

УДК 536.33

МЕТОДИКА КОРРЕКЦИИ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТЕРМОГРАФИЧЕСКИХ МЕТОДАХ

А.П. ИВАНОВ

Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 29 октября 2018

Аннотация. При неоднородной по глубине температуре поверхностного слоя кожного покрова человека, обусловленной биофизической необходимостью нормальной работы организма, а также наличием патологических процессов в определенных участках тела, предложена температурная поправка. Она позволяет уточнять температуру поверхности, определяемую стандартным неинвазивным термографическим методом.

Ключевые слова: температурная коррекция, биологическая ткань, формула Планка, яркость, термография, тепловизор.

Abstract. At a non-uniform depth of the surface layer of the human skin, due to the biophysical necessity of normal functioning of the organism, as well as the presence of pathological processes in certain areas of the body, a temperature correction is proposed. It allows to refine the surface temperature, determined by a standard non-invasive thermographic method.

Keywords: temperature correction, biological tissue, Planck's formula, brightness, thermography, IR imager.

Doklady BGUIR. 2018, Vol. 117, No. 7, pp. 41-46
Temperature correction technique in thermographic methods
A.P Ivanov

Введение

В основе оптической пирометрии решается задача определения температуры среды по испускаемому ею излучению. При этом используется закон Кирхгофа, согласно которому отношение излучательной способности к поглощательной описывается формулой Планка. Однако такой подход даст истинную температуру объекта только в случае постоянной температуры во всем его объеме. Если внутри среды температура иная, чем на поверхности, то определяемая температура находится с ошибкой. Поэтому в прецизионных измерениях необходимо вносить поправку δT в измерения температуры. В работе дан вывод формулы δT при регистрации моно- и полихромной яркости от патологического источника тепла в биологической ткани на примере цилиндра и проведен анализ полученных результатов.

Теплофизические и оптические характеристики среды

Рассматривается кожный покров в виде полубесконечной плоскопараллельной среды. На поверхности параметр теплоотдачи $h=H/\kappa$, см^{-1} , H , $\text{Вт}/(\text{см}^2\text{К})$ – поток тепла с единицы поверхности при $T_s-T_a = 1$ К, где T_s и T_a – температуры соответственно поверхности ткани и окружающей среды, Поток H включает обмен энергией вследствие излучения, конвекции и испарения. Коэффициент теплопроводности для биоткани $\kappa = 0,004-0,006$ $\text{Вт}/(\text{см}\cdot\text{К})$, Типичные значения h изменяются в пределах $0,05-0,5$ см^{-1} [1].

При распространении излучения в среде следует учитывать ее характеристики поглощения и рассеяния. Кожный покров примерно на 70–90 % состоит из воды. Хотя в ткани кожи есть и другие компоненты, но именно показатель поглощения воды k_w в рассматриваемой спектральной области 2–12 мкм превалирует над остальными хромофорами. Спектр k_w в рассматриваемом интервале длин волн λ использован по данным [2]. Будем считать, что объемная концентрация воды в коже $C_v = 0,8$, так что показатель поглощения ткани $k = C_v k_w$. С ростом λ показатель поглощения воды в целом увеличивается, а рассеяния – уменьшается. Поскольку поглощение излучения во много раз больше рассеяния, последним при исследовании поля излучения будем пренебрегать и полагать, что распространение теплового излучения в ткани описывается экспоненциальным законом Бугера: $\exp(-kl)$, где l – расстояние между двумя рассматриваемыми точками, пройденное лучом. Таким образом, в рассматриваемой спектральной области, с точностью до множителя $1-r_0$ (r_0 – коэффициент отражения излучения при нормальном падении на границу раздела: кожа – воздух), среда является абсолютно черным телом.

Регистрация ИК излучения

Чувствительных приемников в рассматриваемой спектральной области 2–12 мкм нет. Для увеличения отношения сигнал/шум в большинстве случаев используются приемники, регистрирующие излучение в широком спектральном интервале. Регистрируемый от поверхности кожи электрический сигнал, с точностью до постоянного множителя (характеризующего абсолютную чувствительность), равен

$$\beta = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda) S(\lambda) d\lambda. \quad (1)$$

Здесь $B(\lambda)$ и $S(\lambda)$ – соответственно спектральные яркость поверхности и чувствительность приемника; тут же указан рабочий интервал длин волн $\lambda_2 - \lambda_1$.

Хотя ИК приемники в большинстве случаев регистрируют излучение в достаточно широком спектральном интервале, расчет температурной поправки начнем при измерении монохроматической яркости. Она, с одной стороны, – основа для понимания формирования поправки при интегральной яркости, с другой – со временем появятся и чувствительные приемники к монохроматическому ИК излучению.

Математическая формулировка температурной поправки при регистрации монохроматической яркости

Температурная поправка δT представляет собой разность двух температур: температуры T^* , определяемой по яркости B теплового излучения, выходящего с поверхности среды, и реальной температуры поверхности T_r , т. е. $\delta T = T^* - T_r$. Если температура внутри среды выше, чем на поверхности, то ее надо отнимать от определяемой температуры, если ниже, то добавлять. Остановимся на способе расчета поправки.

Яркость монохроматического излучения, испускаемого поверхностью ткани по нормали к ней при пространственном глубинном распределении температуры $T(z, r, \varphi)$ в цилиндрической системе координат $\{r, \varphi, z\}$, равна

$$B(\lambda, r, k, \varphi) = \frac{(1-r_0)}{\pi} \int_0^{\infty} k E(z, r, \varphi, T) \exp(-kz) dz, \quad (2)$$

где $z = 0$ соответствует поверхности среды. Здесь в рассматриваемом спектральном интервале 2–12 мкм в приближении низкой температуры человеческого организма

$$E(z, r, \varphi, \lambda, T) = M(\lambda) \exp(-N(\lambda)/T) \quad (3)$$

– светимость поверхности (формула Планка) в точке (z, r, φ) , где $T(z, r, \varphi)$ – температура, $M(\lambda) = 3,75 \cdot 10^3 \lambda^{-5}$, $\tilde{\nu} = \tilde{\nu}_0 \cdot \tilde{n}^{-1}$, $N(\lambda) = 1,44 \cdot 10^4 \lambda^{-1}$, λ – длина волны, в мкм. Причина

различия температуры в разных местах среды разная. Это, прежде всего, биофизическая необходимость нормальной работы организма, а также наличие патологических процессов в определенных участках тела. Если воспользоваться формулой Планка в предположении постоянной температуры тела, с температурой на поверхности неравномерно нагретой среды T_r , то получим яркость $B_0(\lambda, T_r)$. (Для удобства записи здесь и дальше многие аргументы функций не будут указываться) Характеристика

$$W(\lambda) = B(\lambda)/B_0(\lambda, T_r) \quad (4)$$

содержит информацию о том, насколько регистрируемый приемником сигнал искажает рассчитываемую по нему температуру поверхности. Остановимся на этом вопросе.

Приближенно положим, что $B(\lambda)$, как и $B_0(\lambda, T_r)$, является яркостью поверхности с температурой T и отличается от $B_0(\lambda, T_r)$ на величину $dB_0(\lambda, T_r)$ за счет того, что T отличается от T_r на величину dT_0 . Тогда (4) обратится в

$$W = 1 + \frac{dB_0}{B_0} = 1 + \frac{B_0' dT_0}{B_0} \quad (5)$$

Здесь B_0' – производная по температуре, dT_0 характеризует дифференциальное превышение температуры по сравнению с истинной температурой на поверхности, которую показывает прибор неинвазивным способом. Для удобства записи аргументы функций не изображены. Из (5), с учетом реального превышения температуры δT , следует

$$\delta T = (W - 1) \frac{B_0}{B_0'} = 6,94 \cdot 10^{-5} \lambda T^2 (W - 1) \quad (6)$$

Анализ величины δT может быть сделан, если известна величина W .

Температурная поправка при наличии точечного источника тепла

Рассмотрим случай неравномерного распределения температуры в среде. Будем основываться на известных аналитических решениях уравнения теплопроводности. Для упрощения задачи используем линейный рост температуры с глубиной (без источника) и точечный источник тепла как основу для рассмотрения источника конечных размеров, у которого свойства такие же, как и у биоткани. Положим, что температура в среде

$$T(z, r) = T_s + \Delta T(z, r), \quad (7)$$

где T_s – температура поверхности при отсутствии патологических источников тепла, $\Delta T(z, r)$ – добавка к температуре вследствие различных причин. При отсутствии источника по аналогии с [3], полагаем, что температура в среде для нормальной работы организма описывается формулой $\Delta T_1(z) = hz(T_s - T_a) + T_s$ и не зависит от r . При наличии точечного источника с тепловой мощностью Q , Вт, имеющего в цилиндрической системе координаты $z = a, r = 0$, ΔT возрастет на величину

$$\Delta T_p(z, r) = \Delta T_{p1}(z, r) + \Delta T_{p2}(z, r), \quad (8)$$

где

$$\Delta T_{p1}(z, r) = \frac{Q}{4\pi\hat{e}} \left\{ \left[z - a^2 + r^2 \right]^{-1/2} - \left[z + a^2 + r^2 \right]^{-1/2} \right\}, \quad (9)$$

$$\Delta T_{p2}(z, r) = \frac{Q}{2\pi\kappa} \int_0^\infty \frac{\exp[-p(a+z)] p J_0(pr)}{p+h} dp, \quad (10)$$

J_0 – функция Бесселя нулевого порядка, r, z – координаты точки наблюдения.

Таким образом, при точечном источнике температура в любой точке биологической среды есть

$$T_p(z, r) = T_s + \Delta T_1(z) + \Delta T_p(z, r). \quad (11)$$

Подставляя это выражение в (3), входящее в (2), находим $B(\lambda)$, затем $B_0(\lambda)$, а следовательно, и δT_p при точечном источнике.

Можно получить более наглядное и упрощенное выражение для δT_p . Добавим и вычтем в (7) $\Delta T_p(0, r)$, которое представляет собой приращение температуры поверхности среды вследствие наличия точечного источника. Тогда (7) примет вид

$$T(z, r) = T_s^* + \Delta T(z, r)^*, \quad (12)$$

где $T_s^* = T_s + \Delta T_p(0, r)$ – температура поверхности при наличии в среде патологического источника тепла, $\Delta T(z, r)^* = \Delta T_1(z) + \Delta T_p(z, r) - \Delta T_p(0, r)$.

Если $T_s^* \gg \Delta T(z, r)^*$, то разлагаем функцию Планка в ряд Тейлора при $T = T_s^*$, и она принимает вид

$$E(T) = E(T_s^*)(1 + N\Delta T^*/T_s^{*2}). \quad (13)$$

Для наглядности в (13) многие аргументы, от которых зависит светимость, как и раньше, не указаны. Яркость теплового излучения, выходящего из среды с поверхности $z=0$, определяется как

$$B(T) = \frac{(1-r_0)}{\pi} \int_0^\infty kE(T) \exp(-kz) dz = \hat{A}(T_s^*)^* [1 + (N/T_s^{*2}) \int_0^\infty k\Delta T^* \exp(-kz) dz]. \quad (14)$$

Отсюда нетрудно показать, что при отсутствии источника

$$\delta T_1 = h(T_s - T_a)/k. \quad (15)$$

При точечном источнике

$$\delta T_p = \delta T_1 + \int_0^\infty k\Delta T_{p1} \exp(-kz) dz + \int_0^\infty k\Delta T_{p2} \exp(-kz) dz - \Delta T_{p2}(0, r). \quad (16)$$

Температурная поправка при наличии источника тепла в виде цилиндра

Естественно, что точечный источник практически нельзя реализовать. Однако данные по температуре, полученные с ним, можно использовать для расчета температуры от источников разных форм. С медицинской точки зрения и удобства расчетов остановимся на модели формы патологического участка с повышенной температурой в виде кругового цилиндра. Рассмотрим цилиндрический источник, ось которого перпендикулярна поверхности среды. Выделим в источнике в цилиндрической системе координат бесконечно малый элементарный объем $dV = r^* dr^* dz^* d\varphi$, имеющий координаты r^* , z^* , φ . Положим, что он создает в пространстве распределение температуры, описываемое формулами (8)–(10). По отношению к этому элементарному объему в (9), (10) проведем соответствующие замены. В результате, по аналогии с точечным источником, температурная поправка с цилиндрическим источником будет определяться следующим образом

$$\delta T_c = \delta T_1 + \int_0^\infty k\Delta T_{c1} \exp(-kz) dz + \int_0^\infty k\Delta T_{c2} \exp(-kz) dz - \Delta T_c(0, r). \quad (17)$$

Здесь

$$\Delta T_{c1} = 2 \int_0^{0,5d} r^* \left\{ \int_{a-0,5z_0}^{a+0,5z_0} \left[\int_0^\pi D d\varphi \right] dz^* \right\} dr^*, \quad \Delta T_{c2} = 2 \int_0^{0,5d} r^* \left\{ \int_{a-0,5z_0}^{a+0,5z_0} \left[\int_0^\pi D d\varphi \right] dz^* \right\} dr^*$$

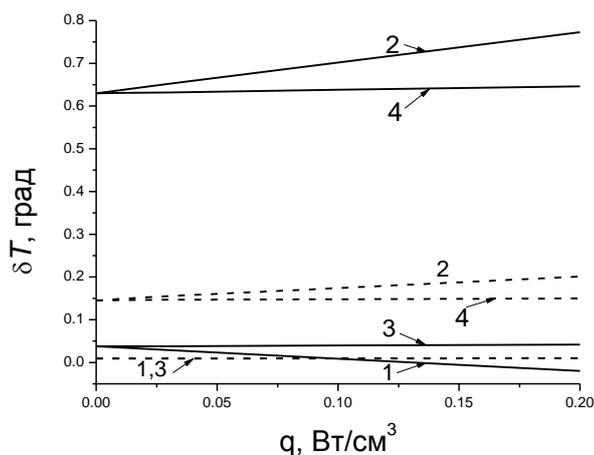
– два приращения температуры от всего объема цилиндра с диаметром d и высотой z_0 ; $\Delta T_c(0, r)$ – приращение температуры от цилиндра при $z=0$. Приращения температуры, отнесенное к элементарному объему $D = D_1 + D_2$, где

$$D_1 = \frac{q}{4\pi\hat{e}} \left\{ \left[z - z^{*2} + l^2 \right]^{-1/2} - \left[z + z^{*2} + l^2 \right]^{-1/2} \right\}, \quad D_2 = \frac{q}{2\pi\kappa} \int_0^\infty \frac{\exp[-p(z^* + z)] p J_0(pl)}{p + h} dp,$$

q -произведение объемной плотности тепловой мощности рассматриваемого источника на элементарный объем dV , а r, z , как и для точечного источника, – координаты наблюдателя.

Закономерности изменения температурной поправки при регистрации монохроматической яркости

Ткань не содержит патологический источник тепла. Согласно (15), поправка пропорциональна h и обратно пропорциональна k . Она пропорциональна перепаду температур между поверхностью тела и окружающей средой. С патологическим цилиндрическим источником рассмотрим только влияние его объемной плотности тепловой мощности на δT . В расчетах полагаем $r = 0$, $T_a = 293^\circ\text{K}$ (20°C), а температура поверхности тела равна 303°K (30°C). Согласно (17), три правых члена в ней пропорциональны q . Поэтому построенные на рисунке зависимости прямолинейные. При $q = 0$ $\delta T = \delta T_1$. Однако наличие теплового источника, в ряде случаев, не увеличивает, а уменьшает температурную поправку, и даже делает ее отрицательной. Это происходит, когда источник находится у поверхности ткани, а теплоотдача слабая. Расчеты показывают, что внутри цилиндра на глубинах $z < z_0$ при перемещении от поверхности к центру цилиндра происходит рост ΔT более медленный, чем падение за ним. Создается более замедленное нарастание общей температуры или даже ее убывание у поверхности. Это объясняет указанный эффект, поскольку с больших глубин, вследствие сильного поглощения свет не выходит. Если источник значительно углублен, то ни при каких разумных значениях q он не оказывает влияния на δT . В этом случае температурная поправка зависит только от естественной изменчивости температуры организма с глубиной. Подскажем, что при рассматриваемом объеме источника v сама тепловая мощность изменялась по закону $0,785q$.



Зависимость δT от q ($d = 1$ см, $z_0 = 0,5$ см, объем $v = 0,785$ см³). Сплошные линии – $k = 13,21$ см⁻¹ ($\lambda = 2,2$ мкм), прерывистые – $k = 55,28$ см⁻¹ ($\lambda = 2$ мкм). Цифры у кривых соответствуют разным значениям a в см и h в см⁻¹: 1 – 0,25 и 0,05, 2 – 0,25 и 0,8, 3 – 3 и 0,05, 4 – 3 и 0,8.

Температурной поправки при регистрации «интегральной» яркости

По сравнению с регистрацией монохроматической яркости, здесь можно говорить о двух электрических сигналах. Один соответствует излучению, выходящему из среды с переменной по глубине температурой, а другой – с постоянной, равной температуре на поверхности. Они соответственно равны $\beta = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B(\lambda)S(\lambda)d\lambda$, $\alpha = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \hat{A}_0(\lambda, T_r)S(\lambda)d\lambda$. Подобно

(4), введем характеристику $V = \frac{\beta}{\alpha}$, которая содержит информацию о том, насколько регистрируемый приемником сигнал в широком спектральном интервале искажает истинную

температуру поверхности. Как и при расчете (6), ее нетрудно получить при измерениях тепловизором:

$$dT_s = 6,94 \cdot 10^{-4} A(T) T^2 (V - 1), \quad (18)$$

где

$$A(T) = \frac{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \lambda^{-5} \exp(-N(\lambda)/T) S(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-6} \exp(-N(\lambda)/T) S(\lambda) d\lambda}.$$

Полученный материал позволяет быстро проводить численные расчеты на персональном компьютере и анализировать температурную поправку в различных случаях. Необходимо заметить, что учет температурной поправки существенен, когда речь идет об абсолютных значениях температуры, а не ее изменениях в разных местах поверхности. При определении приращения температуры нужно брать разность двух температур с близкими поправками для них. Последние входят со знаками плюс и минус, часто взаимно уничтожая друг друга.

Автор выражает глубокую благодарность В.В. Баруну за участие в разработке программы расчетов и обсуждение результатов.

Список литературы

1. Barun V.V., Ivanov A.P. Thermal action of a short light pulse on biological tissues // Int. J. Heat Mass Transfer. 2003. Vol. 46 (17). P. 3243–3254.
2. Hale G.M., Querry M. R. Optical constants of water in the 200 nm to 200 um wavelength region // Appl. Opt. 1973. Vol. 12. P. 555–563.
3. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.

References

1. Barun V.V., Ivanov A.P. Thermal action of a short light pulse on biological tissues // Int. J. Heat Mass Transfer. 2003. Vol. 46 (17). P. 3243–3254.
2. Hale G.M., Querry M. R. Optical constants of water in the 200 nm to 200 um wavelength region // Appl. Opt. 1973. Vol. 12. P. 555–563.
3. Karslou G., Eger D. Teploprovodnost' tverdyh tel. M.: Nauka, 1964. 488 s. (in Russ.)

Сведения об авторе

Иванов А.П., д.ф.-м.н., профессор, чл.-корр. Национальной академии наук Беларуси, г.н.с. Института физики им. Б.И. Степанова Национальной академии наук Беларуси.

Information about the author

Ivanov A.P., D.Sci, professor, corr. member of National academy of sciences of Belarus, principal researcher of Institute of physics named after B.I. Stepanov of National academy of sciences of Belarus.

Адрес для корреспонденции

220072, Республика Беларусь,
г. Минск, пр. Независимости, 68/2
Институт физики им. Б. И. Степанова
Национальной академии наук Беларуси,
тел.:+375-17-284-28-93;
e-mail:ivanovap@dragon.bas-net.by
Иванов Аркадий Петрович

Address for correspondence

220072, Republic of Belarus,
Minsk, Nezavisimosti ave., 68/2
Institute of physics named after B.I. Stepanov
of National academy of sciences of Belarus
tel.:+375-17-284-28-93;
e-mail: ivanovap@dragon.bas-net.by
Ivanov Arkady Petrovich