

# Математическое моделирование устойчивости иерархических систем

Масалитина Н.Н.; Курочка К.С.

Кафедра «Информационные технологии», факультет автоматизированных и информационных систем  
УО «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого»

Гомель, Беларусь

e-mail: masalitina@rambler.ru

**Аннотация** – Представлены результаты моделирования сложных иерархических систем с конечным числом состояний, стохастическими векторами входных параметров с целью выявления корректирующей функции для обеспечения заданного диапазона значений целевой функции.

**Ключевые слова:** математическая модель, иерархическая система, антикризисная устойчивость

## I. ВВЕДЕНИЕ

Устойчивость функционирования сложной системы – это способность системы сохранять требуемые свойства в условиях действия возмущений [1 с. 39]. Если возможным результатом возмущения является возникновение *кризисных изменений* (нарушение управляемости [2]), то способность противостоять такому процессу будем называть *антикризисной устойчивостью*.

Многие системы, функционирующие в условиях кризисных изменений, обладают иерархической структурой, то есть элементы системы связаны отношением подчинения (производственные системы, компьютерные сети, иммунные системы живых организмов и проч.). Такие системы будем называть иерархическими системами (ИС).

Иерархическая структура определяет порядок распространения кризисных изменений в таких системах, структуру антикризисной защиты и порядок применения управляющих воздействий, направленных на преодоление последствий кризисных изменений.

Решение основных задач управления в условиях кризиса требует формализованного описания взаимодействия между элементами ИС и внешней среды, определяющими ее устойчивость.

Возможности применения для этих целей существующих математических моделей ограничены следующими особенностями [3-6]:

1) отсутствие возможности распознавания ранних проявлений кризиса;

2) необоснованный выбор параметров, применяемых для диагностики кризисных изменений;

3) неуниверсальность (невозможность применять математическую модель для достаточно широкого круга сложных систем).

Перечисленные ограничения моделей-аналогов, а также сложность задач управления в условиях кризиса и высокие потери от неверных решений определяют актуальность моделирования антикризисной устойчивости ИС.

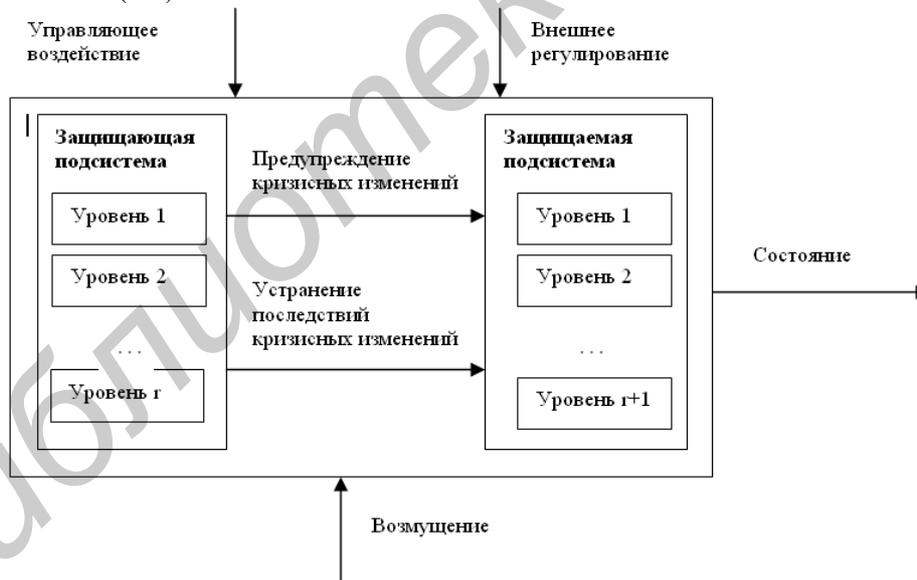


Рис. 1. Элементы кризисной ситуации иерархической системы

## II. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КРИЗИСНОЙ СИТУАЦИИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Декомпозиция моделируемого явления позволила выделить следующие основные элементы кризисной ситуации (рис. 1):

*объект, подвергающийся кризисным изменениям* – сложная система, находящаяся в кризисном состоянии либо в условиях способных привести к кризисным изменениям;

*управляющее воздействие* – воздействие со стороны управляющей системы, направленное на предупреждение кризисных изменений и устранение их последствий;

*внешнее регулирование* – воздействие сил, внешних по отношению к управляемой и управляющей системе, определяющих возможности управления (законодательные ограничения, морально-этические нормы и проч.)

В составе объекта, подвергающегося кризисным изменениям можно выделить элементы, непосредственно выполняющие основные функции

системы, а также элементы, предназначенные для защиты от неблагоприятных внешних воздействий. Элементы первого типа будем называть *защищаемой подсистемой*, элементы второго типа – *защищающей*.

Каждому элементу защищаемой системы соответствует элемент защищающей. При этом защищающая подсистема содержит элементы, воздействующие только на один уровень защищаемой подсистемы, а также элементы, одновременно воздействующие на все уровни. Поэтому защищающая подсистема содержит на один уровень больше, чем защищаемая.

### III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНТИКРИЗИСНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Пусть

$q(t)$  – состояние ИС;

$I(t)$  – показатели, характеризующие состояние защищаемой подсистемы ИС;

$u(t)$  – показатели, характеризующие элементы защищающей подсистемы ИС, направленные на предупреждение кризисных изменений;

$a(t)$  – показатели, характеризующие элементы защищающей подсистемы ИС, направленные на устранение последствий кризисных изменений;

$EN(t)$  – показатели, характеризующие внешнее регулирование ИС;

$W(t)$  – интенсивность возмущений;

$z(t)$  – управляющее воздействие;

$e(t)$  – эффект от управляющего воздействия;

$t$  – время.

Тогда

$$q(t) = \{I(t), \{u(t), a(t)\}, EN(t)\},$$

$$I(t) = \{I(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\}, \quad (1)$$

$$u(t) = \{u(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\}, \quad (2)$$

$$a(t) = \{a(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\}. \quad (3)$$

$$e(t) = \{z(t), q(t)\}.$$

Учитывая иерархическую структуру объекта, подвергающегося кризисным изменениям выражения (1) – (3) примут вид:

$$I(t_i) = \{I_r(t_i), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\},$$

$$I_j(t_i) = \{I_{j-1}(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\},$$

$$u(t_i) = \{u_1(t_{i-1}), u_2(t_{i-1}), \dots, u_r(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\},$$

$$u_j(t) = \{u_{j-1}(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\}$$

$$a(t_i) = \{a_1(t_{i-1}), a_2(t_{i-1}), \dots, a_{r+1}(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\},$$

$$a_j(t) = \{a_{j-1}(t_{i-1}), \{e(t_{i-1}), W(t_{i-1})\}\}$$

Уровень антикризисной устойчивости ИС определим, как

$$\varphi(t, q(t)) = \int_0^t q(\xi) d\xi.$$

Т.о. исходная задача сводится к нахождению функции  $z(t)$  такой, что

$$\forall t: \varphi(t, q(t)) \xrightarrow{z(t)} \max \square$$

### IV. ВЫВОДЫ

Получена математическая модель, отражающая структуру кризисной ситуации ИС.

Предложенная модель является основой для разработки инструментария распознавания состояний различных ИС, а также оптимизации состава управляющих воздействий на различных стадиях кризисного процесса.

В отличие от существующих аналогов предложенная математическая модель учитывает взаимосвязи между элементами кризисного процесса, определяемые иерархической подчиненностью, что позволяет существенно сократить количество показателей, используемых при диагностике состояний исследуемых систем, а также при оценке ожидаемого отклика системы на различные управляющие воздействия.

[1] Бусленко, Н.П. Лекции по теории сложных систем / Н.П. Бусленко, В.В. Калашников, И.Н. Коваленко. М.: Изд. «Советское радио», 1973, 440 с.

[2] Анатомия кризисов / А.Д. Арманд, Д.И. Люри, В.В. Жерихин и др. – М.: Наука, 2000 – 238с.

[3] Головач, Э.П. Управление устойчивостью и рисками в производственных системах / Э.П. Головач, А.И. Рубахов. – Брест: БГТУ, 2001. – 275 с.

[4] 78. Санюк, Н.В. Статистический анализ размера ущерба от чрезвычайных ситуаций: автореф. дис. ... канд. техн. наук ...05.13.17 / Н.В. Санюк. – Мн. – 2006. – 23 с.

[5] Теплов, А.И. Модельная и инструментальная поддержка антикризисного управления: дис. ... канд. экон. наук. 08.00.13 / А.И. Теплов. – 2002. – 183 л.

[6] Черновалов, А., Прогнозирование несостоятельности действующих предприятий и фирм в Беларуси / А. Черновалов, А. Шевчук // ЭКОВЕСТ. – 2004. - №1 – С. 130-151.