

# АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ В ОБЗОРНЫХ РЛС С МНОГОКАНАЛЬНЫМИ ПРИЕМНЫМИ СИСТЕМАМИ

Ву Тхань Ха, С. В. Козлов

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

**Аннотация.** Для различных видов отраженных сигналов обоснованы алгоритмы оценивания пеленга цели в обзорной двухкоординатной радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех (ПКП). Алгоритмы основаны на операциях внутрипериодной компенсации помех с "обелением" их результатов во временной области путем деления на оценку среднеквадратического значения напряжения суммы взвешенных внутренних шумов и некомпенсированных остатков внешних помех, вычисления ожидаемого сигнала для всех возможных положений цели в пределах области неопределенности, построение и максимизацию функции правдоподобия, вид которой определяется видом принимаемого сигнала. Выполнен анализ особенностей функции правдоподобия для различных видов отраженных сигналов.

**Ключевые слова:** пространственная компенсация помех, обзорная радиолокационная станция, измерение угловых координат, статистические характеристики, функция правдоподобия.

## ALGORITHMS FOR ESTIMATING ANGULAR COORDINATES IN REVIEW RADARS WITH MULTICHANNEL RECEPTION SYSTEMS

Vu Thanh Ha, S. V. Kozlov

Belarusian state university of informatics and radioelectronics, Minsk, Belarus

**Abstract.** For different types of reflected signals the algorithms of target bearing estimation in a survey two-coordinate radar station with a subsystem of spatial noise compensation are substantiated. The algorithms are based on the operations of intra-period noise compensation with "whitewashing" of their results in the time domain by dividing the sum of weighted internal noise and uncompensated external noise by the mean-square voltage value by the estimation of the expected signal for all possible target positions within the uncertainty range, construction and maximization of the likelihood function, the type of which is determined by the type of the received signal. The analysis of the features of the likelihood function for different types of reflected signals is performed.

**Keywords:** Spatial noise compensation, surveillance radar, measurement of angular coordinates, statistical characteristics, likelihood function.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время актуальными остаются вопросы обеспечения требуемой помехоустойчивости обзорных РЛС обнаружения воздушных целей в условиях мощных активных помех, воздействующих с направлений главного и боковых лепестков диаграмм направленности (ДН) антенны РЛС. В качестве основного средства повышения помехоустойчивости в указанных условиях выступает использование подсистем адаптивной ПКП на базе многоканальных приемных систем [1, 2]. Основное

внимание исследователей было сосредоточено на обосновании практически реализуемых алгоритмов адаптации, обеспечивающих заданное качество подавления внешних помех [1-3].

Как отмечено рядом авторов [1, 2, 4-6 и др.], использование пространственной компенсации помех сопровождается эффектом изменения («искажения») ДН адаптированного канала в сравнении с ДН основной приемной антенны. Оценивание угловых координат полезного сигнала в этих условиях возможно с использованием двух подходов:

при построении алгоритма обработки, обеспечивающего фиксацию адаптированной ДН в заданной пространственной области [7], что позволяет непосредственно использовать классические алгоритмы оценивания угловых координат, например, с использованием суммарно-разностной обработки;

при учете в алгоритме оценивания угловых координат всех составляющих функции правдоподобия [8], что сводится, фактически, к проверке множества гипотез о наличии одиночной цели или заданного числа целей в конкретных угловых направлениях (по заданной сетке) в пределах области неопределенности (главного лепестка ДН основной антенны).

Несомненным достоинством второго подхода является несмещенность оценок угловых координат полезного сигнала, по крайней мере, для классифицированной выборки, а определенным недостатком – большие вычислительные затраты на реализацию алгоритма оценивания пеленга, что существенно снижает возможность практической реализации предложенного в [8] алгоритма. Поэтому для обзорных РЛС необходима разработка варианта реализации алгоритма [8] с учетом механического вращения антенной системы и снижение вычислительных затрат на реализацию. Одним из возможных путей является отказ от оптимальной пространственной фильтрации для каждого из возможных значений пеленга цели с переходом к квазиоптимальным алгоритмам обработки.

Таким образом, целью настоящей статьи является обоснование оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов оценивания угловых координат в обзорной РЛС с ПКП для типовых видов отраженных сигналов.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ

Будем рассматривать обзорную двухкоординатную РЛС при отсутствии и наличии перестройки несущей частоты и механическим вращением антенны. Антенная система РЛС состоит из основной приемопередающей антенны с коэффициентом усиления  $G_0$  и  $\ell = \overline{1, L}$  дополнительных (компенсационных) антенн с коэффициентами  $G_\ell \ll G_0$ . Координаты компенсационных антенн в местной, связанной с осями симметрии основной антенны, системе координат определяются радиус-векторами  $(x_{a\ell}, y_{a\ell}, z_{a\ell})^T$ . С учетом механического вращения антенны и связанным с этим изменением разности фаз полезного сигнала и помех между основной и компенсационными антеннами полагаем, что ПКП реализуется в пределах каждого периода зондирующего сигнала. Пусть цель,

находящаяся на азимуте  $\alpha_{\text{ц}}$  и дальности  $r_{\text{ц}}$ , предварительно обнаружена и выполнена оценка время задержки  $\tau_z$  и доплеровского сдвига частоты  $f_d$  отраженного от нее сигнала. Азимутальное положение антенны РЛС в начальный момент времени  $t = 0$  равно  $\alpha_a^0$ , угловая скорость вращения антенны  $\Omega_a$ , при этом  $\alpha_a^0 \leq \alpha_{\text{ц}} - \Delta\alpha_{0,5}$ , где  $\Delta\alpha_{0,5}$  - ширина главного лепестка (ГЛ) диаграммы направленности (ДН) антенны РЛС в азимутальной плоскости по уровню 0,5 от максимальной мощности.

Будем рассматривать следующие типовые [1] модели отраженного сигнала (ОС) в виде:

- когерентной пачки нефлуктуирующих (М1.1) и дружно флуктуирующих сигналов (М1.2);

- некогерентной пачки нефлуктуирующих (М2.1), дружно (М2.2) и быстро (М2.3) флуктуирующих сигналов.

Модель М1.2 наиболее характерна для когерентной РЛС при наблюдении типовых аэродинамических целей при длительности пачки  $\tau_{\text{п}} = \alpha_a^0 / \Omega_a < \tau_c$ , где  $\tau_c$  - интервал корреляции флуктуаций отраженного сигнала. Модели ОС М2.2 и М2.3 характерны в некогерентной РЛС при отсутствии и наличии перестройки частоты [1]. Модели М1.1 и М2.1 – предельный случай моделей М1.2 и М2.2 при  $\tau_c \rightarrow \infty$ . Аналогично модель М2.3 – предельный случай М2.2 при  $\tau_c = 0$ . Флуктуации амплитуды ОС принимаем релеевским.

Наблюдению при цифровой обработке для моментов времени  $t_i = \tau_z + iT_r$ , где  $i = \overline{0, I}$ ,  $I = \lceil 2\Delta\alpha_{0,5} / (\Omega_a T_r) \rceil$  - число отсчетов на интервале наблюдения;  $T_r$  - период повторения импульсов РЛС, доступны векторы  $\mathbf{y}_i = (\dot{Y}_0(t_i), \dot{Y}_1(t_i), \dots, \dot{Y}_L(t_i))^T$  отсчетов результатов внутрипериодной обработки выходных сигналов основного (0) и  $\ell = \overline{1, L}$  дополнительных (компенсационных) приемных каналов. Для моделей сигнала М1 будем также полагать, что при внутрипериодной обработке происходит устранение междупериодных фазовых набегов  $\varphi_i = 2\pi(f_0 + F_d)t_i$ , где  $f_0$  - несущая частота РЛС. Диаграммы направленности антенны основного канала на прием и передачу считаем идентичными.

Для вектор-столбцов отсчетов сигналов на выходах основной и компенсационных антенн запишем

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_{\text{сш}_i} + \mathbf{y}_{\text{п}_i} + \mathbf{y}_{\text{с}_i}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{y}_{\text{сш}_i}$ ,  $\mathbf{y}_{\text{с}_i}$ ,  $\mathbf{y}_{\text{п}_i}$  - вектор-столбцы отсчетов собственных шумов, отраженного сигнала и внешних помех.

Векторы весовых коэффициентов (ВВК)  $\boldsymbol{\omega}_i$  для ПКП могут формироваться исходя из различных критериев оптимальности (минимума выходной мощности, максимума отношения сигнал/помеха+шум и т.д.). Технически ВВК могут быть вычислены путем непосредственного обращения оценки корреляционной матрицы процессов на выходах

приемных каналов, использования LMS и RLS-алгоритмов адаптивной фильтрации и т.д. [1-3].

#### **а. Оптимальный алгоритм обработки когерентной пачки нефлуктуирующих сигналов**

Оптимальный алгоритм для модели сигнала М1.1 может быть получен путем модификации алгоритма, предложенного А.А. Чижовым [8]. Следуя методике [8] для функции правдоподобия принимаемой реализации при наличии на интервале наблюдения единственной цели запишем

$$\begin{aligned} \omega(\mathbf{y} / \alpha, \dot{A}) = \\ = C \exp \left( - \sum_{i=1}^I (\mathbf{y}_i - \dot{A} \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha))^+ \Phi_i^{-1} (\mathbf{y}_i - \dot{A} \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)) \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\dot{A}$  - комплексная амплитуда отраженного от цели сигнала для изотропной передающей антенны РЛС;  $\dot{F}_0(\alpha)$  - диаграмма направленности основной антенны РЛС по напряжению;  $\alpha_{ai} = \alpha_a^0 + \Omega_a t_i$  - угловое положение антенны РЛС в  $i$ -й момент времени;  $\mathbf{s}(\alpha) = (\dot{F}_0(\alpha), \dot{F}_1(\alpha), \dots, \dot{F}_L(\alpha))^T$  - вектор-столбец, составленный из диаграмм направленности основной и компенсационных антенн РЛС;  $\Phi_i$  - корреляционная матрица (КМ) процессов на выходе приемных каналов для  $i$ -го положения антенны РЛС;  $+$  - знак комплексного сопряжения и транспонирования;  $C$  - нормирующий множитель. В (2) явным образом учтен факт вращения антенной системы РЛС и связанное с этим междупериодное изменение комплексных амплитуд полезного сигнала и структур корреляционных матриц  $\Phi_i$ .

Истинная КМ процессов на выходе приемных каналов в  $i$ -й момент времени

$$\begin{aligned} \Phi_i = \sigma_{\text{сш}}^2 \mathbf{I} + \sum_{k=1}^K P_k \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha_k) \mathbf{s}^+(\alpha_{ai} - \alpha_k) + \\ + V_\Phi K_\Phi P_0 |\dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha_0)|^2 \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha_0) \mathbf{s}^+(\alpha_{ai} - \alpha_0) = \sigma_{\text{сш}}^2 \mathbf{I} + \sum_{k=1}^K \Phi_{\Pi_{i,k}} + \Phi_{\text{ci}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma_{\text{сш}}^2$  - мощность собственных шумов приемных каналов РЛС;  $P_k$  - мощность  $k = \overline{1, K}$  источников внешних помех на выходе изотропной приемной антенны в полосе пропускания приемных каналов;  $\alpha_k$  - угловое положение  $k$ -го источника помех;  $\alpha_0$  - угловое положение цели;  $V_\Phi$  - признак вида (классифицированная или неклассифицированная) выборки; при  $V_\Phi = 1$  аналогично [8] имеем вариант обработки, когда полезный сигнал не участвует в формировании КМ, при  $V_\Phi = 0$  имеем неклассифицированную выборку, когда полезный сигнал оказывает влияние на структуру КМ;  $K_\Phi$  - относительная доля мощности полезного сигнала, участвующего в формировании КМ;  $\Phi_{\Pi_{i,k}} = P_k \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha_k) \mathbf{s}^+(\alpha_{ai} - \alpha_k)$  - КМ  $k$ -го источника помех для  $i$ -го положения антенны;  $\Phi_{\text{ci}} = V_\Phi K_\Phi P_0 |\dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha_0)|^2 \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha_0) \mathbf{s}^+(\alpha_{ai} - \alpha_0)$  - КМ полезного сигнала для  $i$ -го положения антенны.

В соответствии с адаптивным байесовым подходом [9] истинные КМ процессов на выходе приемных каналов заменяются их максимально-правдоподобными оценками  $\hat{\Phi}_i$ . Для обзорной РЛС оценки  $\hat{\Phi}_i$  могут быть получены из отсчетов входных сигналов усреднением по времени. Пусть в каждом периоде повторения формирование оценки  $\hat{\Phi}_i$  КМ проводится по  $Q$  отсчетам входных сигналов по дальности (времени задержки) в соответствии с выражением

$$\hat{\Phi}_i = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \mathbf{y} \left( t_{\Phi} - \left( q + \frac{Q}{2} \right) \Delta t \right) \mathbf{y}^+ \left( t_{\Phi} - \left( q + \frac{Q}{2} \right) \Delta t \right), \quad (4)$$

где  $t_{\Phi}$  - момент времени, соответствующий середине интервала усреднения КМ, находящийся в пределах  $i$ -го периода повторения,  $iT_r < t_{\Phi} < (i+1)T_r$ ;  $\Delta t$  - период дискретизации. Для исключения влияния полезного сигнала на оценки КМ значение  $t_{\Phi}$  выбирается в пределах значений времени задержки, когда полезный сигнал (сигналы) гарантированно отсутствуют. В общем случае при наличии нестационарных помех  $t_{\Phi} = t_i$ , что соответствует неклассифицированной выборке.

С учетом (4) при длительности полезного сигнала на выходе фильтра сжатия  $\tau_c^{\text{сж}}$  для величины  $K_{\Phi}$  в (3) имеем

$$K_{\Phi} = \frac{\tau_c^{\text{сж}}}{Q\Delta t}. \quad (5)$$

Используя методику [8] для логарифма функции правдоподобия  $\Psi_0(\alpha)$  оптимального алгоритма с учетом (2) и замены истинных КМ их оценками с точностью до несущественных при оценивании пеленга параметров получим

$$\Psi_0(\alpha) = \frac{\left| \sum_i \omega_i^+(\alpha) \mathbf{y}_i \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \right|^2}{\sum_i \hat{P}_{\text{ш+п}_i}(\alpha) \left| \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \right|^2}; \quad (6)$$

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \Psi_0(\alpha), \quad (7)$$

где  $\omega_i(\alpha) = \Phi_i^{-1} \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)$  - ВВК, обеспечивающий максимум отношения сигнал/помеха+шум при приеме с направления  $\alpha$  для  $i$ -го положения антенны РЛС;

$$\hat{P}_{\text{ш+п}_i}(\alpha) = \omega_i^+(\alpha) \hat{\Phi}_i \omega_i(\alpha) \quad (8)$$

- оценки мощности взвешенных шумов и некомпенсированных остатков помех.

В соответствии с (6), (7) оптимальный алгоритм предполагает для каждого возможного углового положения цели  $\alpha$  формирование отсчетов сигнала на выходе адаптированного канала  $\dot{Y}_{ai} = \omega_i^+(\alpha) \mathbf{y}_i$ , их взвешивание с ДН  $\dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha)$  основной антенны на передачу по напряжению, когерентное накопление отсчетов, вычисление квадрата модуля результата когерентного накопления и нормировку полученной

величины к суммарной мощности отсчетов  $\hat{P}_{\text{ш+п}_i}(\alpha)$ , взвешенных с ДН  $|F_0(\alpha_{ai} - \alpha)|^2$  передающей антенны по мощности.

Из-за использования в (6) полного перебора по всем возможным значениям углового положения цели с вычислением ВВК приемных каналов оптимальный алгоритм оказывается весьма сложным в вычислительном плане.

### **б. Квазиоптимальные алгоритмы обработки для когерентной пачки нефлуктуирующих и дружно флуктуирующих сигналов**

Общая идея построения получения квазиоптимальных алгоритмов основана на отказе вычисления оптимального ВВК для каждого возможного положения цели  $\alpha$  в сочетании с известными процедурами «обеления» помехи и согласованной фильтрации измененного полезного сигнала [1,10]. Пусть в процессе внутривыборочной ПКП сформированы ВВК вида

$$\omega_i = \Phi_i^{-1} \begin{cases} \mathbf{s}(0) - \text{для критерия максимума ОСПШ}; \\ \mathbf{e} = (1, 0, \dots, 0)^T - \text{для критерия минимума выходной мощности.} \end{cases} \quad (9)$$

Отсчеты адаптированного канала

$$\dot{Y}_{ai} = \omega_i^+ \mathbf{y}_i = \omega_i^+ (\mathbf{y}_{\text{сш}_i} + \mathbf{y}_{\text{п}_i}) + \omega_i^+ \mathbf{y}_{\text{с}_i}, \quad (10)$$

содержат взвешенные внутренние шумы и некомпенсированные остатки внешних помех с мощностями

$$P_{\text{ш+п}_i} = \omega_i^+ \left( \sigma_{\text{сш}}^2 \mathbf{I} + \sum_{k=1}^K \Phi_{\text{п}_i, k} \right) \omega_i \quad (11)$$

и отсчеты измененного отраженного сигнала  $\omega_i^+ \mathbf{y}_{\text{с}_i}$ .

Взвешенные шумы и некомпенсированные остатки помех являются некоррелированными от периода к периоду. В соответствии с принципами обработки на фоне небелого шума [1, 10], формирование функции правдоподобия предполагает операции обеления суммы мощностей взвешенных шумов и некомпенсированных остатков помех путем деления отсчетов на величину  $\sqrt{P_{\text{ш+п}_i}}$ , где  $\sqrt{P_{\text{ш+п}_i}}$  - мощности взвешенных шумов и некомпенсированных остатков помех, с последующей согласованной обработкой измененного полезного сигнала.

Примем в качестве оценки мощности взвешенных шумов и некомпенсированных остатков помех аналогичную (8) величину

$$\hat{P}_{\text{ш+п}_i} = \omega_i^+ \hat{\Phi}_i \omega_i. \quad (12)$$

Для классифицированной выборки оценка (12) является оценками максимального правдоподобия. Для неклассифицированной выборки оценка смещена на величину  $\omega_i^+ \Phi_{\text{с}_i} \omega_i$  мощности полезного сигнала с учетом доли  $K_{\Phi}$  мощности полезного сигнала, попадающей в оценку  $\hat{\Phi}_i$  КМ. Для операции обеления имеем:

$$\dot{Z}_i = \frac{\omega_i^+ \mathbf{y}_i}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш+п}_i}}}, \quad (13)$$

при этом мощность суммы внутренних шумов и внешних помех после операции обеления для классифицированной выборки

$$\frac{|\mathbf{w}_i^+(\mathbf{y}_{\text{сш}_i} + \mathbf{y}_{\text{п}_i})|^2}{\hat{P}_{\text{ш+п}_i}} = 1. \quad (14)$$

Для логарифма функции правдоподобия с учетом (14) можно записать

$$\begin{aligned} \Psi_{1.1}^{1(2)}(\mathbf{z} | \alpha, \dot{A}) &= \ln \ell(\alpha) = \sum_{i=1}^I \left( \left| \dot{Z}_i \right|^2 - \left| \dot{Z}_i - \dot{A} \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) \right|^2 \right) = \\ &= |\dot{A}| e^{j\varphi_A} \sum_{i=1}^I \dot{Z}_i^* \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) + |\dot{A}| e^{-j\varphi_A} \sum_{i=1}^I \dot{Z}_i \dot{Z}_{\text{оп}_i}^*(\alpha) - |\dot{A}|^2 \sum_{i=1}^I \left| \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) \right|^2, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) = \frac{\dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \mathbf{w}_i^+ \mathbf{s}(\alpha_{ai} - \alpha)}{\sqrt{\hat{P}_{\text{ш+п}_i}}} \quad (16)$$

- отсчеты ожидаемого (опорного) сигнала с учетом операции обеления;  $\dot{A}$  - комплексная амплитуда принимаемого полезного сигнала на выходе изотропной приемной антенны при облучении цели максимумом главного лепестка ДН передающей антенны. Дополнительным верхним индексом указана разновидность квазиоптимального алгоритма с формированием ВВК (9) согласно критерия минимума выходной мощности (индекс 1) или максимума ОСПШ (индекс 2).

Максимизируя функцию правдоподобия по неизвестной амплитуде  $\dot{A}$ , получим:

$$\dot{A} = \frac{\sum_{i=1}^I \dot{Z}_i \dot{Z}_{\text{оп}_i}^*(\alpha)}{\sum_{i=1}^I \left| \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) \right|^2}, \quad (17)$$

откуда

$$\Psi_{1.1}^{1(2)}(\mathbf{z} | \alpha) = \frac{\left| \sum_{i=1}^I \dot{Z}_i \dot{Z}_{\text{оп}_i}^*(\alpha) \right|^2}{\sum_{i=1}^I \left| \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha) \right|^2}. \quad (18)$$

Согласно (16)-(18) радиолокационные цели, находящиеся на различных угловых направлениях  $\alpha$  порождают на выходе системы обработки различные последовательности отсчетов (сигналы)  $\mathbf{z}_{\text{оп}}(\alpha) = (\dot{Z}_{\text{оп}_1}(\alpha), \dot{Z}_{\text{оп}_2}(\alpha), \dots, \dot{Z}_{\text{оп}_I}(\alpha))^T$ . В этой связи задачу оптимальной оценки азимута цели можно трактовать как задачу различения непрерывного континуума гипотез о наличии в принимаемой реализации сигналов (последовательности отсчетов) единичной мощности со случайной начальной фазой и временной структурой, определяемой (16).

Тогда максимально правдоподобные оценки азимута цели

$$\hat{\alpha} = \arg \max_{\alpha} \Psi_{1.1}^{1(2)}(\alpha). \quad (19)$$

Принципиальное отличие квазиоптимального алгоритма (18), (19) от оптимального (6), (7) заключается в формировании ВВК приемных каналов безотносительно к угловому положению цели, что резко сокращает требования к производительности процессора обработки. В то же время, при замене в (18) ВВК  $\omega_i$  на  $\omega_i(\alpha) = \Phi_i^{-1} s(\alpha_{ai} - \alpha)$  получаем вторую модификацию оптимального алгоритма оценивания угловых координат нефлуктуирующей цели при когерентной обработке, близкую к (6), (7).

Для дружно флуктуирующего ОС плотности вероятности наблюдаемых отсчетов для случая наличия и отсутствия ОС с учетом операции (13) обеления принимают вид

$$\begin{aligned}\omega_{\text{оп}}(\mathbf{z}/\alpha, \sigma_c^2) &= C |\mathbf{E} + \sigma_c^2 \mathbf{R}(\alpha)|^{-1} \exp(-\mathbf{z}^+ (\mathbf{E} + \sigma_c^2 \mathbf{R}(\alpha))^{-1} \mathbf{z}); \\ \omega_{\text{п}}(\mathbf{z} / \alpha, \sigma_c^2) &= C \exp(-\mathbf{z}^+ \mathbf{z}),\end{aligned}\quad (20)$$

где  $\mathbf{z} = (\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_I)^T$  - вектор-столбец отсчетов обеленной принимаемой реализации;  $\sigma_c^2$  - средняя мощность ОС на выходе изотропной приемной антенны при облучении цели максимумом главного лепестка ДН передающей антенны;  $\mathbf{R}(\alpha)$  - нормированная корреляционная матрица отсчетов флуктуирующую полезного сигнала с учетом операции обеления с элементами

$$\begin{aligned}R_{i,j}(\alpha) &= r^{|i-j|} \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha) Z_{\text{оп}j}^*(\alpha) = \\ &= r^{|i-j|} \frac{\dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha) \dot{F}_0(\alpha_{aj} - \alpha) \omega_i^+ s(\alpha_{ai} - \alpha) s^+(\alpha_{aj} - \alpha) \omega_j}{\hat{P}_{\text{ш+п}i}},\end{aligned}\quad (21)$$

где  $r = e^{-T_r/\tau_c}$  - коэффициент междупериодной корреляции ОС. Элементы матрицы зависят как от степени временной корреляции полезного сигнала, так и от изменения направления на него в процессе вращения антенны.

Аналогично предыдущему случаю заменим неизвестную мощность  $\sigma_c^2$  ее оптимальной оценкой  $\hat{\sigma}_c^2(\alpha)$ . Полагая коэффициент  $r$  междупериодной корреляции ОС известным, в соответствии с методом наименьших квадратов запишем:

$$\hat{\sigma}_c^2(\alpha) = \arg \min_{\sigma_c^2} \left( \sum_{i=1}^{I-1} Z_i Z_{i+1}^* - \sigma_c^2 r \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha) Z_{\text{оп}i+1}^*(\alpha) \right)^2, \quad (22)$$

откуда

$$\hat{\sigma}_c^2(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^{I-1} Z_i Z_{i+1}^*}{\sum_{i=1}^{I-1} r \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha) Z_{\text{оп}i+1}^*(\alpha)}. \quad (23)$$

Тогда для логарифма функции правдоподобия получим

$$\Psi_{1,2}^{1(2)}(\alpha) = \mathbf{z}^+ (\mathbf{E} - (\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha) \mathbf{R}(\alpha))^{-1} \mathbf{z} - \ln |\mathbf{E} + \hat{\sigma}_c^2(\alpha) \mathbf{R}(\alpha)|. \quad (24)$$

**в. Квазиоптимальные алгоритмы обработки некогерентных отраженных сигналов**



Для некогерентной пачки нефлуктуирующих сигналов логарифм функции правдоподобия запишется в виде

$$\Psi_{2.1}^{1(2)}(\mathbf{z} / \alpha, a_0) = -\frac{a_0^2}{2} \sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|^2 + \sum_{i=1}^I \ln I_0(a_0 |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|), \quad (25)$$

где  $a_0$  - амплитуда отраженного сигнала на выходе изотропной приемной антенны в момент времени, когда максимум главного лепестка передающей антенны направлен на цель.

Для оптимальной оценки  $\hat{a}_0(\alpha)$  неизвестной амплитуды  $a_0$  имеем

$$\hat{a}_0(\alpha) = \arg \max_{a_0} \ln \ell(\mathbf{z} / a_0), \quad (26)$$

где логарифм функции правдоподобия наблюдаемых отсчетов принимаемой реализации с учетом операции обеления принимает вид

$$\ln \ell(\mathbf{z} / a_0, \alpha) = \sum_{i=1}^I \left( \ln(2 |\dot{Z}_i|) - a_0^2 |\dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|^2 + |\dot{Z}_i| + \ln I_0(2a_0 |\dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha) \parallel \dot{Z}_i|) \right).$$

Прямая максимизация (26) связана с решением нелинейного уравнения вида

$$\frac{\partial \ln \ell(\mathbf{z} / a_0, \alpha)}{\partial a_0} = \sum_{i=1}^I \left( -a_0 |\dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|^2 + \frac{I_1(2a_0 |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|)}{I_0(2a_0 |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|)} |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)| \right) = 0$$

или

$$\sum_{i=1}^I \frac{I_1(2a_0 |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|)}{I_0(2a_0 |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|)} |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)| = a_0 \sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|^2,$$

что вызывает определенные трудности и требует разработки упрощенных методов оценки амплитуды нефлуктуирующего отраженного сигнала.

Тогда логарифм функции правдоподобия запишется в виде

$$\Psi_{2.1}^{1(2)}(\mathbf{z} / \alpha) = -\frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^I |\dot{Z}_i|^2 - I \right) + \sum_{i=1}^I \ln I_0(\hat{a}_0(\alpha) |\dot{Z}_i \parallel \dot{Z}_{\text{оп}i}(\alpha)|). \quad (27)$$

Аналогично обработке когерентной пачки дружно флуктуирующих сигналов алгоритм обработки сигналов предполагает формирование модулей отсчетов  $|\dot{Z}_i| = \left| \boldsymbol{\omega}_i^+ \mathbf{y}_i \right| / \sqrt{\hat{P}_{\text{ш}+\Pi_i}}$  принимаемых сигналов с последующим умножением на весовой коэффициент, определяемый ожидаемым значением азимута полезного сигнала, нелинейной обработкой  $\ln I_0(\bullet)$  и суммированием результатов нелинейной обработки по всей ожидаемой длительности существования отраженного сигнала. Аналогично обработке на фоне изотропного по пространству шума, первое слагаемое ФП может быть отброшено.

Отметим, что ввиду сложности вычисления оценки  $\hat{a}_0(\alpha)$  согласно (26) практическое применение функции правдоподобия (27) может оказаться невозможным, хотя сама модель пачки некогерентных нефлуктуирующих отраженных сигналов может иметь место на практике, например, для некогерентной РЛС без перестройки частоты при относительно небольшом времени радиолокационного наблюдения. Очевидным

выходом в этом случае является использование функции правдоподобия для модели некогерентного быстро флуктуирующего сигнала.

Для некогерентной пачки быстро флуктуирующих сигналов, опуская аналогичные предыдущему случаю выкладки, логарифм функции правдоподобия примет вид

$$\Psi_{2.3}^{1(2)}(\mathbf{z} / \alpha) = \sum_{i=1}^I \ln \frac{1}{1 + \bar{\sigma}_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2} + \sum_{i=1}^I \frac{\bar{\sigma}_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2}{1 + \bar{\sigma}_c^2(\alpha) |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2} |\dot{Z}_i|^2, \quad (28)$$

где

$$\bar{\sigma}_c^2(\alpha) = \frac{\sum_{i=0}^I |\dot{Z}_i|^2 - I}{\sum_{i=1}^I |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2} \quad (29)$$

- оценка средней мощности принимаемого ОС на выходе изотропной приемной антенны, когда цель облучается максимумом главного лепестка ДН передающей антенны. Для некогерентной дружно флуктуирующей пачки с использованием (20)-(24) и имея виду, что в этом случае элементы (21) будут равны

$$R_{i,j}(\alpha) = \delta_{i,j} \dot{Z}_{оп_i}(\alpha) Z_{оп_j}^*(\alpha) = \begin{cases} |\dot{Z}_{оп_i}(\alpha)|^2, & i = j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

получим функцию правдоподобия, идентичную полученной для модели отраженного сигнала М2.3:

$$\Psi_{2.2}^{1(2)}(\mathbf{z} / \alpha) = \Psi_{2.3}^{1(2)}(\mathbf{z} / \alpha). \quad (30)$$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ВИДА ФУНКЦИЙ ПРАВДОПОДОБИЯ

Для иллюстрации процессов измерения угловых координат цели на рисунке 1 приведены зависимости модулей отсчетов принимаемой реализации на выходе основной антенны и на выходе адаптированного канала после компенсации помех (а, б) и синфазного компонента сигнала на выходе адаптированного канала после обеления (в, г) от углового положения антенны РЛС. Зависимости построены при  $\Omega_a = 30$  град/с,  $F_r = 1000$  Гц;  $\Delta\alpha_{0,5} = 4^\circ$ ; числе импульсов в пачке 127, угловом положении цели  $\alpha_c = 15^\circ$ , угловом положении единственной помехи  $\alpha_{п} = 13,5^\circ$ , максимальных отношениях сигнал/шум по одному импульсу пачки и помеха/шум 8,4 дБ и 50 дБ, соответственно. ОС полагался когерентным нефлуктуирующим (М1.1). Антенная система обзорной РЛС моделировалась в виде основной апертуры прямоугольной формы размерами  $15 \times 2,5$  длин волн и четырех компенсационных апертур размерами  $1 \times 2,5$  длин волн, попарно пристыкованных справа и слева к основной апертуре. Амплитудное распределение поля на апертурах принималось равномерным, погрешности распределения на апертурах не учитывались.

Как видно из рисунка 1, определение факта наличия и углового положения ОС путем визуального наблюдения реализаций до и после пространственной компенсации

внешних помех невозможно. После операции обеления помехи наличие полезного сигнала и его ориентировочные угловые координаты определяются визуально достаточно хорошо. Динамический диапазон изменения мощности взвешенных шумов и некомпенсированных остатков внешних помех на интервале существования полезного сигнала может составлять 5...7 дБ для квазиоптимального алгоритма по критерию минимума выходной мощности и до 40 дБ для критерия максимума ОСПШ.

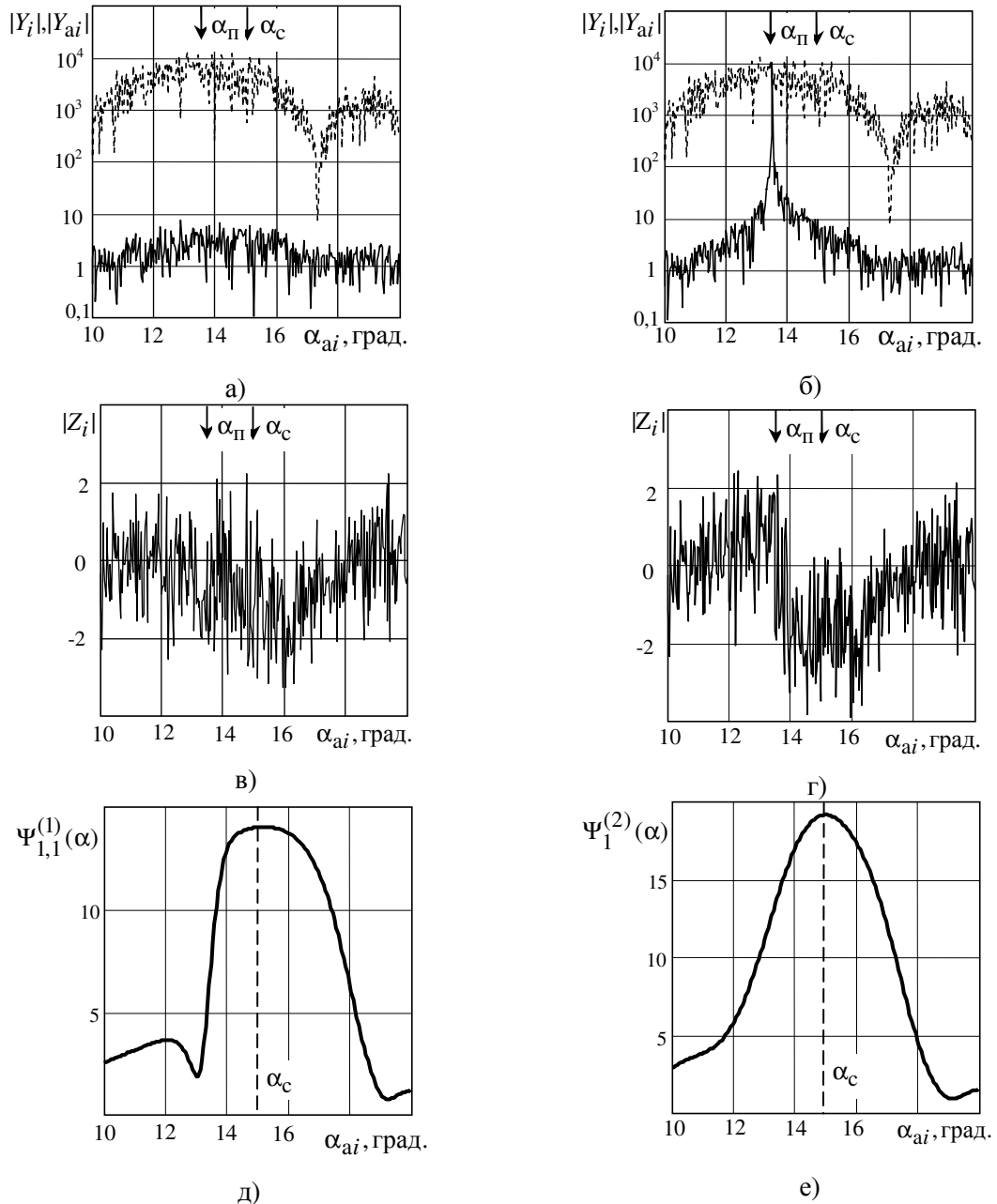


Рис. 1. Реализации сигналов и логарифмов функций правдоподобия для адаптации по критерию минимума выходной мощности (а, в, д) и максимума ОСПШ (б, г, е): а, б – модули отсчетов на выходе основной антенны до компенсации помех и на выходе адаптированного канала; в, г - синфазный компонент отсчетов сигнала на выходе адаптированного канала после операции обеления; д, е - функции правдоподобия

На рисунке 2 приведен вид ФП для случая наличия когерентного дружно флуктуирующего сигнала при  $\tau_c=100$  мс. Для сравнения на этом же рисунке приведен

результат обработки этой же принимаемой реализации алгоритмом (18), оптимальным для нефлуктуирующего сигнала, и модули отсчетов  $|\dot{A}_i \dot{F}_0(\alpha_{ai} - \alpha_c)|$  амплитуды принимаемого флуктуирующего ОС. Несмотря на существенно более плоский максимум функции правдоподобия  $\Psi_{1,2}^{(1)}(\mathbf{y}/\alpha)$ , что является «платой» за учет флуктуаций ОС, формируемые оценки характеризуются меньшей дисперсией. Отметим, что при  $\tau_c \rightarrow \infty$  функция правдоподобия (27) будет полностью соответствовать (18).

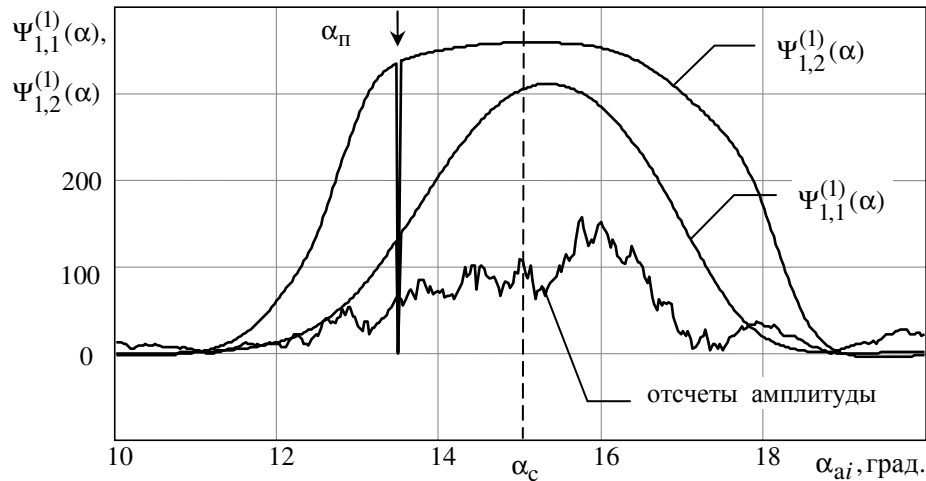


Рис. 2. Вид ФП для случая наличия когерентного дружно флуктуирующего сигнала

На рисунке 3 приведен вид ФП для случая наличия некогерентного нефлуктуирующего и быстро флуктуирующего сигнала. Зависимости построены при той же входной реализации, что и для рисунка 2. Статистическое исследование выборочного математического ожидания во всех случаях с высокой долей уверенности позволяет утверждать о несмещенности оценки угловой координаты.

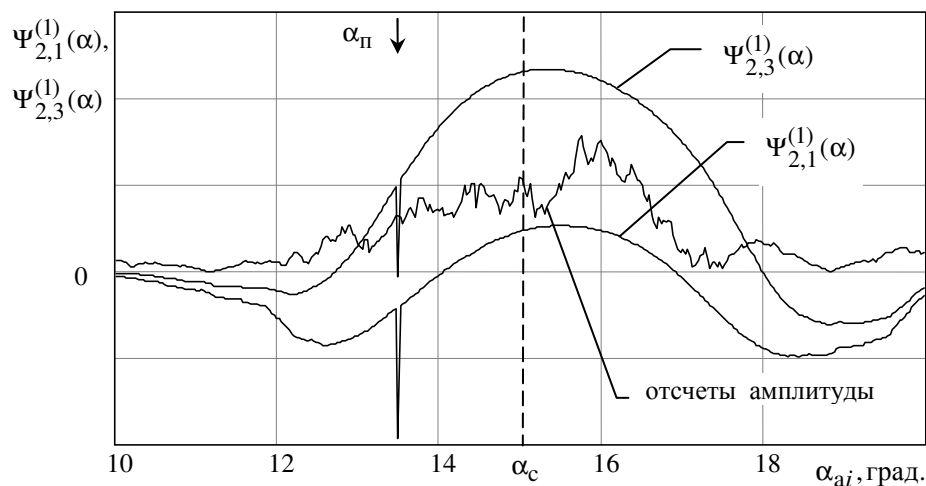


Рис. 3. Вид ФП для случая наличия некогерентного дружно флуктуирующего сигнала

На рисунке 4 приведены зависимости, позволяющие оценить эволюцию ФП при изменении углового отклонения источника мощной помехи от сигнала (когерентный нефлуктуирующий сигнал).

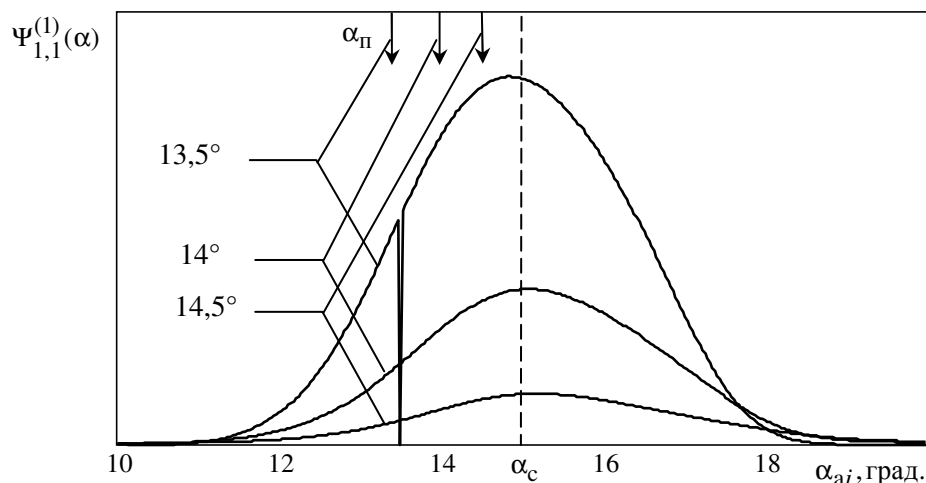


Рис. 4. Эволюция ФП для различных угловых положений источника мощной помехи

Систематическая ошибка оценивания пеленга отсутствует во всех случаях. С приближением помехи к сигналу область в районе максимума ФП становится более плоской, то есть ошибки определения угла возрастают. Тем не менее, возможность пеленгации при достаточном отношении сигнал/шум сохраняется вплоть до предельно малых, менее 0,1 от ширины главного лепестка ДН основной антенны, угловых отклонениях помехи от полезного сигнала.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обоснованные на основе классических операций «обеления» помехи и согласованного накопления измененного полезного сигнала квазиоптимальные алгоритмы оценивания пеленга цели в обзорной РЛС для типовых видов отраженного сигнала являются относительно простыми в реализации и могут быть эффективно использованы в том числе, при различиях угловых положений полезного сигнала и источников помех существенно меньших, чем разрешающая способность РЛС по угловым координатам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. - 416 с.
2. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. М.: Радио и связь, 1986. - 448 с.
3. Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. - 528 с.
4. Торбин С.А., Григорян Д.С. Способ защиты моноимпульсного радиопеленгатора от активной шумовой помехи по основным лепесткам диаграмм направленности антенн // Антенны, № 7, 2014. - С. 54-61.
5. Григорян Д.С., Торбин С.А., Герасимов В.В. Защита моноимпульсного радиопеленгатора от активной шумовой помехи, действующей по основным лепесткам диаграмм направленности // Вестник Концерна ПВО «Алмаз-Антей», 2014, № 2, - С. 103-112.
6. Торбин С.А. Обработка сигналов цифрового пеленгатора с коническим сканированием диаграммы направленности в условиях активной шумовой помехи // Материалы

международной конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение DSPA–2014». Выпуск 20, Москва, 2014. - С. 368-379.

7. Козлов С.В., Карпухин В.И., Сергеев В.И. Синтез вариантов структуры радиолокационных измерителей угловых координат с адаптивной пространственной компенсацией помех // Антенны, 2010, № 6. - С. 71-76.
8. Чижов А.А. Сверхразрешение радиолокационных целей при воздействии активных шумовых помех по основному и ближним боковым лепесткам диаграммы направленности антенны РЛС // Информационно-управляющие системы, № 1, 2016. - С. 88-92.
9. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Советское радио, 1977. - 432 с.
10. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. – 680 с.

#### REFERENCES

1. Shirman Ya.D., Manzhos V.N. Theory and technology of processing radar information on the background noise. M. : Radio and communication. 1981.- 416 p.
2. Monzingo RA, Miller T.U. Adaptive antenna arrays. M. : Radio and communication, 1986. 448 p.
3. Djigan V.I. Adaptive signal filtering: theory and algorithms. M. : Technosphere. 2013.- 528 p.
4. Torbin S.A., Grigoryan D.S. The method of protection of a single-pulse finder from active noise interference on the main lobes of antenna patterns // Antennas. № 7. 2014. Pp. 54-61.
5. Grigoryan D.S., Torbin S.A., Gerasimov V.V. Protection of monopulse direction finder from active noise interference acting on the main lobes of radiation patterns // Concern of Almaz-Anteny Air Defense Concern. 2014. No. 2. Pp. 103-112.
6. Torbin S.A. Signal processing of a digital direction finder with a conical scanning pattern under active noise interference // Proceedings of the international conference "Digital signal processing and its application DSPA – 2014". Issue 20. Moscow. 2014. Pp. 368-379.
7. Kozlov S.V., Karpukhin V.I., Sergeev V.I. Synthesis of variants of the structure of radar angular position meters with adaptive spatial noise compensation. "Antennas". 2010. No. 6. Pp. 71-76.
8. Chizhov A.A. Super-resolution of radar targets when exposed to active noise interference along the main and near side lobes of the radar antenna pattern // Information and control systems. № 1. 2016. Pp. 88-92.
9. Repin V.G., Tartakovsky G.P. Statistical synthesis with a priori uncertainty and adaptation of information systems. M. : Soviet radio. 1977. 432 p.
10. Tikhonov V.I. Statistical radio engineering. M. : Owls. radio, 1966. 680 p.