

УДК 621.8:519.6:004

## РАЗРЕЖЕННАЯ ДЕКОМПОЗИЦИЯ СКЕЙЛОГРАММЫ ВИБРАЦИИ ДЛЯ МОНИТОРИНГА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ РОТОРНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Ю.П. АСЛАМОВ, И.Г. ДАВЫДОВ, Н.В. КОСМАЧ, Р.В. ТОЛКАЧ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Республика Беларусь*

*Поступила в редакцию 13 мая 2019*

**Аннотация.** В статье рассмотрен алгоритм разреженной декомпозиции скейлограммы вибрационных сигналов для поиска частотных областей со значительным энергетическим вкладом. Разработанный алгоритм предложено использовать для мониторинга технического состояния роторного оборудования. В статье приведены результаты тестирования алгоритма разреженной декомпозиции скейлограммы на сигналах вибрации промышленного оборудования.

*Ключевые слова:* вибродиагностика, разреженная декомпозиция, вейвлет, скейлограмма.

**Abstract.** The article describes an algorithm for the sparse decomposition of vibration signals scalogram for searching of the frequency domains with a significant energy contribution. The developed algorithm is proposed to be used for monitoring the technical condition of rotary equipment. The article presents the testing results of the sparse scalegram decomposition algorithm on the vibration signals of industrial equipment.

*Keywords:* vibration-based diagnostics, sparse decomposition, wavelet, scalegram.

**Doklady BGUIR. 2019, Vol. 123, No. 5, pp. 25-31**

**Sparse scalegram decomposition algorithm**

**for condition monitoring of rotary equipment**

**Y.P. Aslamov, I.G. Davydov, N.V. Kosmach, R.V. Tolkach**

**DOI: <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2019-123-5-25-31>**

### Введение

Непрерывный контроль (мониторинг) технического состояния роторного оборудования позволяет своевременно обнаружить зарождающиеся дефекты его элементов, тем самым снизив время и стоимость ремонтных работ и увеличив ресурс работы оборудования.

Автоматические системы вибрационной диагностики решают задачу оценки технического состояния роторного оборудования по его вибрационным сигналам без привлечения экспертов. Процесс формирования пространств диагностических признаков в таких системах неразрывно связан с задачей выделения полезного сигнала (информации) на фоне помех. Поэтому во многих случаях анализ вибрации проводят в пределах резонансных областей вибропреобразователя или оборудования, а также в пределах частотных областей со значительным энергетическим вкладом [1]. Для поиска указанных частотных областей авторами предложено использовать алгоритм разреженной декомпозиции скейлограммы сигналов вибрации.

## Теоретический анализ

Современные машинные агрегаты состоят из большого числа связанных между собой элементов, относительное перемещение которых порождает колебательные процессы, усиливающиеся или изменяющиеся при появлении дефектов. Упрощенно оборудование может быть описано передаточной характеристикой  $H(z)$  [1] от комплексной переменной  $p = j\omega$ :

$$H(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 + b_1 p^{-1} + b_2 p^{-2} + \dots + b_N p^{-N}}{1 + a_1 p^{-1} + a_2 p^{-2} + \dots + a_M p^{-M}}. \quad (1)$$

Нули знаменателя передаточной характеристики (1) соответствуют частотным областям, на которых происходит резонансное усиление сигнала (вибрации).

Количество резонансных областей и их удельный вклад в общую энергетику сигнала определяется как составом диагностируемого оборудования, так и его техническим состоянием. Появление со временем новых резонансных областей или перераспределение энергии между существующими может являться диагностическим признаком образования дефектов оборудования. С точки зрения вибрационной диагностики интерес представляют также частотные области, в пределах которых сконцентрирована значительная часть энергии вибрации. Удобным инструментом поиска энергетически выраженных частотных областей вибрационного сигнала является его скейлограмма (*scalegram*).

Непрерывное вейвлет-преобразование сигнала  $x \in L^2(\mathbb{R})$  на базе действительного вейвлета  $\psi(t)$  записывается в следующем виде [2]:

$$W(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt, \quad (2)$$

где  $s$  – масштабный коэффициент вейвлета;  $u$  – величина временного сдвига вейвлета.

Скейлограмма описывает распределение энергии сигнала  $x(t)$  по масштабам  $s$  вейвлет-преобразования:

$$E_W(s) = \int |W(u, s)|^2 du. \quad (3)$$

Скейлограмма  $E_W(s)$  может быть интерпретирована как энергетический спектр сигнала  $E_S(\omega) = |\hat{x}(\omega)|^2$ , сглаженный Фурье-образом используемого вейвлета  $\hat{\psi}(s\omega)$  [2]:

$$E_W(s) = \int E_S(\omega) \left| \hat{\psi}(s\omega) \right|^2 d\omega. \quad (4)$$

Во многих практических применениях переходят от шкалы масштабов к шкале частот  $E_W(s) \rightarrow E_W(\omega)$ . В соответствии с (4) скейлограмма  $E_W(\omega)$  есть значительно более гладкая функция, чем спектр мощности  $E_S(\omega)$ , что упрощает поиск выраженных частотных областей на ее основе. Однако ее использование имеет ряд недостатков:

- 1) невозможно выделить все значимые частотные области сигнала вибрации;
- 2) определение новых частотных областей сигнала (возникших из-за неисправности элементов оборудования) возможно на поздней стадии (когда их энергетический вклад велик);
- 3) погрешность определения на основе скейлограммы положения (центральных частот) частотных областей может превышать  $\delta f \geq 3...15\%$ , что, например, не позволяет использовать алгоритм разреженной вейвлетной декомпозиции [3, 4] для диагностики зубчатых передач;
- 4) погрешность определения энергетического вклада частотных областей может превышать  $\delta E \geq 10...100\%$ , что затрудняет мониторинг технического состояния оборудования;
- 5) скейлограмма не имеет компактного представления, что затрудняет ее хранение.

Для устранения указанных выше недостатков авторами предложен алгоритм разреженной декомпозиции скейлограммы, блок-схема которого представлена на рис. 1.

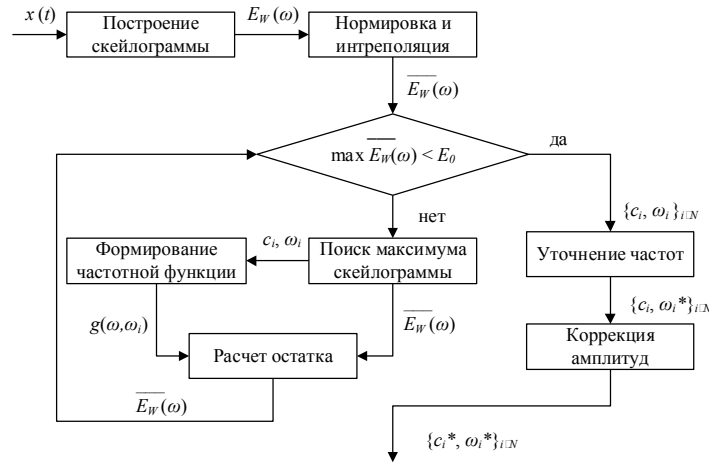


Рис. 1. Блок-схема алгоритма разреженной декомпозиции скейлограммы для выделения значимых частотных областей сигнала вибрации  $\omega_i$  и определения их энергетического вклада  $c_i$

Описание представленного на рис. 1 алгоритма разреженной декомпозиции скейлограммы приведено ниже в виде последовательности из четырех шагов.

*Шаг 1.* Построение скейлограммы вибрационного сигнала  $E_W(\omega)$  на основе вейвлета Морле с использованием  $k = 8$  масштабных коэффициентов на октаву частоты; нормировка (5) скейлограммы в пределах анализируемой полосы частоты  $\omega \in [\omega_n; \omega_e]$  и ее интерполяция:

$$\overline{E}_W(\omega) = \frac{1}{k_\psi} \frac{E_W(\omega)}{\int_{\omega_n}^{\omega_e} E_S(\omega) d\omega}, \quad (5)$$

где  $k_\psi$  – коэффициент, значение которого для вейвлета Морле составляет  $k_\psi = \sqrt{2}$ .

*Шаг 2.* Разреженная декомпозиция скейлограммы (РДСк). Алгоритм РДСк начинается с поиска локального максимума нормированной скейлограммы сигнала  $\overline{E}_W(\omega)$  и вычитания из нее соответствующей ее максимуму частотной функции  $g(\omega)$ . В результате формируется остаток скейлограммы  $RE_W(\omega)$ :

$$\overline{E}_W(\omega) = c_0 g(\omega, \omega_0) + RE_W(\omega), \quad (6)$$

где  $c_0$  и  $\omega_0$  – соответственно амплитуда и частота используемой частотной функции  $g(\omega)$ :

$$g(\omega, \omega_0) = \exp \left[ -2\pi^2 \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

Выражение для остатка  $R^i \overline{E}_W(\omega)$  на  $i$ -й итерации алгоритма РДСк имеет вид

$$R^i \overline{E}_W(\omega) = c_i g(\omega, \omega_i) + R^{i+1} \overline{E}_W(\omega). \quad (8)$$

Амплитуды нормированной в соответствии с (5) скейлограммы имеют смысл энергетического вклада, поэтому для остановки алгоритма РДСк используется правило

$$\max_{\omega} R_+^i \overline{E}_W(\omega) \leq E_0, \quad (9)$$

где  $E_0$  – минимальный удельный энергетический вклад частотной области, при котором она считается значимой;  $R_+^i \overline{E}_W(\omega)$  – положительная часть остатка нормированной скейлограммы  $\overline{E}_W(\omega)$  после  $i$ -й итерации алгоритма декомпозиции.

В результате работы алгоритма РДСк формируется разреженное представление скейлограммы в виде набора из пар коэффициентов «амплитуда–частота»  $\{c_i, \omega_i\}$ , каждой из которых ставится в соответствие частотная функция  $c_i g(\omega, \omega_i)$  (7).

На рис. 2 приведен пример разреженной декомпозиции скейлограммы модельного полигармонического сигнала, состоящего из четырех спектральных компонент.

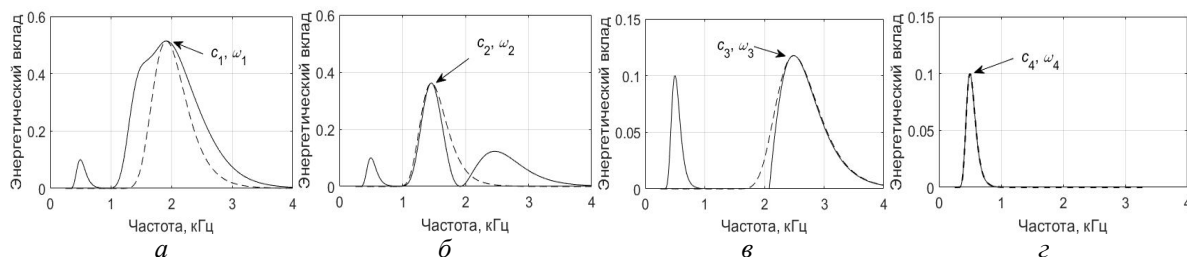


Рис. 2. – Разреженная декомпозиция нормированной скейлограммы модельного сигнала: *a* – итерация № 1; *б* – итерация № 2; *в* – итерация № 3; *г* – итерация № 4

На рис. 3, *a* представлен внешний вид частотной функции РДСк в сравнении с Фурье-образом вейвлета Морле  $|\hat{\psi}(\omega)|^2$ . В свою очередь, на рис. 3, *б* изображено сформированное в результате работы алгоритма РДСк (рис. 2) разреженное представление скейлограммы модельного сигнала в сравнении с его нормированным спектром мощности.

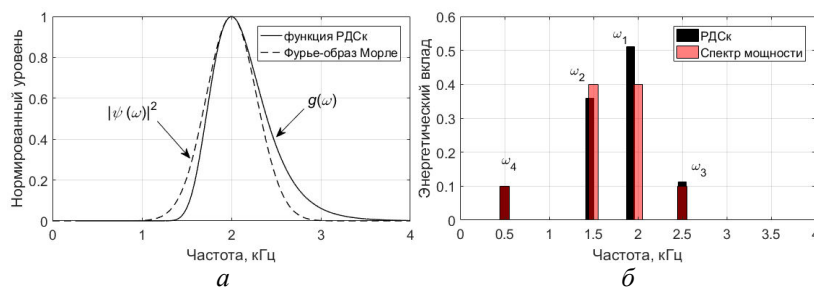


Рис. 3. Результаты работы алгоритма разреженной декомпозиции скейлограммы: *a* – внешний вид частотной функции алгоритма РДСк в сравнении с Фурье-образом Морле; *б* – разреженное представление скейлограммы модельного сигнала и его спектр мощности

Выражение (7) для частотной функции алгоритма РДСк было получено на основе анализа скейлограммы гармонического сигнала. Как видно на рис. 3, *a*, используемая в алгоритме РДСк частотная функция (7) имеет укороченный фронт и затянутый спад относительно Фурье-образа вейвлета Морле, используемого для построения скейлограммы.

Из рис. 3, *б* следует, что алгоритм РДСк позволил выделить все значимые частотные области (компоненты) модельного сигнала, однако погрешности определения их положения (частоты)  $\delta f$  и энергетического вклада  $\delta E$  значительны ( $\delta f \leq 4\%$ ,  $\delta E \leq 12,9\%$ ).

**Шаг 3. Уточнение положения** (центральных частот) выделяемых на основе алгоритма РДСк частотных областей осуществляется при помощи локальных скейлограмм в их пределах. Ввиду того, что для корректной работы алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции сигналов вибрации по избыточному словарю [4] погрешность определения положения значимых частотных областей сигнала не должна превышать  $\delta_f \leq 1\%$ , для построения локальных скейлограмм предложено использовать вейвлет *MORL* [5] с коэффициентом формы  $FF = 32$  (с лучшим в 8 раз спектральным разрешением, чем у Морле):

$$\psi^{MORL}(t, \omega_0, FF) = \cos(\omega_0 t) \cdot \exp\left[-\left(\frac{\omega_0 t}{5 \cdot 2}\right)^2 \cdot \frac{1}{FF}\right]. \quad (10)$$

На рис. 4, *a* приведен сравнительный анализ Фурье-образов вейвлета *MORL*  $|\hat{\psi}^{MORL}(\omega)|^2$  при различных значениях коэффициента  $FF$  с Фурье-образом Морле  $|\hat{\psi}(\omega)|^2$ .

Применение вейвлета *MORL* (10) для построения локальных скейлограмм позволило достичь погрешности определения положения значимых частотных областей сигнала ниже  $\delta f \leq 1\%$ .

В свою очередь, на рис. 4, б сплошной серой линией обозначена нормированная скейлограмма модельного полигармонического сигнала, а сплошной черной линией – его нормированный спектр мощности. Спектр мощности представлен частотными компонентами  $f_1, \dots, f_4$  с амплитудами  $\mathbf{E}_S = [0,1; 0,4; 0,4; 0,1]$  и соответствующими им значениями скейлограммы  $\mathbf{E}_W = [0,1; 0,42; 0,51; 0,25]$ . Пунктирной линией на рис. 4, б, в изображены Фурье-образы вейвлета Морле, настроенные на частоты компонент  $f_1, \dots, f_4$  спектра мощности.

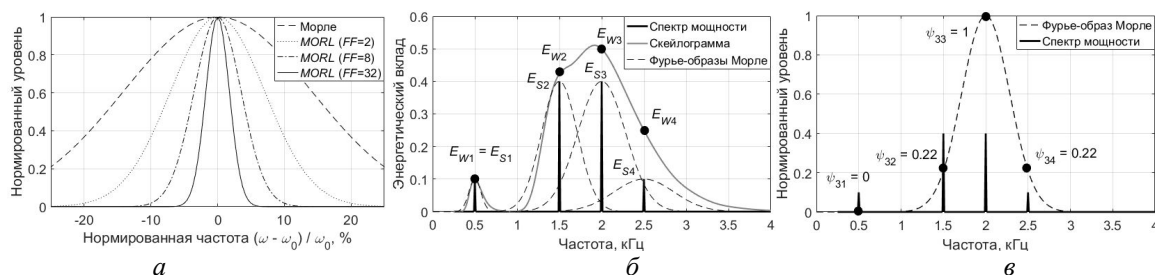


Рис. 4. Уточнение параметров частотных областей, выделяемых на основе алгоритма РДСк:

а – Фурье-образы вейвлета *MORL* для уточнения положения частотных областей сигнала;

б – сравнение скейлограммы и спектра мощности модельного сигнала;

в – значения нормированного Фурье-образа вейвлета Морле на частотах компонент спектра мощности

*Шаг 4. Уточнение энергетического вклада частотных областей.* Из рис. 4, б следует, что амплитуды частотных компонент (в спектре мощности)  $\mathbf{E}_S = [E_{S1}, E_{S2}, \dots, E_{SM}]$  значительно отличаются от соответствующих им значений скейлограммы  $\mathbf{E}_W = [E_{W1}, E_{W2}, \dots, E_{WM}]$ . При этом выражение (4) для расчета скейлограммы может быть переписано в следующем виде:

$$\mathbf{E}_W = \hat{\Psi} \cdot \mathbf{E}_S, \quad (11)$$

где  $\hat{\Psi}$  – матрица преобразования, коэффициенты которой  $\hat{\psi}_{i,j} \in [0;1]$  есть значения нормированного Фурье-образа вейвлета Морле (настроенного на частоту  $f_i$ ) на частотах  $f_j$ :

$$\hat{\Psi}_{(M \times M)} = \begin{bmatrix} \hat{\psi}_{11} & \hat{\psi}_{12} & \dots & \hat{\psi}_{1M} \\ & & \ddots & \\ & & & \hat{\psi}_{M1} & \hat{\psi}_{M2} & \dots & \hat{\psi}_{MM} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

На рис. 4, в приведен пример оценки коэффициентов преобразования  $\hat{\psi}_{3j}, j=1 \dots 4$  для компоненты  $f_3 = 2,0$  кГц спектра мощности модельного сигнала (рис. 4, б).

В результате работы алгоритма РДСк (и метода уточнения частоты) может быть получен вектор центральных частот значимых спектральных областей сигнала  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M]$ , которому может быть поставлен в соответствие вектор значений нормированной скейлограммы сигнала  $\mathbf{E}_W = [E_{W1}, E_{W2}, \dots, E_{WM}]$ . Тогда в соответствии с (11) действительные значения энергетического вклада выделенных на основе алгоритма РДСк частотных областей  $\mathbf{E}_S = [E_{S1}, E_{S2}, \dots, E_{SM}]$  могут быть определены следующим образом:

$$\mathbf{E}_S = \Psi^{-1} \cdot \mathbf{E}_W. \quad (13)$$

### Результаты и их обсуждение

Тестирование алгоритма разреженной декомпозиции скейлограммы проводилось как на наборах сгенерированных модельных сигналов, так и на наборах реальных вибрационных данных роторного оборудования. В частности, использовался набор данных

«High Speed Gear Dataset», содержащий вибрационные сигналы коробки передач ветрогенератора в нормальном и дефектном состоянии (излом зуба шестерни). Скорость вращения вала ветрогенератора изменялась в пределах  $\pm 6\%$ .

Разреженные представления скейлограммы сигналов для нормального и дефектного состояний шестерни в полосе частот  $f \in [0,25; 10]$  кГц изображены на рис. 5, а. На рис. 5, б приведен спектр мощности передискретизированного вибрационного сигнала, соответствующего дефектному состоянию шестерни.

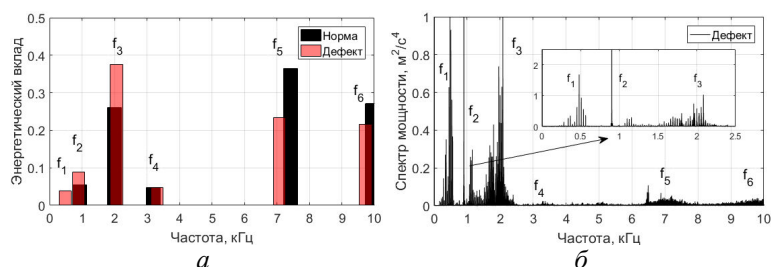


Рис. 5. Мониторинг технического состояния коробки передач ветрогенератора:  
 а – разреженное представление скейлограммы сигнала вибрации до и после дефекта шестерни;  
 б – спектр мощности сигнала вибрации коробки передач при наличии дефекта шестерни

В пределах всего набора данных энергия сигналов вибрации для дефектного и нормального состояний шестерни отличалась не более чем на 1–5 %, т. е. появление дефекта сопровождалось только перераспределением энергии сигналов в спектральной области.

Дефект шестерни привел к увеличению удельного энергетического вклада частотных областей  $f_2$  и  $f_3$  на +3,7 % и +13,0 % соответственно, а также к появлению новой частотной области  $f_1$ , временной сигнал в пределах которой содержал ударные процессы. Компоненты разреженного представления скейлограммы  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$  соответствовали гармоникам частоты зацепления дефектной и связанной с ней шестерен дефектной зубчатой передачи. Анализ прямого спектра вибрации также указал на выраженный дефект зубьев шестерни.

Таким образом, предварительное заключение о наличии дефекта коробки передач ветрогенератора может быть вынесено на основе мониторинга разреженного представления скейлограммы. Кроме того, низкая погрешность определения положения значимых частотных областей  $\delta f \leq 1\%$  позволяет использовать алгоритм РДСк совместно с алгоритмом разреженной вейвлетной декомпозиции для анализа временной структуры сигналов вибрации.

### Заключение

Представленный в работе алгоритм разреженной декомпозиции скейлограммы позволяет определить значимые частотные области сигналов вибрации, при этом погрешность определения положения указанных областей не превышает 1 %. В работе показано, что мониторинг разреженного представления скейлограммы вибрации позволяет обнаружить дефекты элементов роторного оборудования. Алгоритм разреженной декомпозиции скейлограммы предложено использовать совместно с алгоритмом разреженной вейвлетной декомпозиции сигналов вибрации для анализа их временной структуры.

### Список литературы

1. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. 288 с.
2. Mallat S.G. A Wavelet Tour of Signal Processing. The Sparse Way / Academic Press, 2009. 805 p.
3. Разреженная вейвлетная декомпозиция в задачах вибродиагностики роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Докл. БГУИР. 2017. № 8. С. 91–98.
4. Асламов Ю.П., Давыдов И.Г. Избыточный вейвлетный словарь для разреженной декомпозиции сигналов вибрации / Вестник ПГУ. Серия С. 2018. № 4. С. 86–94.
5. Вейвлет-функции для диагностики зубчатых передач / Ю.П. Асламов [и др.] // Вестник ПГУ. Серия В. 2018. № 3. С. 38–46.

## References

1. Genkin M.D., Sokolova A.G. Vibroakusticheskaja diagnostika mashin i mehanizmov. M.: Mashinostroenie, 1987. 288 s. (in Russ.)
2. Mallat S.G. A Wavelet Tour of Signal Processing. The Sparse Way / Academic Press, 2009. 805 p. (in Russ.)
3. Razrezhennaja vejvletnaja dekompozicija v zadachah vibrodiagnostiki rotornogo oborudovanija / Ju.P. Aslamov [i dr.] // Dokl. BGUIR. 2017. № 8. S. 91–98. (in Russ.)
4. Aslamov Ju.P., Davydov I.G. Izbytochnyj vejvletnyj slovar' dlja razrezhennoj dekompozicii signalov vibracii / Vestnik PGU. Serija S. 2018. № 4. S. 86–94. (in Russ.)
5. Vejvlet-funkcii dlja diagnostiki zubchatyh peredach / Ju.P. Aslamov [i dr.] // Vestnik PGU. Serija B. 2018. № 3. S. 38–46. (in Russ.)

### Сведения об авторах

Асламов Ю.П., аспирант кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Давыдов И.Г., к.т.н., доцент кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Космач Н.В., магистрант кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Толкач Р.В., магистрант кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

### Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,  
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,  
Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники  
тел. +375-17-293-86-79;  
e-mail: aslamov.yura@gmail.com  
Асламов Юрий Павлович

### Information about the authors

Aslamov Y.P., PG student of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Davydov I.G., PhD, associate professor of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Kosmach N.V., graduate student of Information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Tolkach R.V., master student of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

### Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,  
Minsk, P. Brovka st., 6,  
Belarusian state university  
of informatics and radioelectronics  
tel. +375-17-293-86-79;  
e-mail: aslamov.yura@gmail.com  
Aslamov Yury Pavlovich