

УДК 621.316

АНАЛИЗ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ДО СРЫВА СИНХРОНИЗМА В ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМАХ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Д.Л. ШИЛИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 3 ноября 2008

Предложена математическая модель, учитывающая нелинейные и импульсные свойства систем фазовой синхронизации. Предложен способ введения помехи с различными законами распределения и различной интенсивностью, а так же проведены исследования стационарной плотности распределения вероятностей и анализ среднего времени до срыва синхронизма в системе. Проведенные исследования подтверждают высокую эффективность метода анализа статистических характеристик импульсных систем фазовой синхронизации.

Ключевые слова: импульсные системы фазовой синхронизации, статистические характеристики, синхронизм, плотность распределения вероятностей.

Введение

Основным рабочим режимом систем фазовой синхронизации (СФС) является режим синхронизма, который отличается тем, что входные импульсы фазового детектора и импульсы из цепи обратной связи чередуются. Выход из рабочего режима СФС происходит, как правило, под воздействием шумов, т.е. чтобы исследовать это явление необходимо уметь моделировать процессы в импульсных системах фазовой синхронизации при воздействии шумов.

В настоящей работе предлагается произвести цифровое моделирование ИСФС с учетом действующих помех. Производя моделирование большого количества процессов, путем соответствующей обработки полученных данных можно определить требуемые статистические характеристики.

Постановка задачи и разработка модели

Для разработки модели ИСФС рассмотрим структурную схему системы, на которую воздействуют шумы (рис. 1). [1].

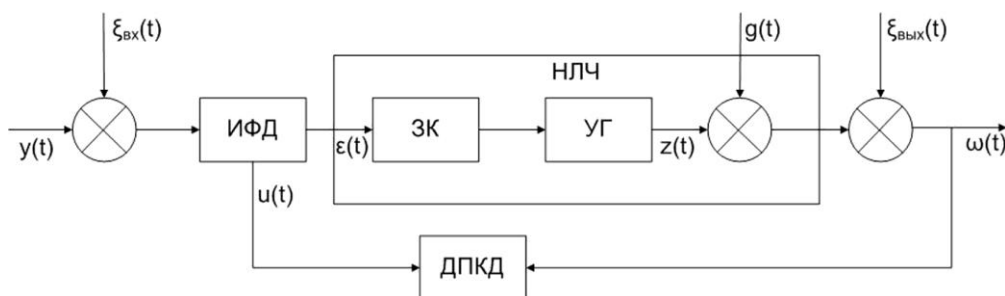


Рис. 1. Структурная схема системы: ИФД — импульсно-фазовый детектор; ЗК — звенья коррекции; УГ — управляемый генератор; ДПКД — делитель с переменным коэффициентом деления; $y(t)$ — входной сигнал; $u(t)$ — сигнал из цепи обратной связи; НЛЧ — непрерывная линейная часть; $z(t)$ — выходной сигнал НЛЧ; $g(t)$ — постоянное воздействие УГ; $\epsilon(t)$ — сигнал рассогласования; $\omega(t)$ — выходной сигнал системы.

Пусть непрерывная линейная часть системы задана передаточной функцией:

$$w(p) = \frac{Q(p)}{M(p)} = \frac{\prod_{i=m+1}^{m+r} (T_i p + 1)}{\prod_{i=1}^m (T_i p + 1)}, \quad (1)$$

где T_i — постоянная времени числителя $i = \overline{m+1, m+r}$ и знаменателя $i = \overline{1, m}$, $r \leq m$. Уравнения состояния НЛЧ с передаточной функцией (1) имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = Ax(t) + B\varepsilon(t), \\ Z(t) = Cx(t) + d\varepsilon(t) \end{cases}, \quad (2)$$

где $X(t)$ — вектор переменных состояния; A — матрица размера $m \times m$;

$$A = \text{diag}\{p_1 \dots p_m\} \quad p_i = -1/T_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

Векторы $B, C \in \text{Rm}$:

$$B = [b_1 \dots b_m], \quad b_i = \frac{Q(p)}{M(p)} \Big|_{p=p_i}, \quad i = \overline{1, m};$$

$$C = [C_1 \dots C_m], \quad C_i = 1, \quad i = \overline{1, m}; \quad (3)$$

$$d = \lim_{p \rightarrow \infty} w(p) = \begin{cases} 0, & m > r; \\ \frac{\prod_{i=m+1}^{m+r} T_i}{\prod_{i=1}^m T_i}, & m = r. \end{cases}$$

Из (2) получим уравнение разомкнутой системы:

$$X(t) = \Phi(t - t_0)X(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \lambda)B\varepsilon(\lambda)d\lambda, \quad (4)$$

где t_0 — время прихода опорного импульса;

$$\Phi(t - t_0) = \exp[A(t - t_0)].$$

В зависимости от выбранного фазового детектора в системе будет присутствовать широтно-импульсная модуляция (триггерный фазовый детектор), широтно-частотно-импульсная модуляция (фазовый детектор типа "выборка-запоминание"). После выбора фазового детектора записывается уравнение (4) на интервале времени от прихода опорного импульса до окончания импульса следующего периода. Математическая модель системы содержит уравнение замыкания:

$$\int_{nT+\tau_n}^{nT+kT+\tau_{n+k}} \varpi(t)dt = 2\pi j N_D, \quad (5)$$

где N_D — коэффициент деления ДПКД; n — текущий номер периода; τ_n, τ_{n+k} — длительность двух соседних импульсов рассогласования; k — количество импульсов входного сигнала за время τ_n ; j — количество импульсов на входе фазового детектора из цепи обратной связи за время $t \in [nT+\tau_n; nT+kT+\tau_{n+k}]$.

$$j = \text{int}[\varphi_n/2\pi] + 1, \quad (6)$$

где φ_n — набег фазы входного сигнала на интервале времени $t \in [nT + \tau_n; nT + kT]$; int — операция взятия целой части числа.

$$\varphi_n = \frac{1}{N_D} \int_{nT + \tau_n}^{nT + kT} \omega(t) dt, \quad (7)$$

Величина k определяется из соотношения:

$$k = \text{int}[\tau_n/T] + 2. \quad (8)$$

Выходной сигнал системы фазовой синхронизации:

$$\omega(t) = z(t) + g(t). \quad (9)$$

Установившийся режим работы СФС описывается следующими уравнениями:

$$Z_{n+1} = Z_n = Z^*;$$

$$X_{n+1} = X_n = X^*;$$

$$\tau_{n+1} = \tau_n = \tau^*;$$

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n = \varphi^*.$$

Для учета шумов на входе $\xi_{\text{вх}}(t)$ и выходе $\xi_{\text{вых}}(t)$ системы задается соотношение шум/сигнал[2]:

$$S(\omega) = 10 \lg(U_{\text{шм}}^2 / U_m^2).$$

где $U_{\text{шм}}$ — амплитудное значение шума; U_m — амплитудное значение полезного сигнала.

Далее генерируется закон распределения шума. При воздействии "белого шума", генерируется псевдослучайная последовательность в диапазоне $n_{\text{ш}} \in [0; 1]$, которая центрируется и нормируется:

$$U_{\text{шбм}} = (n_{\text{ш}} - 0,5)U_{\text{шм}},$$

Затем определяется текущее значение периода при воздействии шума:

$$T_{n\text{ш}} = T_n(1 + \alpha_{n\text{ш}}/2\pi),$$

где

$$\alpha_{n\text{ш}} = \text{arctg}(U_{\text{шбм}}/U_m)$$

Если шум, воздействующий на систему, имеет нормальный закон распределения, то алгоритм моделирования имеет следующий вид:

$$T_{\text{шmax, min}} = T_n(1 \pm \alpha_{\text{шmax}}/2\pi),$$

где

$$\alpha_{\text{шmax}} = \text{arctg}(U_{\text{шmax}}/U).$$

Затем генерируется последовательность $n_{\text{ш}} \in [0; 1]$ с равномерным законом распределения и определяется знак воздействия на данном периоде работы:

$$\text{sign } n_{\text{ш}} = \text{sign}(n_{\text{ш}} + 0,5).$$

Определяются экстремальные значения амплитуды шума:

$$A_{max} = 1/\sqrt{2\pi}; A_{min} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5^{*9}};$$

Далее нормируется псевдослучайная последовательность шума и вычисляется частота сигнала с учетом шума при нормальном законе распределения:

$$f_{nш} = f_n + \text{sign } n_{ш} (\Delta f_{шmax} / 2 \chi U_n / 3),$$

где

$$\Delta f_{шmax} = \frac{1}{T_n} \frac{4\pi\alpha_{шumax}}{4\pi^2 - \alpha_{шmax}^2}.$$

Таким образом, предложенный метод моделирования позволяет сформировать любой, описываемый аналитически в диапазоне воздействия, закон распределения шума.

Анализ результатов моделирования

Такая модель позволяет производить статистические испытания СФС. Наиболее полной статистической характеристикой системы является стационарная плотность распределения вероятностей (ПРВ) выходного сигнала.

На рис. 2 приведена стационарная ПРВ выходного сигнала при воздействии шума на входе системы $S_{вх} = -80$ дБ. Интердецильная ширина составляет $S_d = 6,098 \cdot 10^3$ Гц. Параметры исследуемого синтезатора частот следующие: период входного сигнала $T_n = 10^{-6}$ с; коэффициент передачи фазового детектора типа "выборка-запоминание" $k_B = 5,2 \cdot 10$ В/с; коэффициент передачи непрерывной линейной части $k = 5 \cdot 10^6$ Гц/в; нерегулируемая составляющая управляемого генератора $g = 10^9$ Гц; коэффициент деления цепи обратной связи $N_d = 1024$; постоянные времени передаточной функции НЛЧ $T_1 = 10^{-4}$ с; $T_2 = 10^{-5}$ с; $T_3 = 5 \cdot 10^{-5}$ с.

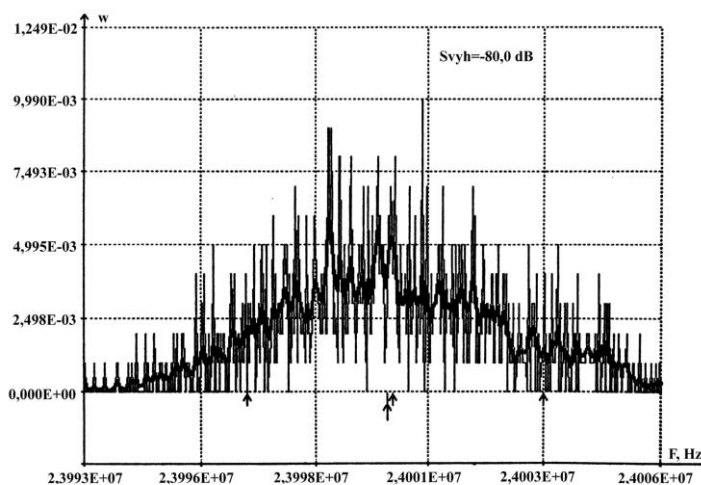


Рис. 2. Стационарная ПРВ выходного сигнала

Весьма важной, а в некоторых случаях определяющей, характеристикой импульсных СФС является среднее время до срыва синхронизма t_c . Под срывом синхронизма следует понимать выход координаты фазового рассогласования за пределы аперттуры дискриминационной характеристики фазового детектора на время, больше некоторого заданного для системы. В данном случае будем считать, что возвращение системы в область слежения за малое время невозможно из-за большой инерционности системы. Поэтому будем считать, что первый выход сигнала рассогласования за пределы аперттуры ФД эквивалентен срыву слежения. Методика определения среднего времени до срыва синхронизма заключается в следующем: задается шум с соответствующим законом распределения и интенсивностью; определяется точка приложения; производится расчет выходного сигнала и сигнала рассогласования; определяется такт квантования, на котором сигнал рассогласования $\epsilon(t)$ впервые выйдет за пределы установленной границы.

Количество требуемых реализаций процесса для обеспечения заданной точности определяется с помощью асимптотической формулы Муавра-Лапласа[3]. Для достижения погрешности менее 10% необходимо осуществить 700 реализаций.

Исследовалась зависимость среднего времени до срыва синхронизма от интенсивности воздействующего шума и коэффициента передачи НЛЧ, которая приведена на рис. 3.

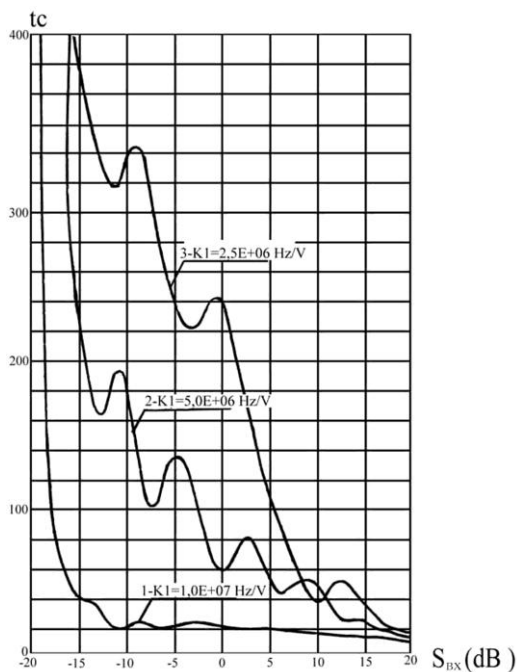


Рис. 3. Зависимость среднего времени до срыва синхронизма от интенсивности возмущающего шума и коэффициента передачи НЛЧ

Проводились исследования импульсной СФС, у которой изменялся коэффициент усиления: график 1 — $\kappa=10^7$ Гц/В; график 2 — $\kappa=5 \cdot 10^6$ Гц/В; график 3 — $\kappa=2,5 \cdot 10^6$ Гц/В. Шум подавался на вход системы, его интенсивность менялась от -20 дБ до $+20$ дБ. Анализируя графики можно сделать вывод, что общая закономерность поведения графиков 1, 2, 3 отвечает классическим результатам [3], но также имеет отличия, которые заключаются в появлении локальных экстремумов на графиках 1, 2, 3. Отсутствие таковых в результатах анализа [2, 3] объясняется использованием упрощенной модели импульсной СФС.

Заключение

Таким образом, автором получена математическая модель, учитывающая нелинейные и импульсные свойства СФС; предложен способ введения помехи с различными законами распределения и различной интенсивностью; проведены исследования стационарной ПРВ и анализ среднего времени до срыва синхронизма в системе. Проведенные исследования подтверждают высокую эффективность метода анализа статистических характеристик импульсных СФС.

THE ANALYSIS OF AVERAGE TIME BEFORE SYNCHRONISM FAILURE IN PULSE SYSTEMS OF PHASE SYNCHRONIZATION

D. L. SHILIN

Abstract

Mathematical model considering nonlinear and pulse properties of systems of phase synchronisation is offered. The way of introduction of a hindrance with various laws of distribution and various intensity and as researches of stationary density of distribution of probabilities and the analysis of average time before synchronism failure in system are conducted is offered. The conducted researches confirm high efficiency of a method of the analysis of statistical characteristics of pulse systems of phase synchronisation.

Литература

1. Батура М.П., Кузнецов А.П., Шилин Л.Ю. Анализ и параметрический синтез импульсных систем с фазовым управлением. Минск, 1993.
2. Шахтарин Б.И. Случайные процессы в радиотехнике. М., 2006.
3. Ковригин В.А., Шахтарин Б.И. Методы спектрального оценивания случайных сигналов. М., 2005.