

МОДЕЛЬ ОНТОЛОГИИ ПОНЯТИЙНЫХ КАТЕГОРИЙ ПЛАНИМЕТРИИ

Корчажкина О. М.

Институт кибернетики и образовательной информатики

Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Москва, Российская Федерация

E-mail: {olgakomax}@gmail.com

В статье обсуждается модель онтологии, содержащей основные понятия из раздела «Планиметрия» с точки зрения конструктивных функций предметной области «Геометрия». Приводится пример решения конкретной задачи на построение, представляющей понятие «геометрическое место точек», которое может быть включено в базу знаний соответствующей экспертной системы.

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что знания, представленные в школьном курсе геометрии, довольно легко поддаются формализации, проблема создания экспертных систем с последующим использованием средств ИКТ для решения творческих – неформализованных – геометрических задач на построение вызывает определённые трудности. Известно, что одним из необходимых компонентов процедуры разработки любой экспертной системы является этап концептуализации, на котором «проводится содержательный анализ проблемной области, выявляются используемые понятия и их взаимосвязи, определяются методы решения задач» [1, с. 37]. Поэтому онтология понятий из предметной области «Планиметрия», предоставляющая знаниевые инструменты для многочисленных построений, выдвижения гипотез и их верификации, может представлять определённый интерес для разработчиков интеллектуальных систем.

I. АРХИТЕКТУРА ОНТОЛОГИИ РАЗДЕЛА «ПЛАНИМЕТРИЯ»

Обобщённые понятия в курсе планиметрии подразделяются на несколько уровней. Прежде всего, это сущностные категории: абстрактные сущностные категории – теорема, аксиома, формула, вывод, правило, признак, доказательство и деятельностные (функциональные) сущностные категории – равенство, подобие, симметрия, параллельность, система координат, пересечение, область, предел, степень, геометрическое место и пр. На следующем уровне обобщения находятся фундаментальные геометрические объекты: базовые геометрические элементы – точка, прямая, кривая, плоскость и геометрические фигуры – треугольник, окружность, квадрат, трапеция и пр. Затем идёт уровень производных геометрических объектов: производные простые элементы – луч, отрезок, дуга; производные объекты, возникающие как соотношение базовых и простых элементов между собой – параллельные прямые, перпендикуляр, угол, биссектриса; производные объекты, возникающие как соотношение между

простыми элементами и фигурами, как правило, поддающиеся измерению – сторона, внутренний/внешний угол, основание, вершина, высота, медиана, радиус, диаметр, хорда, площадь круга/ромба, длина окружности, периметр, сектор, сегмент, средняя линия и пр.

Существует ещё три группы универсальных понятий: линейные и угловые единицы измерения – сантиметр, метр, градус, радиан, константы – число $\pi = 3,14159$, «золотое сечение» 1.618, константа окружности 6,28308 и конкретные правила (пропорции) и формулы – правило «золотого сечения», формулы для вычисления углов, площадей, длин отрезков, сторон, дуг, окружностей, соотношений между углами в треугольнике и пр. Можно считать, что универсальные понятия в планиметрии находятся над иерархией описанных выше категорий, поскольку они конкретизируют их, то есть «вдыхают жизнь» в неопределённые понятия.

В соответствии с приведённой классификацией можно составить простейшую онтологию понятийных категорий планиметрии с учётом функциональных возможностей конструктивной геометрии, то есть разветвлённую сеть концептов, находящихся во взаимодействии друг с другом на разных уровнях обобщения:

сущностные категории

- абстрактные
- деятельностные (функциональные)

фундаментальные геометрические объекты

- базовые геометрические элементы
- геометрические фигуры

производные геометрические объекты

- производные простые элементы
- производные объекты, возникающие как соотношение базовых и простых элементов между собой
- производные объекты, возникающие как соотношение между простыми элементами и фигурами

универсальные понятия

- линейные и угловые единицы измерения
- константы

- конкретные правила (пропорции) и формулы

II. «ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО ТОЧЕК» КАК СУЩНОСТНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНАЯ КАТЕГОРИЯ ПЛАНИМЕТРИИ

Особое место среди сущностно-деятельных категорий занимают обобщённые понятия, которые, с одной стороны, заключают в себе свойства целого класса однородных или сходных геометрических объектов, а с другой – сами могут являться реальными геометрическими объектами, образованными упорядоченной совокупностью определённых элементов как части объектов данного класса. К подобным категориям относится распространённое понятие геометрическое место точек (ГМТ). Характеризуя заданные свойства совокупности точек, принадлежащих некоей группе геометрических объектов, любое ГМТ – это геометрическая фигура, состоящая из всех точек, удовлетворяющих этому свойству. Если находится ещё какая-либо точка, обладающая этим свойством, то она определённо принадлежит указанному ГМТ. И наоборот: если точка принадлежит указанному ГМТ, то она определённо обладает свойством, которым обладают все остальные точки этого ГМТ.

III. ПРИМЕР КОМПОЗИЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГМТ

В качестве примера рассмотрим построение ГМТ – середин хорд, исходящих из общей точки окружности (рис. 1). Эта задача является промежуточным этапом одного из решений парадокса Бертрана [2, с. 36]. Искомым ГМТ является окружность, внутренняя по отношению к данной окружности, касающаяся её в точке исхода хорд и имеющая радиус, равный половине радиуса данной окружности. Алгоритм решения задачи состоит в следующем:

1. Строится окружность с центром в т.О.
2. На окружности выбирается произвольная точка А, из которой строится веер хорд: АВ₁, АВ₂, АВ₃, АВ₄, ... АВ_n.
3. Находится середина каждой хорды (точки С₁, С₂, С₃, С₄, ... С_n), которые соединяются замкнутой кривой.
4. Доказывается, что полученное ГМТ является окружностью, проходящей через точки А и О и имеющей радиус вдвое меньший, чем исходная окружность [3].

Композиция элементарных преобразований для нахождения середин отрезков, которые в данной задаче являются хордами исходной окружности, описана в [4, с. 133]. Для построения композиции преобразований всей задачи требуется осуществить поворот хорды в пределах развёрнутого угла k с вершиной в точке А, причём длины хорд будут ограничиваться исходной окружностью, изменяясь от нуля до её диаметра АВ₃ при 90 градусам к сторонам развёрнутого угла и да-

лее снова до нуля. То есть второй конец каждой хорды будет являться точкой пересечения исходной окружности и луча, исходящего из точки А. Следовательно, композиция преобразований, изображённая на рис. 4 в [4, с. 133], может быть дополнена решением, выполненным на формальном языке для одной из хорд АВ_n и представленным на рис. 2.

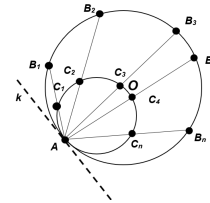


Рис. 1 – Задача на поиск ГМТ середин хорд, исходящих из точки окружности

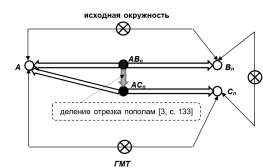


Рис. 2 – Упрощённая композиция преобразований на поиск ГМТ середин хорд, исходящих из точки окружности

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель онтологии понятийных категорий планиметрии позволяет совместить знаниевые и прагматические компоненты предметной области «Геометрия» с целью поиска новых способов решения задач на построение. На примере понятия «геометрическое место точек» было продемонстрировано решение нестандартной задачи из области конструктивной геометрии, требующей многочисленных построений при решении традиционными способами. Использование формализованного языка и функциональных возможностей обобщённых понятий делают возможным создание экспертных систем, с помощью которых упрощается решение творческих задач на построение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ясницкий, Л. Н. Интеллектуальные системы : учебник / Л. Н. Ясницкий. – М.: Лаборатория знаний, 2016. – 221 с.
2. Корчажкина, О. М. Метод виртуального статистического эксперимента при решении вероятностных задач // Информатика и образование. – 2018. – № 6. – С. 36–41.
3. Корчажкина, О. М. Решение геометрических задач с применением методики Поля и привлечением ИКТ // Электронное приложение к журналу «Математика в школе». – 2018. – № 1.
4. Межень, А. Л., Пашкевич, Е. С. Сафоненко, К. А. Онтология предметной области геометрических преобразований // Информационные технологии и системы 2017 (ИТС 2017): материалы международной научной конференции, БГУИР, – Минск, Беларусь, 25 октября 2017 г. / редкол. Л.Ю. Шилин [и др.]. – Минск: БГУИР, . –2017. –305. с. . – С. 132-133.