

УДК 683.519

## ОПТИМИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ В СЕТЯХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ КАК ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Н.И. ЛИСТОПАД, А.В. ТРУХАН

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 17 апреля 2008*

Предлагается решение задач линейного программирования для оптимальной маршрутизации информационных потоков в сетях телекоммуникаций. Рассмотрены вопросы обеспечения живучести компьютерных сетей при заданном уровне качества обслуживания.

*Ключевые слова:* качество обслуживания, живучесть компьютерной сети, оптимальная маршрутизация, телекоммуникационные сети.

### Введение

Постоянно возрастающий спрос на использование мультимедийных приложений в сетях телекоммуникаций привел к усилению требований по обеспечению качества обслуживания (QoS) этих приложений. Среди таких требований можно выделить следующие: большая ширина полосы пропускания каналов связи, минимальное время ответа конечных узлов, минимальное значение вариации времени ответа конечных узлов сети, минимальное количество потерянных пакетов, а также повышенный уровень надежности. В результате исследований появились архитектуры, основанные на QoS, такие как архитектура интегрированных услуг, архитектура дифференцированных услуг, а также многопротокольная коммутация меток.

При достижении заданного уровня отказоустойчивости функционирования элементов сети телекоммуникаций одной из главных проблем обеспечения гарантированного качества предоставляемых услуг является определение маршрутов, которые удовлетворяли бы QoS-требованиям [1–6]. Однако выбранный критерий оптимальности в виде нахождения самого короткого пути не всегда является оптимальным. На практике гораздо важнее не столько длина телекоммуникационного пути, сколько выбор такого пути, при котором обеспечивались бы заданные пропускные способности каналов при минимальной стоимости передачи единицы потока информации. Одновременно к требованиям обеспечения заданных пропускных способностей и минимальной стоимости передачи информации добавляются требования высокой живучести функционирования сетей телекоммуникаций. В такой постановке проблема нахождения оптимального пути между источником и конечным узлом, при котором бы обеспечивалось заданное качество обслуживания, и при этом стоимость передачи единицы потока была минимальной для различных стратегий обеспечения живучести, специалистами изучена недостаточно полно.

**Постановка задачи обеспечения живучести компьютерных сетей  
при заданном уровне качества обслуживания**

Вводится граф требований  $H=(V,D)$ , содержащий ребро всякий раз, когда имеется требование для передачи данных между его двумя узлами. Для каждого требования  $(s,t) \in D$  графа  $H$  задается положительное число  $d(s,t) \in Z_+$ , которое рассматривается как требуемая суммарная пропускная способность линий связи между  $s$  и  $t$ , т.е. объем информации (трафик) между узлами  $s$  (источник информации) и  $t$  (сток- приемник информации). Величины  $d(s,t)$  есть средний суммарный объем информации между узлами  $s$  и  $t$ , определенной статистически на основе прогноза роста информационных потоков [7].

Рассмотрим сеть в виде графа топологий  $G=(V,E)$ . Вершинам графа  $G$  соответствуют узлы сети телекоммуникаций, а ребрам — возможные телекоммуникационные услуги. Другими словами, ребра представляют собой множество каналов связи. Каждый канал  $(s,t) \in E$  определяется посредством соответствующего весового вектора  $\vec{w} \in \mathbb{R}^m$  с компонентами  $m$  аддитивных QoS-канальных весов  $w_i(s,t) \geq 0$  для всех  $1 \leq i \leq m$  [8,9].

$$\vec{w} \in P = \sum_{j=1}^h \vec{w}(n_j, n_{j+1}). \quad (1)$$

**Модель обеспечения живучести компьютерных сетей  
при оптимальной маршрутизации информационных потоков**

Введем понятие стоимости передачи единицы потока по пути  $P \in P(0; s, t)$  для требования  $(s,t)$  как  $K(s,t;P) = \sum_{e \in P} K(s,t;e)$  [7], где  $K(s,t;e)$  – стоимость передачи по дуге  $e$  единицы информации по требованию  $(s,t)$ .

Задача выбора оптимального пути для дискретных пропускных способностей  $y(e)$  может быть представлена в виде следующей модели [7, 10]:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0,s,t): e \in P} K(s,t;e) f(0; s,t; P) \rightarrow \min; \quad (2)$$

$$y(e) = \sum_{t=0}^{t(e)} c_t(e) x_t(e), \quad \forall e \in E; \quad (3)$$

$$1 = x_0(e) \geq x_1(e) \geq \dots \geq x_{t(e)}(e) \geq 0, \quad x_t(e) \in [0, 1], \quad t = \overline{1, t(e)}, \quad \forall e \in E.$$

Имеются также  $m$  ограничений  $L_i$ , где  $1 \leq i \leq m$ , и задача состоит в том, чтобы найти путь  $P$  от некоторого источника до конечного узла так, чтобы для весового вектора  $w_i(s,t)$ , соответствующего каналу сети телекоммуникаций, выполнялось следующее неравенство [8]:

$$w_i(P) \stackrel{def}{=} \sum_{(s,t) \in P} w_i(s,t) \leq L_i \quad \text{для всех } 1 \leq i \leq m. \quad (4)$$

$L_i$  представляет собой ограничения, обеспечивающие заданное качество обслуживания: полоса пропускания, время ответа конечных узлов, вариация времени ответа, количество потерянных пакетов. Необходимо отметить, что перечень ограничений, обеспечивающих заданный уровень качества обслуживания, может быть расширен.

Для синхронных линий передачи информации вводятся следующие ограничения [7]:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \quad \forall e \in E,$$

где  $f(0; s, t; P)$  — величина потока от  $s$  к  $t$  вдоль пути  $P$ .

Для асинхронных каналов ограничения будут иметь следующий вид:

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \quad \forall e \in E^+ \text{ — для прямых дуг;}$$

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(0;s,t): e \in P} f(0; s, t; P) \leq y(e), \quad \forall e \in E^- \text{ — для обратных дуг;}$$

$$\sum_{P \in P(0;s,t)} f(0; s, t; P) = d(s, t) \text{ для всех } (s, t) \in D;$$

$$f(0; s, t; P) \geq 0 \text{ для всех } (s, t) \in D \text{ и } P \in P(0; s, t).$$

Модель проектирования сетей для дискретных пропускных способностей при использовании основных стратегий обеспечения живучести будет иметь следующий вид:

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{t=1}^{t(e)} k_t(e) x_t(e), \quad (5)$$

$$y(e) = \sum_{t=0}^{t(e)} c_t(e) x_t(e), \quad \forall e \in E. \quad (6)$$

При ограничениях:

– на выбор технологий для линий связи:

$$1 = x_0(e) \geq x_1(e) \geq \dots \geq x_{t(e)}(e) \geq 0 \text{ для всех } e \in E;$$

$$x_t(e) \in \{0, 1\}, \text{ для всех } e \in E, \quad t = \overline{1, t(e)};$$

$$w_i(P) \stackrel{def}{=} \sum_{(s,t) \in P} w_i(s, t) \leq L_i \text{ для всех } 1 \leq i \leq m.$$

– на пропускные способности линий:

$$f(u; s, t; P) > 0 \text{ для всех } (s, t) \in D \text{ и } P \in P(U; s, t);$$

$$\sum_{(s,t) \in D} \sum_{P \in P(u;s,t): e \in E(P)} f(u; s, t; P) \leq y(e) \text{ для всех } e \in E;$$

$$w_i(P) \stackrel{def}{=} \sum_{(s,t) \in P} w_i(s, t) \leq L_i \text{ для всех } 1 \leq i \leq m.$$

При обеспечении заданного уровня живучести стратегией разнообразия в представленную модель необходимо добавить ограничения

$$\sum_{P \in P(0;s,t): u \in V(P)} f(0; s, t; P) \leq \delta(s, t) d(s, t) \quad (7)$$

для всех  $(s, t) \in D$  и  $u \in V \setminus \{s, t\}$ , где  $\delta(s, t)$  — параметр разнообразия.

При использовании стратегии резервирования ограничения будут иметь следующий вид:

$$\sum_{P \in P(u; s, t): e \in P} f(u; s, t; P) = \begin{cases} d(s, t) & \text{для } u = 0; \\ \rho(s, t)d(s, t) & \text{для всех } u \neq 0, (s, t) \in D, \end{cases} \quad (8)$$

где  $p(s, t)$  — параметр резервирования.

При обеспечении живучести компьютерных сетей перемаршрутизацией:

$$\sum_{P \in P_u(0; s, t)} f(0; s, t; P) + \sum_{P \in P(u; s, t)} f(u; s, t; P) \geq \sigma(s, t)d(s, t), \quad u \neq 0, (s, t) \in D_u; \quad (9)$$

$$\sum_{P \in P(u; s, t)} f(u; s, t; P) \geq \sigma(s, t)d(s, t), \quad u \neq 0, (s, t) \in D_u, \quad (10)$$

где  $\sigma(s, t)$  показывает, какая часть информационного потока будет перенаправлена по другим каналам.

Аналогичным образом решается задача и для кратных пропускных способностей каналов связи. В этом случае задача поиска оптимального пути  $y(e)$  может быть представлена в виде следующей модели:

$$\sum_{(s, t) \in D} \sum_{P \in P(0; s, t): e \in P} K(s, t; e)f(0; s, t, P) \rightarrow \min; \quad (11)$$

$$y(e) = C_0(e) + \sum_{\tau \in T(e)} C_\tau(e)x_\tau(e), \quad (12)$$

где  $0 \leq x_\tau(e) \leq u_\tau(e)$ ,  $x_\tau(e)$  — целые для всех  $e \in E$  и всех  $\tau \in T(e)$ ,  $T(e)$  — множество технологий, обеспечивающих передачу необходимого трафика.

Целевая функция для кратных пропускных способностей при использовании основных стратегий живучести может быть представлена в виде

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{\tau \in T(e)} K_\tau(e)x_\tau(e); \quad (13)$$

$$y(e) = C_0(e) + \sum_{\tau \in T(e)} C_\tau(e)x_\tau(e). \quad (14)$$

Ограничения выражений (11)–(14) такие же, как для дискретных пропускных способностей каналов связи (4)–(10).

### Заключение

Представлено решение задачи линейного программирования для оптимальной маршрутизации информационных потоков в сетях телекоммуникаций для различных стратегий обеспечения живучести. Разработанные модели отличаются от известных (например, представленных в [11]) тем, что при выборе оптимального пути, с точки зрения минимальной стоимости единицы передаваемой информации и обеспечения живучести, учитывается также требование заданного качества обслуживания (ограничение 4).

# OPTIMIZATION OF DATAFLOWS IN TELECOMMUNICATIONS NETWORKS AS THE PROBLEM OF LINEAR PROGRAMMING

N.I. LISTOPAD, A.V. TRUKHAN

## Abstract

The solution of linear programming problems for optimal routing of dataflows in telecommunications networks is offered. The questions of securing the computer networks survivability at the set level of quality of service are considered.

## Литература

1. *Копачев А.Г.* // Информатизация образования. 2004. № 4. С. 59–70.
2. *Матрук А.А.* // Информатизация образования. 2005. № 3. С. 81–83.
3. *Stoica H., Zhang* // Proc. of NOSSDAV'98. London. UK, 1998. P. 167–203.
4. *Floyd S., Jacobson V.* // IEEE /ACM transactions on networking. Vol. 3, № 4. 1995. P. 365–386.
5. *Floyd S., Jacobson V.* // IEEE/ACM transaction on networking. Vol. 1, № 4. 1993. P. 397–413.
6. *Mieghem P. Van De Neve H., Kuipers F.A.* // Computer Networks. Vol. 37, No. 3–4. October 2001. P. 407–423.
7. *Листопад Н.И.* Моделирование и оптимизация глобальных сетей. Минск, 2000.
8. Quality of Service Routing / P. Van (Ed.). Mieghem [and other] . [Electronic resource]. — Mode of access: [www.nas.its.tudelft.nl/people/Piet/papers/chap2qosroutingfinal.pdf](http://www.nas.its.tudelft.nl/people/Piet/papers/chap2qosroutingfinal.pdf). 39 p.
9. *Листопад Н.И., Матрук А.А.* // Труды БГТУ. Сер. VI. Физ.-мат. Науки и информ. 2006. Вып. XVI. С. 130–132.
10. *Листопад Н.И.* // Докл. НАН Беларуси. Том 44, № 2. 2000. С. 37–40.
11. *Листопад Н.И.* // Электромагнитные волны и электронные системы. 2000. № 6. С. 48–56.