

УДК 62-83: 681.518.54: 534.647

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ РАЗРЕЖЕННОЙ ВЕЙВЛЕТНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИГНАЛОВ ВИБРАЦИИ

Ю.П. АСЛАМОВ, И.Г. ДАВЫДОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 14 сентября 2018

Аннотация. В статье предложено пять модификаций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции для автоматического анализа временной структуры сигналов вибрации. Проведен сравнительный анализ разработанных модификаций и выбрана лучшая по критерию максимизации скорости декомпозиции сигналов и минимизации ошибки аппроксимации.

Ключевые слова: вибродиагностика, разреженная декомпозиция, вейвлет.

Abstract. Five modifications of the sparse wavelet decomposition algorithm for automatic analysis of the vibration signals waveform were proposed in the article. A comparative analysis of the developed modifications was carried out and the best one was selected according to the criterion of maximizing the rate of signal decomposition and minimizing the approximation error.

Keywords: vibration-based diagnostics, sparse decomposition, wavelet.

Doklady BGUIR. 2019, Vol. 122, No. 4, pp. 11-17

**Comparative analysis of algorithms for sparse
wavelet decomposition of vibration signals**

Y.P. Aslamov, I.G. Davydov

Введение

Автоматические системы вибрационной диагностики, позволяющие проводить оценку технического состояния роторного оборудования без привлечения экспертов, способны в значительной мере продлить срок службы оборудования и снизить эксплуатационные расходы предприятий. Повышение эффективности таких систем связано с разработкой новых методов анализа вибрационных сигналов.

Анализ временной структуры вибрации (ударных и модуляционных процессов) является одним из наиболее перспективных направлений вибрационной диагностики. Такого рода анализ позволяет сформировать качественно новое пространство диагностических признаков для оценки технического состояния подшипников качения и зубчатых передач. Автоматический анализ временной структуры сигналов вибрации может быть осуществлен на базе итерационного алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции (РВД) [1, 2]. Для формирования компактного описания временной структуры вибрации на базе алгоритма РВД ранее авторами была предложена методика формирования словаря вейвлет-функций [2].

В настоящей работе рассмотрено пять модификаций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции и приведены результаты их сравнительного анализа.

Теоретический анализ

Алгоритм разреженной вейвлетной декомпозиции [1] представляет собой итерационную процедуру вычитания из сигнала $x(t)$ вейвлет-функций $\{\psi_m\}_{m \in \square}$ словаря \mathcal{D} [2].

На каждой i -й итерации алгоритма декомпозиции фиксируется тип вычитаемой базисной функции ψ_m , ее амплитуда $c_{m,i}$ и временное положение $\tau_{m,i}$. В результате работы алгоритма РВД формируется разреженное представление сигнала \mathbf{X} , характеризующее его набором коэффициентов $\{\psi_m, c_{m,i}, \tau_{m,i}\}_{(m,i) \in \mathbb{I}^2}$, а также компактное описание временной структуры сигнала \mathbf{W} как распределение его энергии по используемым для его декомпозиции вейвлет-функциям словаря \mathcal{D} .

Разреженная вейвлетная декомпозиция сигналов вибрации осуществляется в окрестности частоты ω_0 при использовании в качестве базисных функций вейвлетов *MEXP*, *MORL*, *SINP* и *MEXH* [2, 3]. Алгоритм РВД останавливается либо при достижении максимально допустимого количества итераций $I_{\eta, \max}$ [4], либо при достижении требуемой точности аппроксимации сигнала η_{\max} [4]. Структурная схема алгоритма РВД представлена на рис. 1.

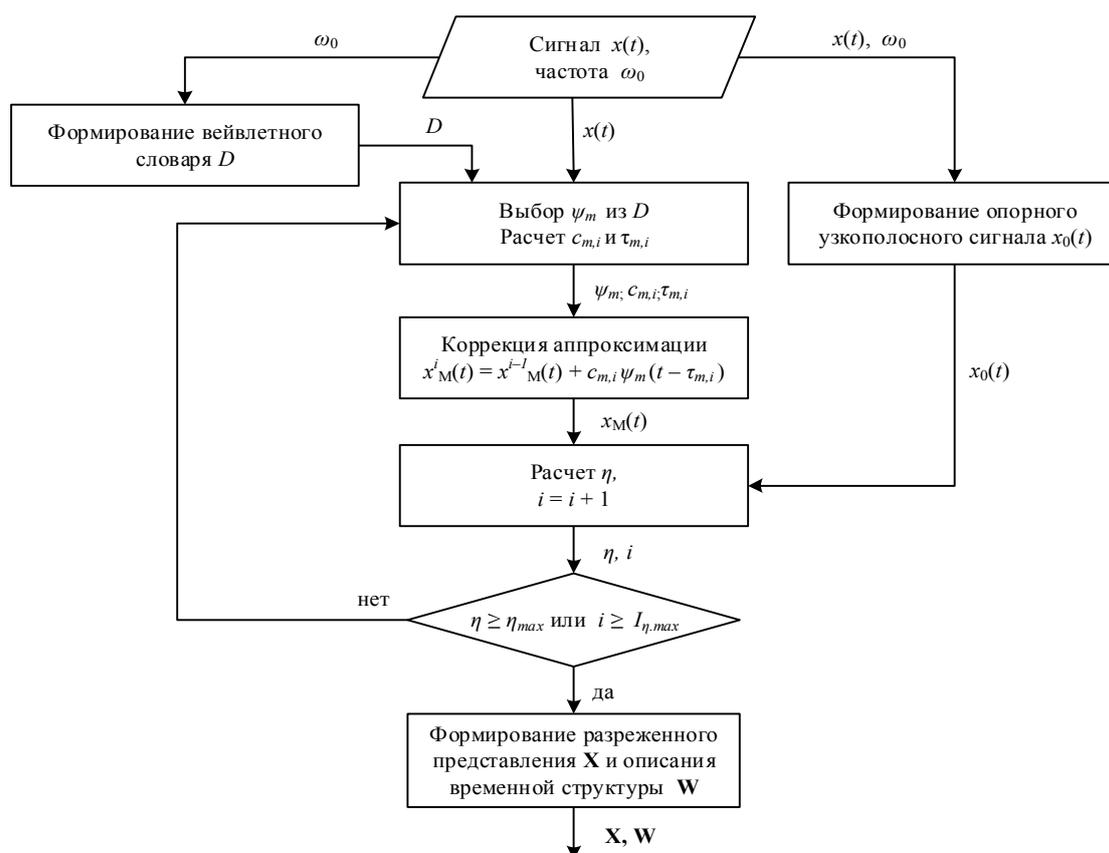


Рис. 1. Обобщенная структурная схема алгоритма разреженной декомпозиции сигнала $x(t)$ в окрестности частоты ω_0 по вейвлет-функциям словаря \mathcal{D}

Достоверность формируемого компактного описания временной структуры сигнала \mathbf{W} во многом определяется критерием выбора оптимальной вейвлет-функции ψ_m словаря \mathcal{D} для вычитания из сигнала $x(t)$ на каждой итерации алгоритма РВД. В основе критериев лежит взаимная корреляционная функция $C_m(\tau)$ сигнала $x(t)$ и вейвлета $\psi_m(t)$, которая учитывает как энергетику вычитаемых базисных функций, так и их сходство с сигнальными фрагментами:

$$C_m(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \overline{\psi_m(t - \tau)} dt, \quad (1)$$

а также нормированная взаимная корреляционная функция $R_m(\tau)$ сигнала $x(t)$ и вейвлета $\psi_m(t)$, которая учитывает лишь сходство вычитаемых базисных функций с сигнальными фрагментами:

$$R_m(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \overline{\psi}_m(t-\tau) dt}{\left\| x_0(t) \cdot W\left(t - t_c^{\psi_m} - T_{eff}^{\psi_m}/2, T_{eff}^{\psi_m}\right) \right\|}, \quad (2)$$

где $W(t, T)$ – прямоугольная оконная функция длины T ; T_{eff}^{ψ} – интервал эффективного носителя вейвлета $\psi(t)$ [5]; $\overline{\psi}(t)$ – вейвлет с единичной нормой; $t_c^{\psi_m}$ – смещение энергетического центра вейвлета (относительно начала координат); $x_0(t)$ – фильтрованный на базе вейвлета Морле в окрестности частоты ω_0 сигнал $x(t)$.

Функция $R_m(\tau)$ представляет собой взаимную корреляционную функцию $C_m(\tau)$ сигнала $x(t)$ и вейвлета $\psi_m(t)$, нормированную на интервале эффективного носителя вейвлета $T_{eff}^{\psi_m}$, и принимает значения в диапазоне $R_m(\tau) \in [-1; +1]$. На основе корреляционных функций $C_m(\tau)$ и $R_m(\tau)$ авторами было разработано пять модификаций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции: «*SWD-C*», «*SWD-R*», «*SWD-C-R*», «*SWD-Q-R*» и «*SWD-Q-C/R*».

1. Модификация «*SWD-C*» на каждой итерации выбирает базисную функцию с максимальным значением функции $C_m(\tau)$, т. е. вейвлет-функции с большей длиной эффективного носителя имеют преимущество перед более короткими вейвлет-функциями.

2. Модификация «*SWD-R*» оптимальной считает базисную функцию с максимальным значением нормированной функции $R_m(\tau)$, т. е. преимущество отдается вейвлетам с наиболее близкой к сигнальным фрагментам временной структурой (без учета энергетики).

3. Модификация «*SWD-C-R*» осуществляет поиск k вейвлетов с наибольшими значениями функций $C_m(\tau)$, из которых выбирает один с максимальным значением $R_m(\tau)$.

4. Модификация «*SWD-Q-R*» определяет вектор максимальных значений $\mathbf{c} = \{c_{m \max}\}_{m \in \square}$ набора функций $\{C_m(\tau)\}_{m \in \square}$ и вектор соответствующих им значений $\mathbf{r} = \{r_m\}_{m \in \square}$ из набора функций $\{R_m(\tau)\}_{m \in \square}$, а затем рассчитывает вектор коэффициентов \mathbf{q} :

$$\mathbf{q} = \sqrt{\frac{(1-w)\overline{\mathbf{c}}^2 + (1+w)\overline{\mathbf{r}}^2}{2}}, \quad (3)$$

где $\overline{\mathbf{c}}$ и $\overline{\mathbf{r}}$ – нормированные по амплитуде векторы \mathbf{c} и \mathbf{r} ; w – весовой коэффициент, оптимальное значение которого $w = 0,1$ было получено эмпирически.

В итоге из k вейвлетов с наибольшими значениями коэффициентов \mathbf{q} модификация «*SWD-Q-R*» выбирает один с максимальным значением нормированной функции $R_m(\tau)$.

5. Модификация «*SWD-Q-C/R*» аналогична «*SWD-Q-R*» за одним исключением: на последнем шаге оптимальным из k вейвлетов считается вейвлет с максимальным значением нормированной функции $R_m(\tau)$, только если наибольшим значениям коэффициентов \mathbf{q} соответствуют вейвлеты *MORL* и *SINP* [4]; в остальных случаях оптимальным считается вейвлет с максимальным значением корреляционной функции $C_m(\tau)$.

Методика эксперимента

Для проведения сравнительного анализа разработанных модификаций алгоритма РВД были использованы модельные сигналы двух типов:

а) «*AM*» – амплитудно-модулированное колебание с индексом модуляции $m = 0,5$:

$$s^{AM}(t) = [1 + m \cos(\omega_0 t / FF)] \cdot \sin(\omega_0 t), \quad (4)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$ – циклическая несущая частота, рад/с; FF – коэффициент формы, определяющий частоту модулирующего колебания;

б) «EXP» – последовательность импульсов $s_0^{EXP}(t)$ с частотой следования $f_R = 10$ Гц:

$$s_0^{EXP}(t) = \begin{cases} \sin(\omega_0 t) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi FF}{\omega_0} t\right), & 0 \leq t < \infty \\ 0, & -\infty < t < 0, \end{cases} \quad (5)$$

где FF – коэффициент формы, определяющий количество осцилляций в пределах импульса.

Длительность модельных сигналов составляла $T = 10$ с, частота дискретизации $F_s = 100$ кГц, несущая частота $f_0 = 100$ кГц. Коэффициент формы FF сигнала «AM» варьировался в пределах $FF \in [5; 160]$, а сигнала «EXP» – в пределах $FF \in [0, 5; 32]$. Временная структура сигналов при различных значениях коэффициента FF представлена на рис. 2.

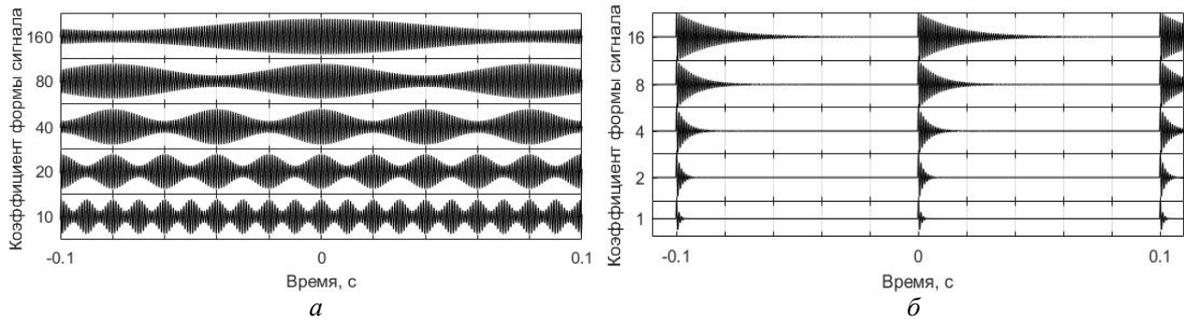


Рис. 2. Зависимость временной структуры модельных сигналов «AM» и «EXP» от величины их коэффициента формы FF :
а – сигнал «AM»; б – сигнал «EXP»

Для каждого значения коэффициента формы FF модельных сигналов было сформировано «опорное» (идеальное) компактное описание временной структуры \mathbf{W}_0 . Кроме того, на базе каждой разработанной модификации РВД формировалось компактное описание временной структуры модельных сигналов \mathbf{W} при точности аппроксимации $\eta_{\max} = 0,75$.

Сравнительный анализ модификаций алгоритма РВД осуществлялся в терминах:

– скорость аппроксимации $\xi(\%)$ сигнала с точностью η :

$$\xi(\%) = (1 - I_\eta / I_{\eta, \max}) \times 100\%, \quad (6)$$

где $I_{\eta, \max}$ – максимально допустимое количество итераций алгоритма РВД для достижения точности аппроксимации η [4]; I_η – количество итераций, необходимое для модификации РВД.

– ошибка аппроксимации $e_W(\%)$:

$$e_W(\%) = d(\mathbf{W}_{SWD}^{BF}, \mathbf{W}_0^{BF}) / d_{\max} \times 100\%, \quad (7)$$

где $d(\mathbf{W}, \mathbf{W}_0)$ – евклидово расстояние между полученным \mathbf{W} (на основе модификации РВД) и опорным \mathbf{W}_0 компактными описаниями временной структуры модельных сигналов, $d_{\max} = \sqrt{2}$.

– эффективность модификации РВД $\alpha(\%)$:

$$\alpha(\%) = \sqrt{\frac{w_1 \cdot \xi^2 + w_2 \cdot (1 - e_W)^2}{2}} \times 100\%, \quad (8)$$

где $w_{1,2} \in [0; 1]$ – весовые коэффициенты для параметров ξ и e_W соответственно, получаемые по кривым $w_1(\xi)$ и $w_2(1 - e_W)$, изображенным на рис. 3.

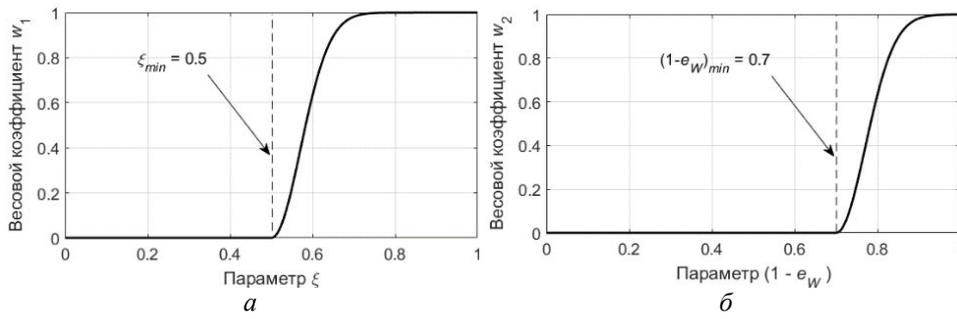


Рис. 3. Зависимость величины весового коэффициента w от значения параметра: a – скорость аппроксимации ξ ; b – ошибка аппроксимации e_w

Результаты и их обсуждение

Зависимости вида компактного описания временной структуры модельного сигнала «AM» от величины его коэффициента формы FF для различных модификаций алгоритма РВД приведены на рис. 4, б–е. Аналогичная зависимость для опорного компактного описания временной структуры W_0 сигнала «AM» изображена на рис. 4, а. На рисунках вейвлеты словаря обозначены следующими символами: $MEXH$ – «N», $MEXP$ – «m», $MORL$ – «g», $SINP$ – «s».

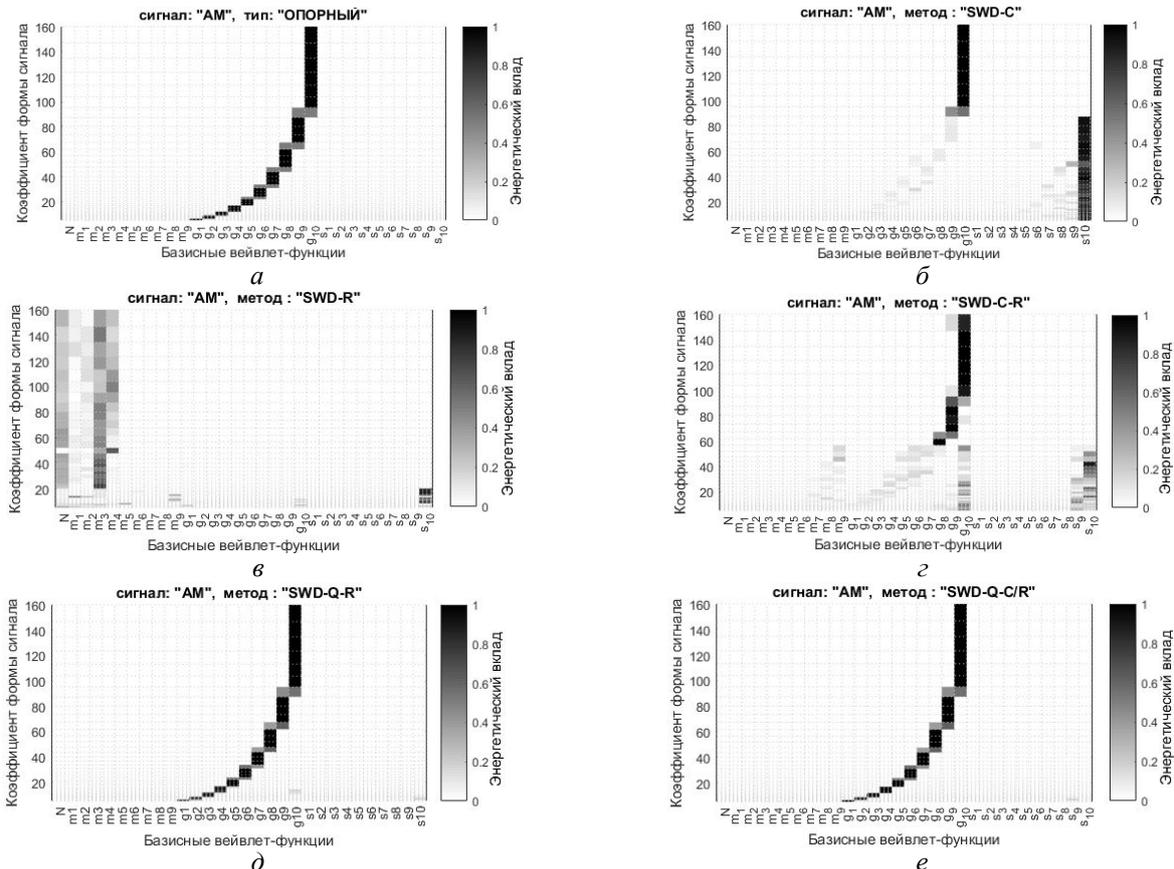


Рис. 4. Зависимость вида компактного описания временной структуры модельного сигнала «AM» от коэффициента формы FF сигнала для модификации алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции: a – опорное компактное описание временной структуры W_0 ; b – $SWD-C$; $в$ – $SWD-R$; $г$ – $SWD-C-R$; $д$ – $SWD-Q-R$; e – $SWD-Q-C/R$

Компактные описания временной структуры модельных сигналов «EXP», полученные на базе разработанных модификаций РВД, приведены на рис. 5, б–е.

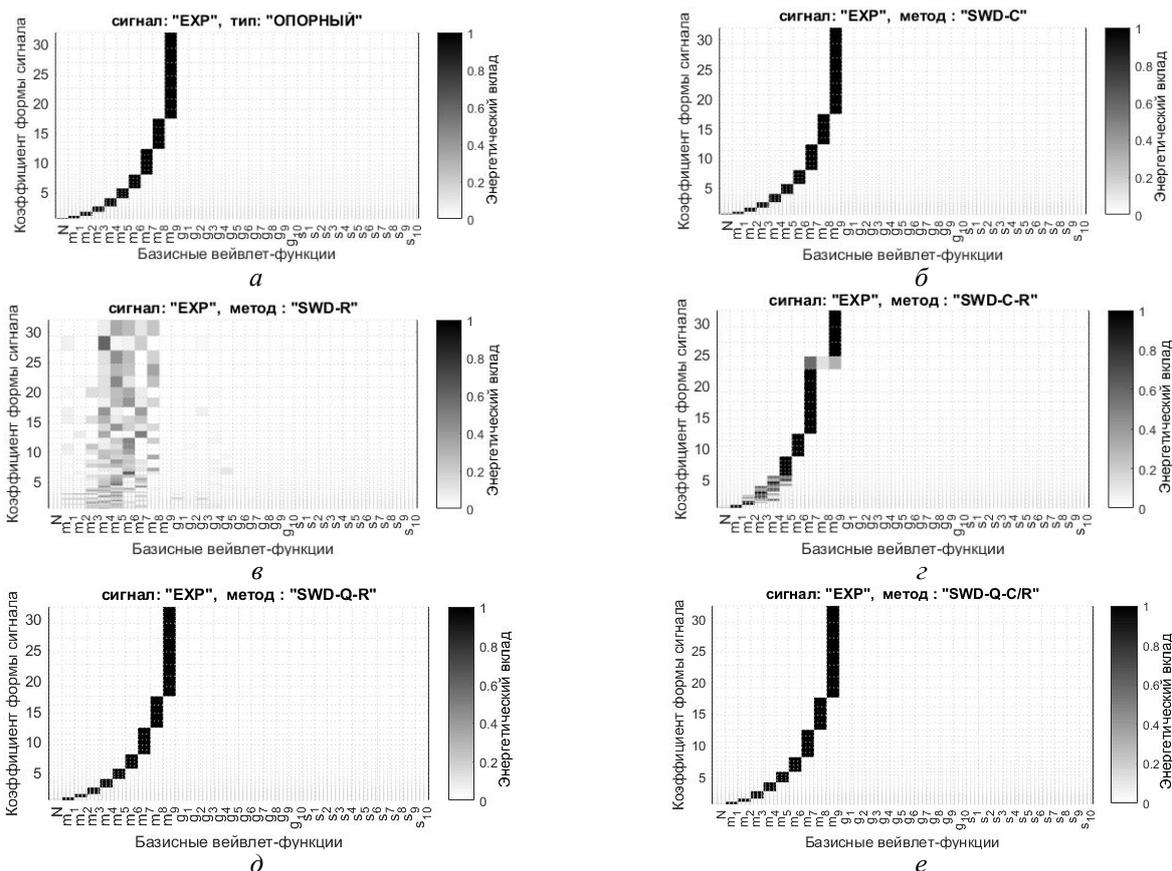


Рис. 5. Зависимость вида компактного описания временной структуры модельного сигнала «EXP» от коэффициента формы FF сигнала для модификации алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции: a – опорное компактное описание временной структуры W_0 ; b – SWD-C; v – SWD-R; z – SWD-C-R; d – SWD-Q-R; e – SWD-Q-C/R

Рассчитанные для каждой модификации РВД значения параметра эффективности α (%) сведены в таблицу. Лучшие результаты выделены в таблице серым цветом.

Сравнительный анализ модификаций РВД

Сигнал	Эффективность модификации РВД α , %				
	SWD-C	SWD-R	SWD-C-R	SWD-Q-R	SWD-Q-C/R
AM	67,42	0	65,63	91,20	91,59
EXP	90,50	0	57,78	87,29	91,38
Среднее значение	78,96	0	61,71	89,25	91,49

На основе проведенного сравнительного анализа разработанных модификаций РВД было сделано заключение, что в среднем лучшей эффективностью (наибольшей скоростью аппроксимации при наименьшей ошибке аппроксимации) обладает алгоритм «SWD-Q-C/R» – $\alpha = 91,49\%$. Указанный алгоритм при выборе оптимальной базисной функции для вычитания из сигнала на каждом шаге учитывает и сходство базисных функций с сигнальными фрагментами, и энергетику последних.

В соответствии с таблицей наименьшей эффективностью ($\alpha = 0$) обладает модификация «SWD-R», осуществляющая выбор оптимальной вейвлет-функции на каждой итерации РВД только на основе ее сходства с сигнальными фрагментами (без учета энергетики последних).

Заключение

В работе рассмотрено пять модификаций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции: «SWD-C», «SWD-R», «SWD-C-R», «SWD-Q-R» и «SWD-Q-C/R». В результате

проведенного сравнительного анализа разработанных модификаций для оценки временной структуры сигналов вибрации предложено использовать модификацию «*SWD-Q-C/R*», обеспечивающую в среднем наибольшую скорость аппроксимации и наименьшую ошибку аппроксимации (эффективность работы алгоритма на модельных сигналах составила $\alpha = 91,49\%$).

Список литературы

1. Разреженная вейвлетная декомпозиция в задачах вибродиагностики роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Докл. БГУИР. 2017. № 8. С. 91–98.
2. Асламов Ю.П., Давыдов И.Г. Вейвлет-функция для диагностики подшипников качения // Вестн. ПГУ. 2018. № 11. С.14–21.
3. Вейвлет-функции для диагностики зубчатых передач / Ю.П. Асламов [и др.] // Вестн. ПГУ. 2018. № 3. С. 38–46.
4. Асламов Ю.П., Давыдов И.Г. Избыточный вейвлетный словарь для разреженной декомпозиции сигналов вибрации // Вестн. ПГУ. 2018. № 4. С. 86–94.

References

1. Razrezhennaja vejvletnaja dekompozicija v zadachah vibrodiagnostiki rotornogo oborudovaniya / Ju.P. Aslamov [i dr.] // Dokl. BGUIR. 2017. № 8. S. 91–98. (in Russ.)
2. Aslamov Ju.P., Davydov I.G. Vejvlet-funkcija dlja diagnostiki podshipnikov kachenija // Vestn. PGU. 2018. № 11. S.14-21. (in Russ.)
3. Vejvlet-funkcii dlja diagnostiki zubchatyh peredach / Ju.P. Aslamov [i dr.] // Vestn. PGU. 2018. № 3. S. 38–46. (in Russ.)
4. Aslamov Ju.P., Davydov I.G. Izbytochnyj vejvletnyj slovar' dlja razrezhennoj dekompozicii signalov vibracii // Vestn. PGU. 2018. № 4. S. 86–94. (in Russ.)

Сведения об авторах

Асламов Ю.П., аспирант кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Давыдов И.Г., к.т.н., доцент кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
тел. +375-17-293-86-79;
e-mail: aslamov.yura@gmail.com
Асламов Юрий Павлович

Information about the authors

Aslamov Y.P., PG student of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Davydov I.G., PhD, associate professor of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka st., 6,
Belarusian state university
of informatics and radioelectronics
tel. +375-17-293-86-79;
e-mail: aslamov.yura@gmail.com
Aslamov Yury Pavlovich