

РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ В БАЗИСЕ ПОЛИНОМОВ ЛАГЕРРА

Ефремов Д.О.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Власова Г.А. – к.т.н., доцент кафедры защиты информации

Работа содержит исследование свойств ортогональных полиномов Лагерра, а также разложение математических функций в базисе данных полиномов.

Для изучения свойств ортогональных полиномов и математических функций, их визуализации (рисунок 1), а также исследования разложения некоторых математических функций в базисе данных полиномов была создана программа на языке JavaScript.

В работе рассматривались ортогональные полиномы Лагерра, задаваемые формулой [1,2]:

$$L_n = \frac{e^x d^n}{n! dx^n} * (x^n e^{-x}), x \geq 0$$

Вид первых семи полиномов приведем на рисунке 1.

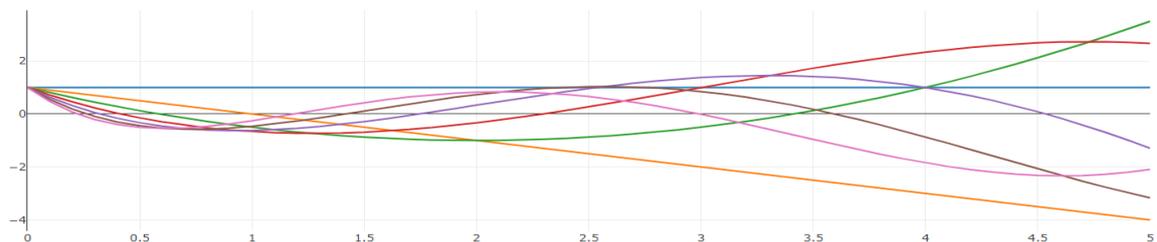


Рисунок 1 – Визуализация полинома Лагерра.

При разложении функций по полиномам Лагерра спектральные коэффициенты должны определяться по формуле[1]:

$$c_n = \int_0^{\infty} f(x) * e^{-\frac{x}{2}} * L_n(x)$$

Визуализация функции $\cos(5x)$ и ее разложение в базисе полинома Лагерра приведены на рисунках 2, 3.

Введите функцию:

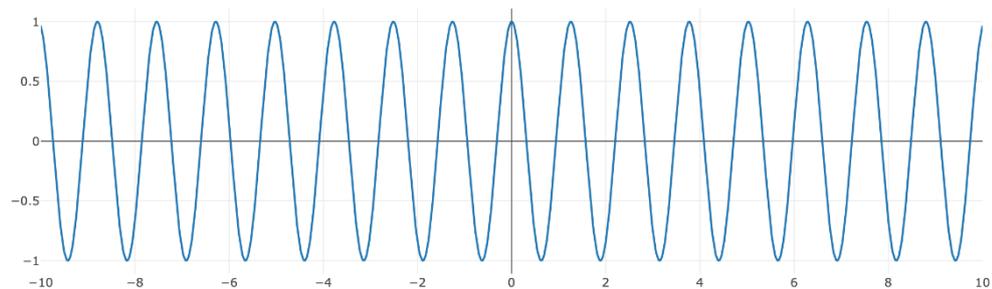


Рисунок 2 – Функция $\cos(5x)$.

Введите функцию:



Рисунок 3 – Разложение функции $\cos(5x)$ в базисе полинома Лагерра.

Программа предоставляет возможность разложения различных математических функций, например, $\cos(x)/x$, и функции $\cos(5x)/(5x)$ (рисунок 3,4).

Введите функцию:

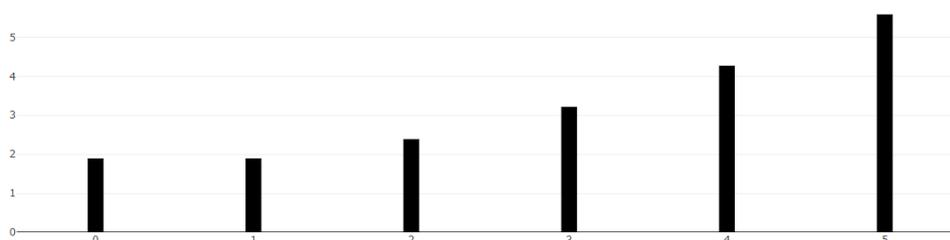


Рисунок 4 – Разложение функции $\cos(x)/x$ в базисе полинома Лагерра.

Введите функцию:



Рисунок 5 – Разложение функции $\cos(5x)/5x$ в базисе полинома Лагерра.

Сравнение двух спектров рассмотренных функций показывает, что при увеличении аргумента функции происходит уменьшению значений составляющих.

Список использованных источников:

1. И.С. Гоноровский: Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986 г. – 512 с.
2. Laguerre Polynomials [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа: <https://archive.lib.msu.edu/crcmath/math/math/l/l042.htm>