МЕТОД ИЗВЛЕЧЕНИЯ АЛГОРИТМОВ БЫСТРЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ УОЛША

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

А.А. Будько, А.С. Лобейко, Я.М. Самойлович

Будько А. А. – к.т.н.,доцент

Функции Уолша находят применение в различных областях обработки и передачи данных. Преобразование Уолша осуществляется с помощью быстрых алгоритмов, основанных на факторизации матриц Уолша в различных упорядочениях. Кроме того в теории и многих практических приложениях важно производить оценку спектра по Уолшу на скользящем интервале, т.е. осуществлять вычисление коэффициентов преобразования от последовательностей, составленных из N значений входного сигнала, получаемых после каждого нового значения входного сигнала.

В докладе рассматривается метод получения алгоритмов быстрого преобразования Уолша в системе упорядочения Уолша-Пэлли.

Рассмотрим вывод алгоритма быстрого преобразования Уолша для случая N = 3. Уравнение для преобразований в системе Уолша-Пэлли выглядит следующим образом:

$$\bar{Y}(u_n, \dots, u_2, u_1) = \sum_{v_n=0}^{1} (-1)^{u_1 v_n} \cdot \sum_{v_{n-1}=0}^{1} (-1)^{u_2 v_{n-1}} \times \dots \times \sum_{v_1=0}^{1} (-1)^{u_n v_1} \cdot \bar{y}(v_n, \dots, v_1)$$

Рассмотрим на примере одну такую перестановку и построим граф.

$$\bar{Y}(u_3, u_2, u_1) = \sum_{v_3=0}^{1} (-1)^{u_1 v_3} \cdot \sum_{v_2=0}^{1} (-1)^{u_2 v_2} \times \sum_{v_1=0}^{1} (-1)^{u_3 v_1} \cdot \bar{y}(v_3, v_2, v_1)$$

$$\bar{y}_1(v_2, v_1, u_1) = \sum_{v_3=0}^{1} (-1)^{u_1 v_3} \cdot \bar{y}(v_3, v_2, v_1)$$

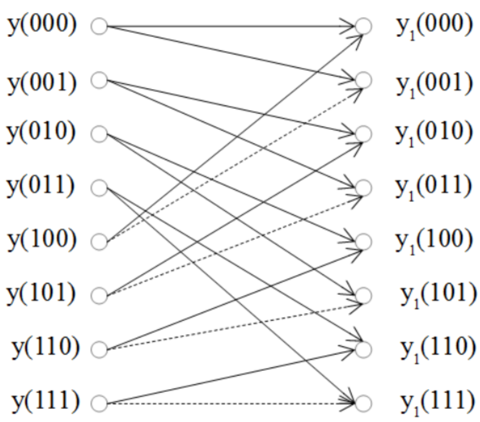

Рис. 1 – Граф первой итерации.

$$y_1(000) = (-1)^{0\cdot 0} y(000) + (-1)^{0\cdot 1} y(100)$$

$$y_1(001) = (-1)^{1\cdot 0} y(000) + (-1)^{1\cdot 1} y(100)$$

$$y_1(010) = (-1)^{0\cdot 0} y(001) + (-1)^{0\cdot 1} y(101)$$

$$y_1(011) = (-1)^{1\cdot 0} y(001) + (-1)^{1\cdot 1} y(101)$$

$$y_1(100) = (-1)^{0\cdot 0} y(010) + (-1)^{0\cdot 1} y(110)$$

$$y_1(101) = (-1)^{1\cdot 0} y(010) + (-1)^{1\cdot 1} y(110)$$

$$y_1(110) = (-1)^{0\cdot 0} y(011) + (-1)^{0\cdot 1} y(111)$$

$$y_1(111) = (-1)^{1\cdot 0} y(011) + (-1)^{1\cdot 1} y(111)$$

Аналогичные действия произведем для второй и третьей итерации соответствено:

$$\bar{y}_2(v_1,u_1,u_2) = \sum_{v_2=0}^{1}(-1)^{u_2v_2}\cdot\bar{y}_1(v_2,v_1,u_1);\ \bar{y}_3(u_1,u_2,u_3) = \sum_{v_1=0}^{1}(-1)^{u_3v_1}\cdot\bar{y}_2(v_1,u_1,u_2)$$

и построим окончательный граф для всех трёх итераций:

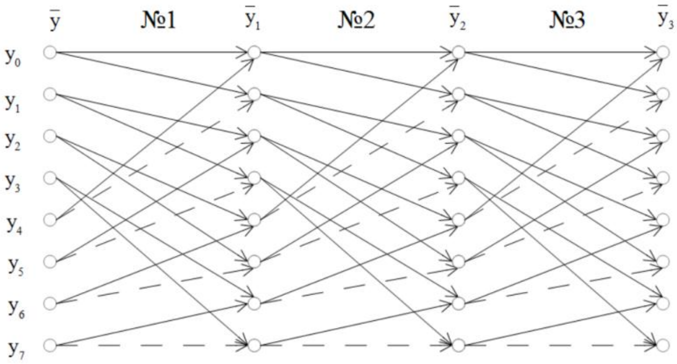

Рис. 1 – Граф первой, второй и третьей итерации.

В результате получили и доказали алгоритм Кроузера-Радера-Рошфора. Полученный граф имеет все одинаковые итерации, что дает определенное преимущество при вычислении мгновенного спектра по Уолшу.