

Декларативные модели задач составления расписаний учебных занятий

Ревотюк М.П.; Тиханович Т.В.; Хаджинова Н.В.

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
e-mail: rmp@bsuir.by

Аннотация—Предлагается новая декларативная модель процесса автоматизированной подготовки расписания учебных занятий вуза, позволяющая в условиях неполной определенности и связности критериев оптимальности и набора ограничений быстро получить допустимые расписания.

Ключевые слова: задачи составления расписаний; сетевые модели; построение допустимых расписаний

I. ВВЕДЕНИЕ

Часто предлагаемым классом моделей составления расписаний учебных занятий вуза являются модели математического программирования [1,2], например, вида

$$\sum_i \sum_j \sum_k (c_{ij} + t_{ik}) \times x_{ijk} \Rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\text{где } 1 \leq \sum_j \sum_k x_{ijk} \leq L_i, \quad i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_i \sum_j x_{ijk} \leq C_k, \quad k \in K, \quad (3)$$

$$\sum_j x_{ijk} \leq 1, \quad i \in I, k \in K, \quad (4)$$

$$\sum_i \sum_k x_{ijk} = 1, \quad j \in J, \quad (5)$$

$$x_{ijk} = 0, \quad j \notin J_i, i \in I, k \in K, \quad (6)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad i \in I, j \in J, k \in K. \quad (7)$$

Здесь I, J, K – множества преподавателей, предметов и периодов времени, соответственно; J_i – множество предметов, находящихся в компетенции отдельного преподавателя i , $i \in I$; L_i – предельно допустимое количество предметов, назначаемых отдельному преподавателю i , $i \in I$; C_k – количество аудиторий, доступных на периоде времени k , $k \in K$; c_{ij} – оценка предпочтения назначения преподавателю i предмета j , $j \in J_i, i \in I$; t_{ik} – оценка предпочтения назначения преподавателю i временного интервала k , $k \in K, i \in I$; x_{ijk} – двоичный признак назначения преподавателю i занятия по предмету j на периоде времени k , $i \in I, j \in J, k \in K$.

Очевидно, что целевая функция (1) и ограничения (2-7) представляют задачу целочисленного линейного программирования, метод решения которой известен. Однако легко заметить, что постановка задачи (1-7) в практическом отношении далека от завершенности.

Дополнение же постановки задачи (1-7) реальными ограничениями приводит к выходу на нелинейные модели многокритериальной оптимизации [3].

II. СХЕМА ДЕКЛАРАТИВНОЙ МОДЕЛИ

Анализ формальных постановок задач составления расписания учебных занятий вуза показывает их практическую бесполезность для автоматизации деятельности диспетчера вуза. Реальные требования к расписанию приходится отражать моделями знаний, а поиск расписания вести с применением метаэвристик [8-14]. Предлагается конкретизировать подобный подход путем использования представления условий задачи системой формальных продукций, на которой будет организован процесс поиска допустимых решений [4,13].

Предполагается наличие описания исходной задачи в виде совокупности ограничений, определяющих ассоциации преподавателей, предметов, аудиторий, потоков, видов и продолжительности занятий, моментов времени. Каждая из ассоциаций может характеризоваться оценочной функцией, область определения которой кортежи отношений. Это позволяет учесть, например, методические требования по порядку следования видов занятий во времени, предпочтения преподавателями определенных условий проведения занятий. Свертка множества локальных критериев производится назначением векторов весовых коэффициентов узлам сети исходной совокупности отношений.

Анализ свойств пространства поиска расписаний показывает, что процесс этот удобно организовать на множестве целевых отношений

$$T = \langle f, p, k, v, t, (a, m) \rangle, \quad (8)$$

где f – учебный поток, p – преподаватель, k – предмет, v – вид занятия, t – продолжительность занятия, a – аудитория, m – момент времени проведения занятий.

Область определения расписания – проекция на отношение со схемой $R = \langle f, p, k, v, t, a, m \rangle$, которое позволяет сформировать элементарным образом локальные расписания для потоков, преподавателей и аудиторий. Наиболее принципиальными ключевыми элементами здесь являются те, домены которых имеют рефлексивные функциональные связи. Например, понятие лекционного потока строится на основе набора групп. Понятие группы, в свою очередь, может включать набор подгрупп для проведения практических или лабораторных занятий.

III. ПОИСК ДОПУСТИМЫХ РАСПИСАНИЙ

Известная процедура оптимизации [14] основана на отображении текущего состояния процесса поиска на непересекающихся множествах не просмотренных (A), распределенных (B) и просмотренных, но не распределенных (C) блоков занятий.

Представленный далее укрупненный алгоритм процедуры оптимизации конкретизирует схему поиска с возвратом до момента нахождения первого допустимого варианта расписания, удовлетворяющего требованию минимизации взвешенной суммы отклонений от локальных оптимумов для каждого блока занятий.

Шаг 1. Упорядочение списка кортежей отношения $T(8)$ по величине произведения полустепеней исхода графа отношения, соответствующего значениям атрибутов $\{f, p, a\}$. В большинстве случаев, как подтверждает опыт решения задач упаковки, такое упорядочение дает хорошее начальное приближение к оптимальному решению. Множество A на начальном этапе – объединение всех отношений T , а векторы весов отражают исходный приоритет локальных критериев. На этом шаге $B = C = \emptyset$, а для хранения предыстории поиска на множестве нераспределенных блоков определим комплект D , $|D| = |A|$.

Шаг 2. Если $A + C = \emptyset$, то выход из процедуры оптимизации – расписание занятий построено, иначе – переход к шагу 9.

Шаг 3. Выбор очередного блока занятий $x = A1$, $A := A \setminus x$ и выделение альтернатив его размещения на оси времени. Последовательность выбираемых блоков предпочтительно предварительно упорядочить по степени связности учебных потоков. Вместе с тем, требование сцепления некоторых потоков во времени влечет необходимость манипулирования на всех остальных шагах рассматриваемой процедуры в общем случае множеством блоков занятий $X = \{x\}$.

Шаг 4. Попытка размещения блока занятий X . Именно на этом этапе возможно вмешательство диспетчера для предвосхищения возможных тупиковых ситуаций, а также учета неформализованных факторов.

Шаг 5. Если размещение блока X возможно, то выполняется фиксация расписания занятий блока, $B := B + X$, и возврат к шагу 2.

Шаг 6. Если попытка размещения блока X неудачна, то на множестве блоков B выделяется подмножество Y , непосредственно определяющих условия размещения блока X . Значение Y должно определяться предысторией размещения блока X .

Шаг 7. Если $|Y| > 0$, то $B := B \setminus Y$, $A := A + Y$, и возврат к шагу 2.

Шаг 8. Если размещение блока X невозможно, т.е. $|Y| = 0$, то $C := C + X$, $D + C$ и возврат к шагу 2.

Шаг 9. Если $D + C$, то обнаружен тупик.

Устранение тупика требует перевода критических блоков из множества B во множество A и модификации векторов весовых коэффициентов критериальных функций. Продолжение процесса составления расписания означает, по существу,

перестройку текущей системы правил размещения отдельных занятий.

Шаг 10. Если критические блоки занятий выделены, то возврат к шагу 2, иначе – прерывание процесса оптимизации в состоянии тупика.

Очевидно, что приведенный алгоритм конечен, что обусловлено его волновой схемой, но его вычислительная сложность экспоненциальна [9-14]. Последнее, тем не менее, не является существенной причиной отказа от его реализации, так как существующие прецеденты практической реализации свидетельствуют о практически приемлемых временных характеристиках поиска допустимых расписаний.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отличительная черта рассмотренной процедуры составления расписания – прозрачность интерпретации текущего состояния, открытость для вмешательства диспетчера, возможность уточнения процедур решения локальных оптимизационных задач. Однако ее реализация порождает ряд задач выбора структур данных и методов генерации вариантов, которые требуют самостоятельного решения [3].

- [1] Daskalaki S., Birbas T., Housos E. An integer programming formulation for a case study in university timetabling, *European Journal of Operational Research*, vol. 153(1), 2004. – pp. 117–135.
- [2] Муха В.С., Гончаренко Е.О. Задача расписания как задача назначения с дополнительными ограничениями. - Доклады БГУИР. - 2010. - N7 (53). - С. 59-65.
- [3] Burke E. K., Petrovic S. “Recent Research Directions in Automated Timetabling”, *European Journal of Operational Research*, 2002, vol. 140(2), pp. 266-280.
- [4] Gueret G., Jussien N., Boizumault P., Prins C. “Building University Timetables Using Constraint Logic Programming”, *Lecture Notes in Computer Science*, 1996, vol. 1153, pp.130-145.
- [5] Hertz A. “Tabu Search for Large Scale Timetabling Problems”, *European Journal of Operational Research*, 1999, vol. 54, pp. 39-47.
- [6] Burke E., Bykov Y., Newall J., Petrovic S. “A time-predefined approach to course timetabling”, *Yugoslav Journal of Operations Research*, vol. 13(2), 2003, pp. 139-151.
- [7] G.M. Andrew and R. Collins. Matching faculty to courses. *College and University*, 46(2), 1971, pp. 83-89.
- [8] M.J. Schliederjans and G.C. Kim. A goal programming model to optimize departmental preference in course assignments. *Computers & Operations Research*, 14(2), 1987, pp. 87-96.
- [9] Badri M.A. A two-stage multiobjective scheduling model for faculty-course-time assignments. *European Journal of Operational Research*, 94(1), 1996, pp. 16-28.
- [10] Yu E., Sung K.-S. A genetic algorithm for a university weekly courses timetabling problem. *International Transactions in Operational Research*, 9(6), 2002, pp. 703-717.
- [11] Abramson D. Constructing school timetables using simulated annealing: sequential and parallel algorithms. *Management Science*, 37(1), 1991, pp. 98-113.
- [12] Abramson D., Krishnamoorthy M., Dang H. Simulated annealing cooling schedules for the school timetabling problem. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 16(1), 1999, pp. 1-22.
- [13] Hertz A.. Finding a feasible course schedule using tabu search. *Discrete Applied Mathematics*, 35(3), 1992, pp. 255-270.
- [14] Лукошко А.А., Ревотюк М.П. Организация муравьиных вычислений при составлении расписаний учебных занятий//Известия Белорусской инженерной академии, № 1(17)/3, 2004. – С. 242-244