УСТРАНЕНИЕ КОНФЛИКТОВ МАРШРУТОВ ПРИ ОБЛЕТЕ ЦЕЛЕЙ ГРУППОЙ БПЛА

Симаньков В. И.
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: demeka-v@mail.ru

При построении маршрутов для облета целей группой БПЛА иногда возникют пересечения, что может привести к столкновениям. Получить такое решение, при котором сумма длин маршрутов близка к минимально возможной и при этом без пересечений это сложная математическая задача. Для ее упрощения предлагается решить задачу без ограничений, а затем разнести пересекающиеся маршруты на разные высоты, число которых должно быть минимальным.

Введение

Обобщением задачи построения маршрутов облета целей для группы БПЛА является задача нескольких коммивояжеров с ограничением на пересечения маршрутов. Решения задачи нескольких коммивояжеров без ограничений представлены в [1-3]. Предлагается использовать существующие решения для построения маршрутов, а для устранения их пересечений использовать следующий алгоритм.

I. Описание алгоритма

Рассмотрим алгоритм пошагово на примере. Пусть на плоскости произвольно заданы начальные координаты m БПЛА с назначенными маршрутами, состоящими из K целей каждый. Исходные условия изображены на рис.1.

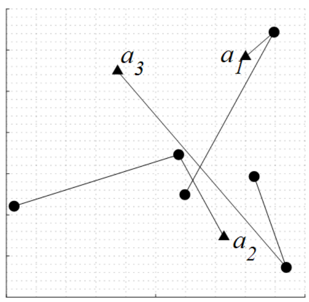

Рис. 1 – Исходные маршруты для m = 3, K = 2

Данные о пересечении маршрутов могут быть представлены в виде графа пересечений $E[m][m] \in [0,1]$, то есть, если элемент $E_{ij} = 1$, значит маршруты i-го и j-го БПЛА пересекаются. Здесь вершинами графа являются БПЛА, а ребра графа – соединяют БПЛА, маршруты которых пересекаются. Для разнесения пересекающихся маршрутов на разные высоты можно применить алгоритм расцветки вершин графов минимальным количеством цветов. Решением этого алгоритма является назначение каждой вершине цветов таким образом, что любые две смежные вершины имеют разный цвет. В случае с маршрутами БПЛА цвета означают уровни высот. На рис. 2 изображен граф пересечений, соответствующий исходным условиям на рис. 1.

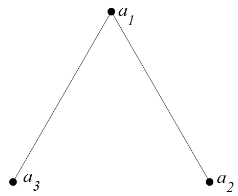

Рис. 2 – Соответствующий примеру m = 3, K = 2 граф пересечений

Задача минимальной расцветки графа сводится к целочисленному линейному программированию (ЦЛП) [4]. Номер цвета представлен целочисленными переменными v_i, ассоциированными с вершинами (БПЛА).

$$\begin{cases} v_i \in [1,m] \\ i \in [1,m] \end{cases}, v_i \in \mathrm{Z},$$
$$z = \max v_i \to \min$$

где m – количество БПЛА

z – целевая функция.

Для удобства введена еще одна целочисленная переменная v_0, которая связана с остальными системой неравенств

$$\begin{cases} v_i \le v_0 \\ i \in [1,m] \end{cases}, v_0 \in \mathrm{Z}, \quad (1)$$
$$z = v_0 \to \min$$

В задаче о правильной раскраске есть ограничение: соседние вершины должны иметь разные цвета. Это значит: для каждого ребра $e_{ik} \in E$переменные v_i, v_k должны отличаться хотя бы на единицу и не более чем на $m-1$: Чтобы записать это ограничение как систему линейных неравенств, автор [4] предлагает следующую систему неравенств

$$\begin{cases} v_i - v_k - ne_{ik} \le -1 \\ v_k - v_i + ne_{ik} \le m-1 \end{cases}, \begin{cases} e_{ik} \in 0 \cup 1 \\ \forall e_{ik} \in E \end{cases} \quad (2)$$

где n – количество ребер.

Сформируем задачу ЦЛП. Необходимо минимизировать функцию z (1), которая зависит от $n+m+1$ переменных $v_0, v_1 ... v_m, \forall e_{ik}$. На каждую v_i наложено ограничение z (1) всего m ограничений. Для каждой переменной e_{ik} и соответствующих ей v_i, v_k должны выполняться по 2 ограничения (1) – всего $2n$ ограничений. В общем виде данная задача записывается как

$$\min_x z = cx \begin{cases} x \in [1, m], x \in \mathrm{Z} \\ A \cdot x \leq b \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

Для примера, изображенного на рис. 1, матрицы имеют вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$lb = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, ub = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, m = 3, n = 2$$

Эта задача ЦЛП решается одним из методов либо использовать существующий решатель. Например, *intlinprog* из САПР MATLAB. Решение следующее

$$x_{min} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_0 = 2, v_1 = 1, v_2 = 2, v_3 = 2.$$

Это значит, что общее число слоев два, маршрут БПЛА a_1 распределен на первый слой, a_2,a_3 – на второй. Решение также представлено на рис. 2.

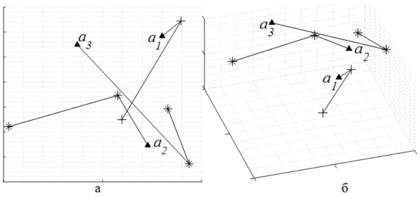

Рис. 3 – Разрешение конфликтов маршрутов разнесением по высотам с помощью алгоритма расцветки графов а – двумерная проекция, б – трехмерная проекция

Алгоритм подходит и для более размерных задач, например $m = 30$, $K = 2$. Исходные условия

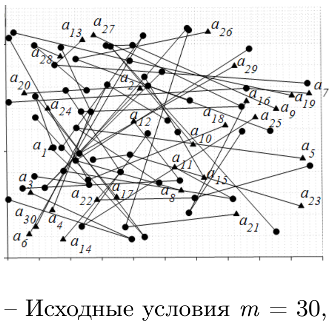

Рис. 4 – Исходные условия $m = 30$, $K = 2$

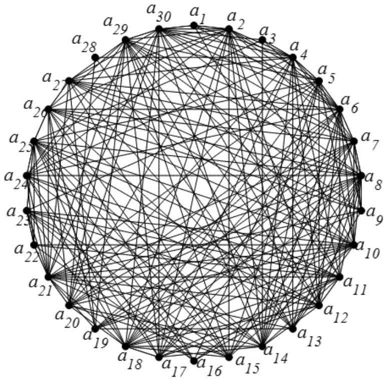

Рис. 5 – Граф $m = 30$, $K = 2$

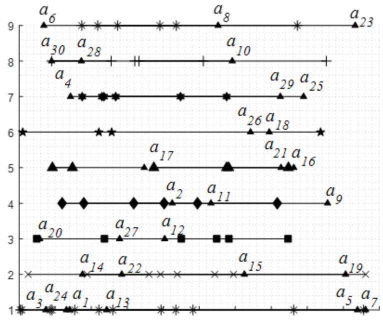

Рис. 6 – Решение $m = 30$, $K = 2$

II. Заключение

Предложенный алгоритм полезен тем, что нет ограничения на пересечения маршрутов. Поэтому можно их строить по критерию минимальной длины или минимального времени облета. Например, решить задачу нескольких путешествующих продавцов, решение которой обеспечивает кратчайший путь, но в общем случае содержит взаимопересечения маршрутов. А затем с помощью метода расцветки графов разнести пересекающиеся маршруты на минимальное количество слоев и тем самым получить бесконфликтное решение.

III. Список литературы

1. Yousefikhoshbakht, Majid Didehvar, Farzad Rahmati, Farhad. Modification of the Ant Colony Optimization for Solving the Multiple Traveling Salesman Problem. Romanian Journal of Information Science and Technology. №16 (2013). p 65-80.
2. Rainer Burkard Assignment Problems Mauro Dell'Amico Silvano Martello Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA ©2009.
3. A New Algorithm for Solving Linear Bottleneck Assignment Problem Pramendra Singh Pundir1, Sandeep Kumar Porwal2 and Brijesh P. Singh3 Journal of Institute of Science and Technology, 2015, 20(2): 101-102,
4. Иглин, С. П. Математические расчеты на базе MATLAB // СПб.: БХВ-Петербург, 2005 – 640 с.