Метод преобразования управляемого источника в неуправляемый в линейных электрических цепях и системах

Горошко В.И.
Кафедра электротехники и электроники
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь
e-mail: feli-n@mail.ru

***Аннотация*—В работе излагается метод анализа электрических цепей с управляемыми (зависимыми) источниками. Проводится методика пересчета таких источников в эквивалентные неуправляемые источники.**

Ключевые слова: управляемый источник, зависимый источник, топологическая формула Мейсона

I. Введение

Получение схемных функций в сложных электрических цепях неизбежно связано с проведением громоздких аналитических преобразований. Эффективным решением этой проблемы является применение топологических формул Мейсона, Максвелла, Кирхгофа [1], [2]. Однако для необратимых цепей, содержащих управляемые источники, эти формулы неприменимы. Известен подход [2], позволяющий включить в поле применения топологических формул необратимые цепи и сводящийся к замещению каждого управляемого источника трехузловой унисторной схемой. Недостатком этого метода является усложнение структуры цепи а также, что важнее, существенное усложнение логики применения топологических формул.

II. Основная часть

В докладе излагается альтернативный подход к решению подобных задач, использующий принцип наложения в нестандартном варианте.

На рис.1 управляемый источник тока J управляется током I_0, то есть $J = M \cdot I_0$, где M = const – управляющий параметр. На первом этапе в цепи на рис. 1 а источник тока исключается и для оставшейся обратимой цепи (рис. 1 б) с помощью топологической формулы Мейсона вычисляется начальный управляющий ток $I_{0\text{Н}}$, создаваемый всеми независимыми источниками цепи:

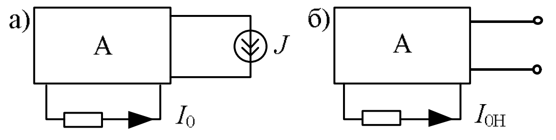

Рис. 1. а) Исходная необратимая цепь, б) Обратимая цепь с исключенным источником J

$$I_{0\text{Н}} = 1/D \sum V_i \sum P_k D_k, \qquad (1)$$

где V_i – задающий сигнал i-го независимого источника (напряжение или ток); D – узловой определитель, вычисляемый по формуле Максвелла [1]; P_k – передача k-го прямого пути от источника V_i через управляющую ветвь с током $I_{0\text{Н}}$; D_k – минор цепи с закороченным k-м путем.

В (1) первая сумма распространяется на все независимые источники V_i, а вторая сумма учитывает все прямые пути для каждого источника.

На втором этапе анализируется цепь с единственным источником J (рис. 2) с добавочным управляющим током $(I_0 - I_{0\text{Н}})$ в управляющей ветви.

Для этой цепи вычисляется передаточная функция K по току (по формуле Мейсона):

$$K = (I_0 - I_{0\text{Н}})/J = 1/D \sum P_{JK} D_{JK}, \qquad (2)$$

где P_{JK} – передача k-го пути от источника J через управляющую ветвь; D_{JK} – соответствующий k-му пути минор.

Из (2) получаем:

$$J = I_{0\text{Н}} M/(1 - KM). \qquad (3)$$

Равенство (3) допускает схемотехническую интерпретацию (рис. 3) в виде системы с обратной связью, для которой M – коэффициент усиления

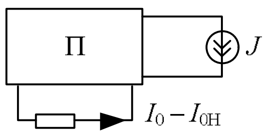

Рис. 2. Цепь с единственным источником J

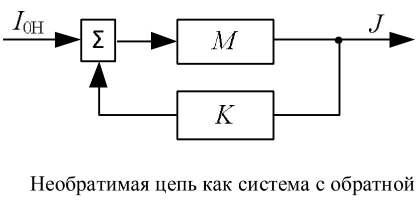

Рис. 3. Необратимая цепь как система с обратной связью

прямой цепи; K – передаточная функция обратной связи; $I_{0\text{Н}}$ – задающее воздействие.

Вычислительный аспект (3) состоит в том, что рассчитав любым традиционным методом ток $I_{0\text{Н}}$ обратимой цепи, получаем конечное расчетное выражение для тока J.

Объединив (2) и (3), получим:

$$J = \sum V_i \sum P_K D_K \big/ (D/M - \sum P_{JK} D_{JK}). \qquad (4)$$

В (4) ток J зависит только от параметров независимых источников и цепи, что придает J статус независимого источника и тем самым снимает ограничения на применение топологических формул. При анализе статических режимов J выступает как действительная константа, при рассмотрении установившихся синусоидальных режимов – как комплексное число, при расчете динамических процессов – как известная операторная функция.

III. Иллюстративный пример

Применим изложенный в работе метод для анализа цепи на рис. 4 ([1], с. 146). Пусть $e(t)$ – произвольное задающее воздействие. Цепь не содержит начальных запасов энергии в электрических и магнитных полях. Далее все переменные предполагаются преобразованными по Лапласу функциями, а символы Y_k, k = 1, …, 6 означают операторные проводимости элементов. Требуется рассчитать напряжение $U_6(p)$.

1) Удаляем управляемый источник $J = M \cdot I_0$ (рис. 5) и вычисляем начальный ток $I_{0\text{Н}}$:

$$I_{0\text{Н}} = E \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2};$$

2) Для цепи на рис. 6 требуется определить добавочный ток $I_D = I_0 - I_{0\text{Н}}$:

$$I_D = J \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2},$$

а также коэффициент передачи по току:

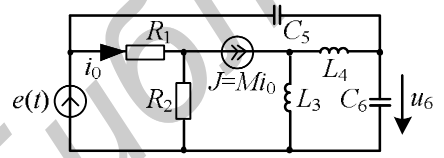

Рис. 4. Цепь с управляемым источником тока

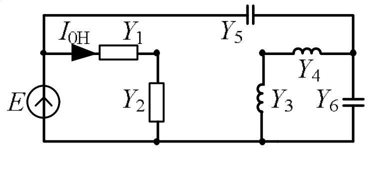

Рис. 5. Исключение J

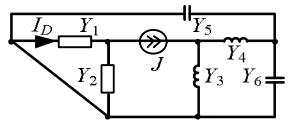

Рис. 6. Цепь с исключенной ЭДС

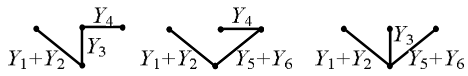

Рис. 7. Деревья графа

$$K = I_D / J = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2}.$$

Тогда согласно (3)

$$J = \frac{I_{0\text{Н}} M}{1 - KM} = EG,$$

где $$G = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1(1-M) + Y_2} = \frac{1}{R_1 + R_2(1-M)}.$$

3) Рассчитаем узловой определитель D для цепи на рис. 4. Граф этой цепи содержит три дерева (рис. 7).

В соответствии с топологической формулой Максвелла [1] получаем

$$D = (Y_1 + Y_2)[Y_3(Y_4 + Y_5 + Y_6) + Y_4(Y_5 + Y_6)];$$

4) Определим по топологической формуле мейсона для схемы на рис. 5 передаточную функцию:

$$W_E = U_6^{'} / E = 1/D \cdot \sum P_{EK} D_{EK}.$$

Тогда

$$U_6^{'} = EW_E = EY_5(Y_1 + Y_2)(Y_3 + Y_4)/D.$$

5)Для цепи на рис. 6 по формуле Мейсона найдем передаточную функцию $W_E = U_6^{''}/J$, откуда получаем:

$$U_6^{''} = JW_J = \frac{EG}{D}(Y_1 + Y_2)Y_4.$$

Для U_6 получим окончательно:

$$U_6 = U_6^{'} + U_6^{''} = \frac{E}{D}(Y_1 + Y_2)[Y_3 + Y_4(1 + G)].$$

Изложенная методика в равной мере применима для всех четырех типов управляемых источников.

[1] С. Сешу, Н. Балабанян. Анализ линейных цепей. Пер. с англ. М. – Л.: Госэнергоиздат. – 1963. – 552 с.

[2] С. Мэзон, Г. Циммерман. Электрические цепи, сигналы и системы. Пер. с англ. М.: Изд-во И.Л. – 1993. – 619 с.