

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники

УДК 004.02, 004.315

Сапронова
Юлия Игоревна

ПЛИС/FPGA оптимизация комбинированной
кватернионно-логарифмической арифметики

АВТОРЕФЕРАТ

на соискание степени магистра технических наук
по специальности 1-40 80 01 Элементы и устройства вычислительной
техники и систем управления

Научный руководитель:

Петровский Николай Александрович

Кандидат технических наук

Минск 2019

ВВЕДЕНИЕ

С начала двадцать первого века и в настоящее время логарифмы и кватернионы вновь стали применяться в вычислительных компьютерных системах. Логарифмическая система счисления имеет ряд преимуществ по сравнению с вычислениями с плавающей запятой для многих встраиваемых систем на FPGA. Использование кватернионов показало свою эффективность в таких областях как визуализация компьютерной графики, цифровая обработка цветных изображений, использование виртуальной реальности, вычислительная механика, физика твердого тела, биоинформатика (с точки зрения описания пар ДНК, а также описания вращений молекул ДНК), аэрокосмические системы управления, а также многие другие области.

Данная магистерской диссертации посвящена разработке методов реализации кватернионно-логарифмической арифметики на ПЛИС/FPGA, а также анализ их параметров с точки зрения скорости и точности вычислений, а также динамического диапазона значений.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования:

С начала двадцать первого века и в настоящее время логарифмы и кватернионы вновь стали применяться в вычислительных компьютерных системах. Логарифмическая система счисления имеет ряд преимуществ по сравнению с вычислениями с плавающей запятой для многих систем. Использование кватернионов показало свою эффективность в таких областях как визуализация компьютерной графики, цифровая обработка цветных изображений, использование виртуальной реальности, вычислительная механика, релятивистская физика, биоинформатика, аэрокосмические системы управления, а также многих других областях.

ПЛИС/FPGA технологии позволяют расширить возможности применения кватернионов в области проектирования встраиваемых систем. При решении задач на FPGA, кроме того, возникает проблема влияния конечной разрядности на вычисления: точность вычисления, связанная с округлением, а динамический диапазон значений. Решение данных вопросов также может сказываться на быстродействии системы. Таким образом, рассмотрение вопроса об оптимизации комбинированной кватернионно-логарифмической арифметики для реализации на ПЛИС/FPGA является актуальным.

Цели и задачи работы:

Целью работы является разработка метода реализации кватернионно-логарифмической арифметики на ПЛИС/FPGA. В соответствии с поставленной целью, в работе сформулированы и решены следующие задачи:

1. Исследование алгебры кватернионов и логарифмической системы счисления;
2. Применение логарифмической системы счисления для алгебры кватернионов;
3. Разработка архитектуры вычислителя для комбинированной кватернионно-логарифмической арифметики;
4. Оценка показателей вычислителя и анализ полученных результатов.

Объектом исследования является комбинированная кватернионно-логарифмическая арифметика

Предметом исследования выступают методы реализации комбинированной кватернионно-логарифмической арифметики.

Научная новизна диссертационной работы заключается в разработке методов реализации комбинированной кватернионно-логарифмической арифметики на ПЛИС/FPGA, а также оценке таких параметров как динамический диапазон представляемых значений, а также точность и занимаемая память для каждого из предложенных подходов к представлению кватернионов в логарифмической системе счисления.

Положения, выносимые на защиту:

1. Подходы к представлению кватернионов в логарифмической системе счисления: на основе логарифма кватерниона, логарифмов комплексных чисел, логарифмов действительных чисел.
2. Основные характеристики кватернионно-логарифмической арифметики.
3. Архитектура вычислителя для каждого из подходов к представлению кватернионов в логарифмической системе счисления.

Апробация результатов диссертации

Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: 54-я научная конференция аспирантов, магистрантов и студентов БГУИР (Минск, 2018); 55-я юбилейная научная конференция аспирантов, магистрантов и студентов БГУИР (Минск, 2019).

Опубликованность результатов исследования

По результатам исследований, представленных в диссертации, опубликовано 3 печатные работы, в том числе 3 тезиса в сборниках и материалах научных конференций.

Структура и объем диссертации

Структура диссертационной работы обусловлена целью, задачами и логикой исследования. Работа состоит из введения, четырех глав и заключения, библиографического списка и приложений. Общий объем диссертации – 66 страниц. Работа содержит 6 таблицы, 15 рисунков, 3 приложения. Библиографический список включает 32 наименования, графический материал включает 10 слайдов презентации.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** рассмотрена история развития логарифмической системы счисления и алгебры кватернионов, показаны основные сферы применения кватернионов, а также дано обоснование актуальности темы диссертационной работы.

В **общей характеристике работы** сформулированы ее цель и задачи, даны сведения об объекте исследования и обоснован его выбор, представлены положения, выносимые на защиту, приведены сведения о личном вкладе автора, апробации результатов диссертации и их опубликованность, а также, структура и объем диссертации.

В **первой главе** рассмотрена алгебра кватернионов и ее основные свойства. Отмечена некоммутативность произведения кватернионов. Рассмотрены три варианта представления кватернионов (стандартное, представление в форме Кэли-Диксона, а также представление в виде скаляра и вектора) и их особенности.

Во **второй главе** представлена логарифмическая система счисления. Среди преимуществ выделены следующие: упрощение операций умножения, деления, а также возведения в степень. При этом для построения полноценной системы счисления, реализующей все простейшие арифметические операции, необходимо искать подходы к оптимизации операций сложения и вычитания. Рассматриваются основные особенности применения логарифмической системы счисления для комплексных чисел, рассмотрены методы применения и некоторые способы оптимизации вычислений.

В **третьей главе** показана комбинированная кватернионно-логарифмическая арифметика. Были рассмотрены три представления

кватернионов в логарифмической системе счисления: с помощью логарифма кватерниона, с помощью логарифма комплексных чисел и с помощью логарифмов действительных чисел.

Первый способ демонстрирует высокую сложность даже в случае нормированного кватерниона, в связи с чем ставится под сомнение возможность использования такого подхода для представления кватерниона.

Второй способ выглядит несколько проще и для реализации требует четыре операции сложения действительных чисел и две операции суммы комплексных чисел в логарифмической системе счисления. Также было определено, что операция сложения в данном случае сопоставима по сложности с операцией умножения.

Третий способ на данном этапе выглядит сложнее, чем выражение для классического расчета произведения и суммы кватернионов, одна при этом сумма в данном случае является более простой операцией, чем в остальных двух представлениях.

В четвертой главе для каждого из рассматриваемых подходов к представлению кватерниона в логарифмической системе счисления рассмотрены характеристики арифметики для реализации на ПЛИС/FPGA, а также предложена архитектура вычислителя, рассмотрены преимущества и недостатки каждого из подходов.

Для подхода, использующего логарифм кватерниона существенными недостатками являются высокая сложность вычислителя, за счет чего скорость вычислений будет значительно ниже, по сравнению с классическим представлением, а также влияние всех коэффициентов друг на друга, за счет чего невозможно точно определить динамический диапазон значений, однако, согласно оценкам он может быть больше, чем аналогичное представление с фиксированной запятой. Кроме того, применяя такой подход можно существенно сократить разрядность коэффициентов кватерниона.

Подход, использующий логарифм комплексных чисел по скорости вычислений проигрывает классическому представлению, однако, по площади на кристалле может сравниться с представлением в формате с плавающей запятой. Динамический диапазон значений также плохо поддается оценке, он может быть больше, чем аналогичное представление с фиксированной запятой. Кроме того, в данном случае можно сократить разрядность коэффициентов, хоть это сокращение будет меньше, чем в предыдущем подходе.

Авторский подход применения логарифмов действительных чисел показывает также сомнительные результаты с точки зрения скорости

вычислений и площади, занимаемой на кристалле. Возможно дальнейшая оптимизация функций суммы и разности, которая может принести улучшение качества вычислителя. Динамический диапазон представляемых значений зависит от количества бит на целую часть и может быть существенно выше, чем у представления с фиксированной запятой. В отличие от предыдущих методов, сокращение разрядности коэффициентов не наблюдается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Можно заключить, что каждый из этих подходов может быть применен в случае, когда скорость вычислений важна в меньшей степени, чем динамический диапазон значений, то есть как альтернатива представлению с плавающей запятой. При этом более предпочтительными являются последние два, так как можно дополнительно оптимизировать функции суммы с целью улучшения общего качества вычислителя. Поход, использующих логарифм комплексного числа, показывает свою применимость ввиду его универсальности для операций сложения и умножения, при этом поход, использующий логарифм действительных чисел, предпочтителен ввиду возможности его оптимизации и общей относительной простоты вычислителя.

Основными результатами работы выражены в следующем:

1. Исследована алгебра кватернионов;
2. Рассмотрено три подхода к представлению кватерниона в логарифмической системе счисления (один из которых – авторский) ;
3. Для каждого из подходов предложена архитектура вычислителя (сумматора-умножителя, либо только умножителя ввиду сложности сумматора), рассмотрены варианты оптимизации;
4. Оценены характеристики каждого из вариантов представления кватерниона (динамический диапазон, точность, возможность сокращения памяти для хранения коэффициентов кватерниона);
5. Кратко оценены возможности предложенных архитектур вычислителей (планируется в дальнейшем исследование в данной области).

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

[1] Сапронова, Ю. И. Применение логарифмической системы счисления для алгебры кватернионов / Ю. И. Сапронова // Компьютерные системы и сети: материалы 54-й научной конференции аспирантов, магистрантов и студентов, Минск, 23 – 27 апреля 2018 г. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. – Минск, 2018. – С. 250 - 251.

[2] Сапронова, Ю. И. Умножение кватернионов с использованием логарифмической системы счисления / Ю. И. Сапронова // Компьютерные системы и сети: материалы 55-й юбилейной научной конференции аспирантов, магистрантов и студентов, Минск, 22 – 26 апреля 2019 г. / Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. – Минск, 2019. – (приняты к опубликованию).

[3] Сапронова, Ю. И. Шифрование данных на основе кватернионов / Ю. И. Сапронова // Технические средства защиты информации: Тезисы докладов XVII белорусско-российской научно-технической конференции, 11 июня 2019 г., Минск. – Минск: БГУИР, 2019. – (приняты к опубликованию).