О решениях семейства трехмерных консервативных динамических систем с четырьмя квадратичными нелинейностями

В. В. Цегельник (Минск, Беларусь)

В докладе представлены результаты исследования свойств решений консервативных систем

$$\dot{x} = x^2 + \varepsilon y^2, \dot{y} = z^2, \dot{z} = -2zx. \quad (1)$$

$$\dot{x} = x^2 + yz, \dot{y} = x^2, \dot{z} = -2zx. \quad (2)$$

$$\dot{x} = x^2 + yz, \dot{y} = -2xy, \dot{z} = x^2. \quad (3)$$

$$\dot{x} = x^2 + yz, \dot{y} = -2xy, \dot{z} = y^2. \quad (4)$$

$$\dot{x} = x^2 + yz, \dot{y} = z^2, \dot{z} = -2zx. \quad (5)$$

$$\dot{x} = xy + yz, \dot{y} = \varepsilon xz, \dot{z} = -yz. \quad (6)$$

$$\dot{x} = -2xy + yz, \dot{y} = y^2, \dot{z} = x^2. \quad (7)$$

$$\dot{x} = xy + z^2, \dot{y} = \varepsilon x^2, \dot{z} = -yz. \quad (8)$$

$$\dot{x} = xy + z^2, \dot{y} = xz, \dot{z} = -yz. \quad (9)$$

$$\dot{x} = -2xy + z^2, \dot{y} = y^2, \dot{z} = x^2. \quad (10)$$

$$\dot{x} = -2xy + z^2, \dot{y} = y^2, \dot{z} = xy. \quad (11)$$

В системах (1) – (11) x, y, z – неизвестные функции независимой переменной t; $\varepsilon^2 = 1$.

Системы (1) - (11) принадлежат [1] к классу консервативных динамических систем третьего порядка (содержащих четыре компоненты) с квадратичными нелинейностями без хаотического поведения. Указанный класс включает 7 семейств систем в зависимости от количества констант и нелинейностей в каждой из них.

В предположении, что переменная t является комплексной и с учетом [2], [3] доказаны

Теорема 1. Системы (4), (5), (8), (10) являются системами Пенлеве-типа.

Теорема 2. Ни одна из систем (1) – (3), (6), (7), (9), (10) не является системой P–типа. Вместе с тем компонента y систем (7), (11) не имеет подвижных критических особых точек.

Теорема 3. Каждая из систем (1) - (11) имеет однопараметрическое семейство точных решений $x = a\tau^{-1}, y = b\tau^{-1}, z = c\tau^{-1}$, где $\tau = t - t_0$ (t_0– произвольная постоянная), a, b, c – фиксированные числа.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ "Конвергенция-2020"(Подпрограмма "Методы математического моделирования сложных систем").

Литература

1. *Heidel J., Zhang Fu.* Nonchaotic behaviour in three-dimensional quadratic systems II. The conservative case. *Nonlinearity.* Vol. **12** (1999), 617-633.

2. *Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Харьков: ГНТИУ (1939).

3. *Cosgrove C.M.* Higher-order Painlevé equations in the polynomial class I. *Bureau symbol P2. Stud. Appl. Math.*. Vol. **104** (2000), 1-65.