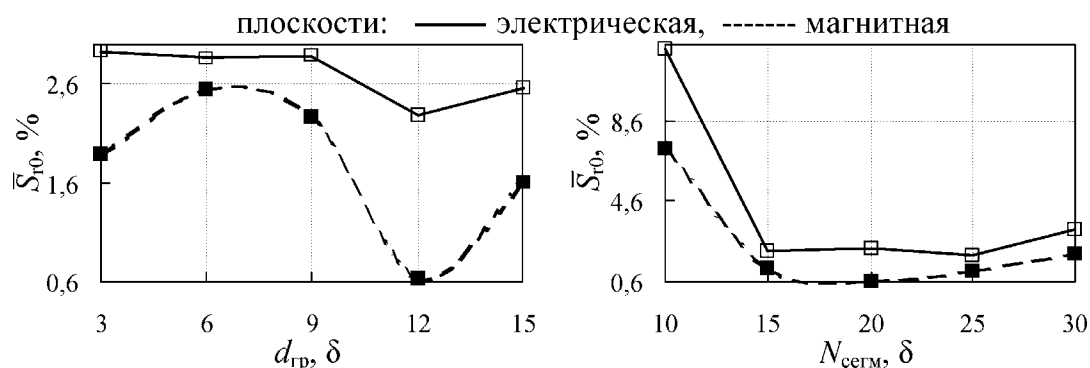


Рис. 8 Влияние параметров вычислительного алгоритма на точность вычисления ДР

Заключение

Рассмотренный вычислительный алгоритм при всей своей простоте приводит к достоверным результатам вычисления ДР для импульсной падающей ЭМВ различного вида и длительности. Тем не менее, есть еще немало вопросов, требующих решения. Среди них уменьшение времени вычислений и требуемой оперативной памяти для электродинамических объектов, обладающих большими волновыми размерами. Даже постоянное развитие потенциала вычислительной техники не снижает актуальность этой проблемы. Практический интерес представляет и определение верхней частоты из спектра входного воздействия, на которой ДР рассчитывается с удовлетворительной точностью. Существование данной проблемы объективно обусловлено сущностью метода КРВО. Большую значимость имеют также исследования, связанные с локальным применением уточненной сетки КРВО, позволяющей учесть характерные особенности рассеивающего объекта без кардинального роста вычислительных затрат.

SCATTERING DIAGRAM CALCULATION RESULTS BY MEANS OF FINITE-DIFFERENCE TIME-DOMAIN METHOD FOR MONOCHROMATIC AND PULSED INPUT SIGNALS AND ALSO BY MEANS OF INTEGRAL EQUATION METHOD FOR MONOCHROMATIC SIGNAL

V.P. SOLDATENKOV, O.A. YURTSEV

Abstract

Scattering diagrams of metallic parallelepiped are calculated with integral equation and finite-difference time-domain methods. Input pulsed signal is researched in finite-difference time-domain grid. Influence of this signal kind and duration on its form has been considered. Computing algorithm, which reduces quantity of computer memory required for scattering diagram calculation, is proposed. The way for comparison of scattering diagrams found for one frequency and pulsed input signals has been shown. Factors that influence on these results are analyzed.

Литература

1. Mur G. // IEEE Trans. on electromagnetic compatibility. 1981. Vol. EMC-23, № 4. P. 377–382.
2. Merewether D.E., Fisher R., Smith F.W. // IEEE Trans. on Nuclear Science. 1980. Vol. NS-27, № 6. P. 1819–1833.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 2003.
4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: М., 1981.
5. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1986.